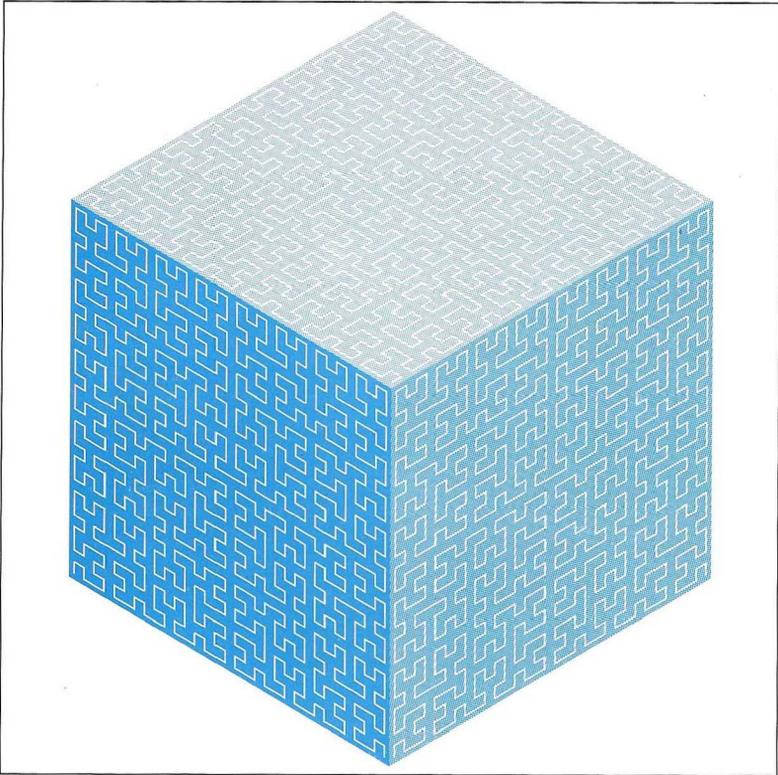


Le Jeune **A**rchimède

ISSN 0999-5056



N° 10 JUILLET-AOUT-SEPTEMBRE **91**





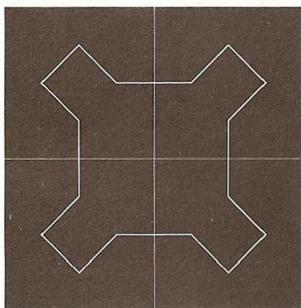
Courbes étonnantes	3
Les problèmes du J.A.	6
Solutions des problèmes du J.A.	8
Boucher de Perthes	10
Méthodes	13
La B.D. de Chaumeil	14
Casse-tête	16
Bulletin d'abonnement	17
Le Championnat International des Jeux Mathématiques et Logiques	18
Les défis de JA 9	22
Solutions des défis de JA 7 et de JA 8	24
Quelques tours de cartes (3)	26
Ici et Ailleurs	28
Le découpage de Didon	29
Solution du concours de JA 9	32
Concours permanent	36

DES COURBES ÉTONNANTES

L'intuition est une lumière de l'esprit qui nous guide dans la recherche mais qui nous aveugle en maintes occasions. Quoi de plus simple, de plus intuitif qu'une courbe ? Tout le monde peut à main levée tracer en quelques secondes une courbe fort compliquée. Mais peut-on définir simplement l'idée de courbe ? Nous nous garderons ici de répondre à cette question extrêmement délicate pour nous contenter de présenter deux courbes étonnantes, paradoxales qui dynamitent notre intuition naïve : la courbe de **Sierpinski** et la courbe de **Hilbert**.

La courbe de Sierpinski

Partons d'un carré et traçons la courbe :



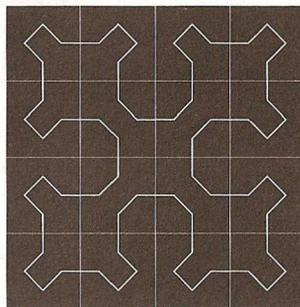
Le carré initial peut être subdivisé en quatre carrés portant chacun le même motif, notre courbe s'obtient en faisant tourner chacun de ces motifs de 90° .

Cette courbe est la brique fondamentale qui va nous servir à construire tout le reste. Pour cela, nous allons utiliser un algorithme. Ce terme barbare désigne tout simplement une recette de cuisine mathématique composée d'un nombre fixé d'instructions et de règles.

Voici l'algorithme :

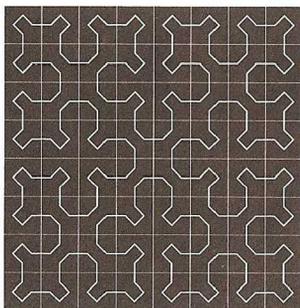
- Réduire la brique de 50 %.
- Faire trois répliques et regrouper pour obtenir un carré.
- Oter les quatre segments les plus proches du centre du carré et recoller les quatre bouts de courbes par deux segments horizontaux et deux segments verticaux.

Un dessin vaut mieux qu'un long discours, voici la première étape :



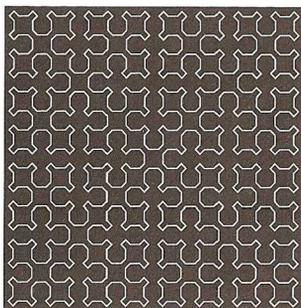
Pour passer à la deuxième étape suivons les mêmes instructions de l'algorithme en partant du dessin précédent.

Deuxième étape :



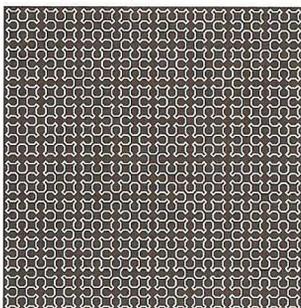
Continuons.

Troisième étape :



4

Quatrième étape :



Ce dernier dessin est peu lisible. On peut gagner en clarté en augmentant la taille du carré. En poursuivant l'algorithme, nous allons obtenir une suite de courbes de plus en plus compliquées et le lecteur se convaincra facilement qu'à partir d'un certain moment il n'est plus possible de réaliser techniquement le dessin d'une nouvelle

courbe. L'imagination et le raisonnement prennent alors le relais. Que se passe-t-il si on poursuit indéfiniment le processus ? Quelle est la courbe obtenue à l'infini ?

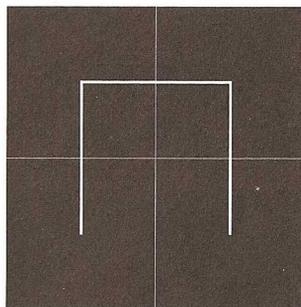
Le résultat est au premier abord mathématiquement monstrueux : la courbe limite appelée courbe de Sierpinski est de longueur infinie et **recouvre tout le carré initial**. Cette courbe possède une aire non nulle.

La courbe de Sierpinski n'est pas la seule dans son genre.

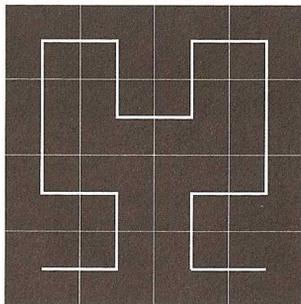
Voici une nouvelle construction.

La courbe de Hilbert

Étape zéro :



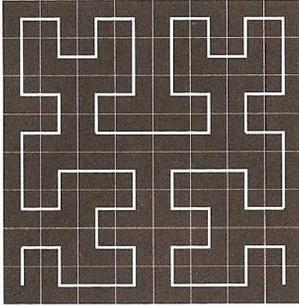
Étape un :



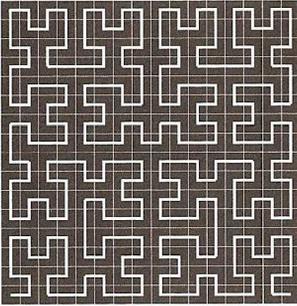
Pouvez-vous décrire simplement l'algorithme de construction ?

On pourra s'inspirer de l'algorithme de Sierpinski et considérer les nouvelles étapes représentées à la page suivante.

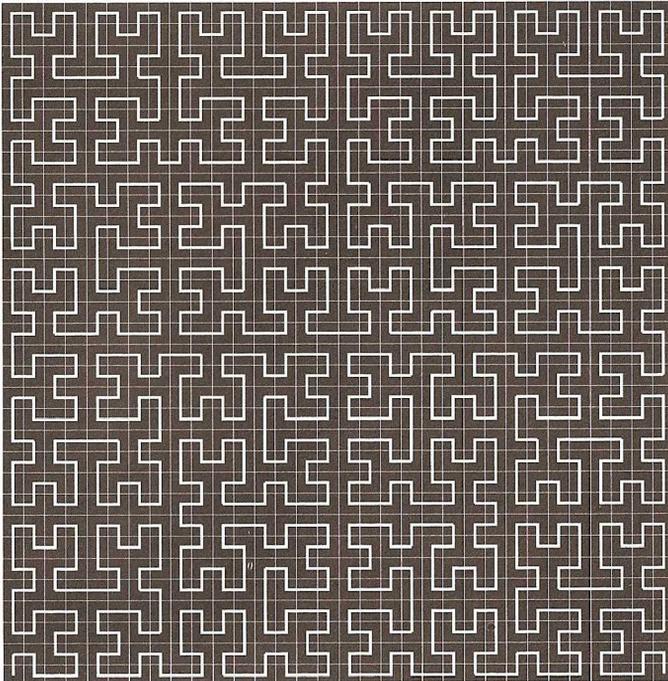
Étape deux :



Étape trois :



Étape quatre (agrandie) :



La courbe limite appelée courbe de Hilbert recouvre elle aussi tout le carré.

Contrairement à celle de Sierpinski qui est une courbe fermée, cette courbe possède un début et une fin.

Et pour finir un petit dialogue de sourds :

— Je dis qu'il lit JA.

— Quoi ?

— Je dis que je dis qu'il lit JA.

— Quoi, quoi ?

— Je dis que je dis que je dis qu'il lit JA.

— Quoi, quoi, quoi ?

— Je dis que je dis que je dis ...

F. Casiro

LES PROBLEMES DU J.A.



LE NOMBRE DE VIREUX WALLERAND

Dans un nombre de 3 chiffres, on a barré le premier chiffre en partant de la gauche et on a multiplié le nombre obtenu par 7. Chose curieuse, on a retrouvé le nombre de départ.

Quel est ce nombre de trois chiffres ?

Pouvez-vous :

- 1) Tracer la figure A d'un seul trait sans lever le crayon ?
- 2) Tracer la figure B d'un seul trait sans lever le crayon ni couper une ligne déjà tracée ?



LES ADDITIONS DU BERGER

Un berger a écrit

$$\begin{array}{r} \text{DEUX} \\ + \text{DEUX} \\ \hline \text{PATRE} \end{array}$$

Ce cryptarithme a de nombreuses solutions, **mais trouvez la plus petite valeur du nombre caché par le mot PATRE !**



D'UN SEUL TRAIT !

Voici deux figures :



figure A

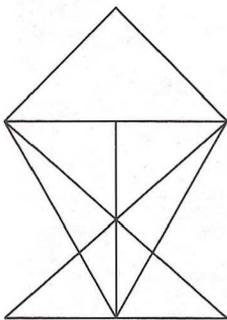


figure B

UN PROBLÈME DE ISAAC NEWTON



Deux messagers A et B se mirent en route, l'un vers l'autre de deux villes situées à 59 lieues de distance.

A parcourt 7 lieues en 2 heures et B 8 lieues en 3 heures.

B commence son voyage une heure plus tard que A.

Combien de lieues parcourt A avant de rencontrer B ?



FORTUNES DIVERSES

Une personne a engagé deux sommes égales dans deux entreprises différentes.

Au bout d'un certain temps la première somme s'est trouvée accrue de 65 % !

Hélas, la deuxième somme est réduite aux 7/9 de ce qu'elle était au début.

La première somme surpasse alors la deuxième de 15 700 F.

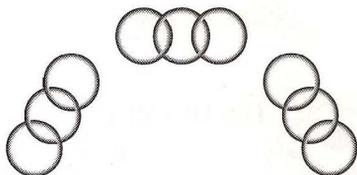
Quelles étaient les deux sommes initiales ?



LES FRAGMENTS DE CHAÎNE

On a apporté à un forgeron 493 fragments de chaîne.

Il y a trois anneaux par fragment et on demande au forgeron de réunir tous ces fragments en une chaîne unique, ouverte. Devant l'ampleur de la tâche à accomplir, le forgeron cherche la meilleure stratégie pour accomplir son travail en un minimum de temps.



Sachant qu'il met environ 5 minutes pour ouvrir et refermer un anneau, **quel est le temps minimum pour faire un tel travail ?**



LE CHOIX DE LA COUPE

Il s'agit de découper un gros bloc parallélépipédique en 100 morceaux identiques. Le menuisier

chef dit à son commis : "Tu as bien compris ce que l'on demande, alors prépare moi un projet". Son commis est astucieux et le lendemain déclare : "Il y avait plusieurs façons de faire mais je préfère celui qui demande le moins de coupes !"

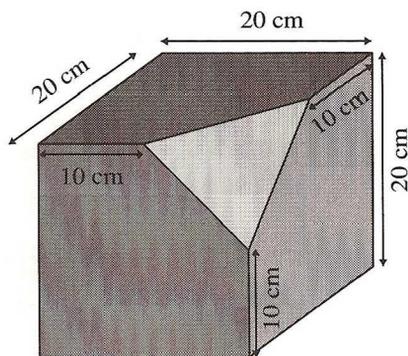
Ami, dis nous combien il y avait de projets différents possibles, et combien de coupes nécessite le projet finalement choisi par le commis !



LE CUBE COUPÉ

Un cube de bois a l'un de ses coins coupé (voir figure).

**Quelle est l'aire du cube ainsi coupé ?
Quel est son nouveau volume ?**

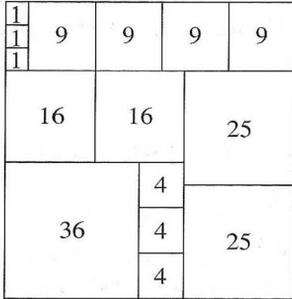




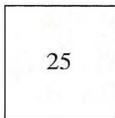
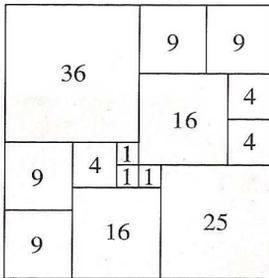
CARRÉS DE CARRÉS

La solution consiste en trois dessins :

Magali



Leslie

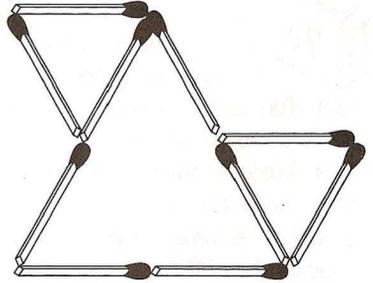


Tout repose sur $13^2 = 12^2 + 5^2$, le reste est affaire de patience et de bons sens.



OTEZ LES BONNES !

Enfantin.
Il n'est pas précisé dans l'énoncé que les trois triangles équilatéraux doivent être identiques !

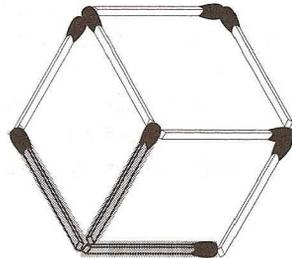


LES TROIS LOSANGES



Nous avons dessiné en gras les allumettes qui n'ont pas bougé.

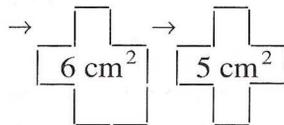
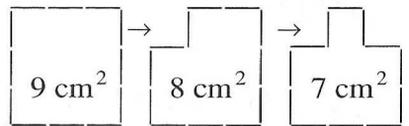
bougé.



LES DOUZES BATONNETS



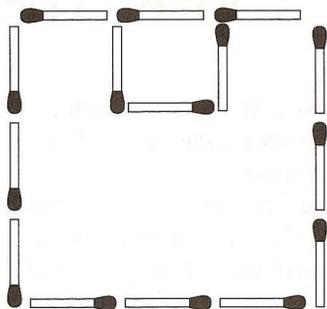
Il suffit de déplacer à chaque fois deux bâtonnets.





QUINZE ALLUMETTES ET DEUX CARRÉS

Un dessin suffit !



DEVANT-DERRIÈRE

On peut écrire

$$\begin{array}{r} 2 a b c d e \\ + 1 3 3 3 0 8 \\ \hline a b c d e 2 \end{array}$$

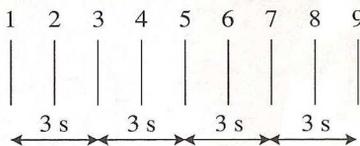
et on trouve dans l'ordre, en effectuant l'addition : $e = 4, d = 3, c = 0, b = 7, a = 3$.

Le nombre initial est 237 034.



LE GROS HORLOGE

Encore un problème d'intervalles :



Le temps mis sera 12 s et non pas 9 s comme on serait tenté de le croire !



LA FORTUNE DE NICOLAS

On ne peut voir que deux pièces par rangée (celles des

extrémités), sauf celle du haut où évidemment on ne voit qu'une seule pièce !

En ne tenant pas compte de la pièce du haut, on détermine le nombre de rangées restantes : $(1991 - 1)/2 = 995$.

Le nombre de rangées est donc

$$995 + 1 = 996.$$

Le nombre total de pièces de 1 F constituant la pyramide est donc :

$$N = 1 + 2 + 3 + \dots + 994 + 995 + 996.$$

Les lecteurs de J.A. savent calculer ce nombre.

$$N = 996 \times (996 + 1)/2 = 496\,506.$$

Nicolas avec 496 506 F est donc très riche !



LE BEST-SELLER

Le libraire constate que

$$2\,015 = 5 \times 13 \times 31.$$

Il ne peut avoir vendu 31

livres à 65 F (il n'en avait que 30).

Il n'a pas vendu 5 livres à 403 F, ni un seul livre à 2 015 F (en effet, ces prix sont trop élevés). Il a donc vendu 13 livres à 155 F.

Sur son étagère, il reste donc 17 livres.



PUISSANCE DE 5

Soient a, b, c, d et e les numéros de ces cadeaux.

Le total de ces cadeaux est :

$$5a + 25b + 125c + 625d + 3125e = 9\,415,$$

soit en divisant par 5 :

$$a + 5b + 25c + 125d + 625e = 1\,883,$$

ce qui montre que $a = 3$,

$$5b + 25c + 125d + 625e = 1\,880,$$

donc $b = 1, c + 5d + 25e = 375/5 = 75$,

donc $c = 5, d + 5e = 70/5 = 14$, donc

$d = 4, e = 10/5 = 2$.

Les cadeaux sont donc

$$a = 3, b = 1, c = 5, d = 4, e = 2.$$

F.G., A.V., Y.R.

Jacques BOUCHER de PERTHES

Sur toute la surface du globe, les fleuves ont déposé des alluvions formant des étages le long des vallées ; ces alluvions fort anciennes renferment les précieux témoignages des premières grandes étapes de l'humanité.

Au milieu du siècle dernier, un abbevillois s'adonna à l'étude des silex, convaincu d'avoir découvert les premiers vestiges de l'activité industrielle de l'homme. Il se heurta cependant aux savants de son temps, qui considéraient ces pierres taillées comme de simples jeux de la nature. Personne ne se doutait qu'une science nouvelle prenait naissance : la préhistoire.

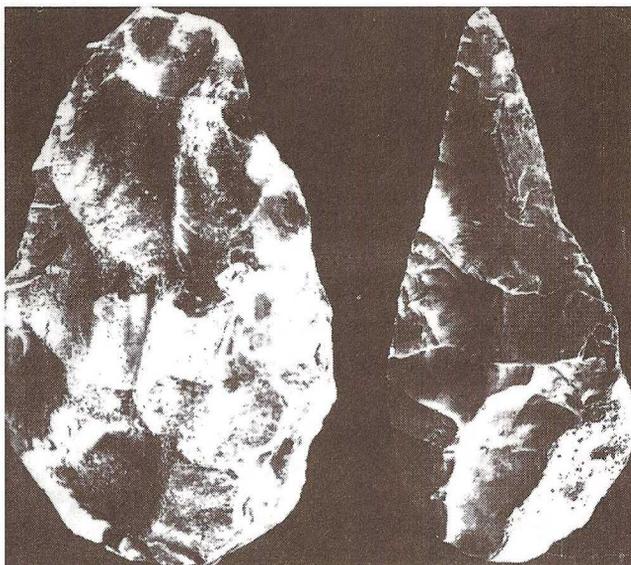
Né le 10 septembre 1788 à Rethel, Jacques Boucher de Perthes appartenait à une famille de la noblesse champenoise. Lorsque son père botaniste et membre de l'Académie des sciences fut nommé Directeur des Douanes à Saint-Valéry-sur-Somme en 1791, Jacques vint résider à Abbeville.

Jacques, paraissant peu doué pour les études, son père le fit entrer à 14 ans dans l'Administration des douanes où il monta très vite en grade avant de devenir directeur à la suite de son père.

De sa rencontre avec le naturaliste et médecin Casimir Picard, Boucher de

OUTILLAGE PRÉHISTORIQUE

- a) Biface abbevilien trouvé dans les graviers de la moyenne terrasse de la somme à Crouy (longueur 15 cm). Collection R. Agache Musée d'Abbeville Photo Mercier, C.R.D.P.
- b) Biface acheuléen final provenant du lehm du loess ancien à Crouy (longueur 10 cm). Collection R. Agache Musée d'Abbeville Photo Mercier, C.R.D.P.



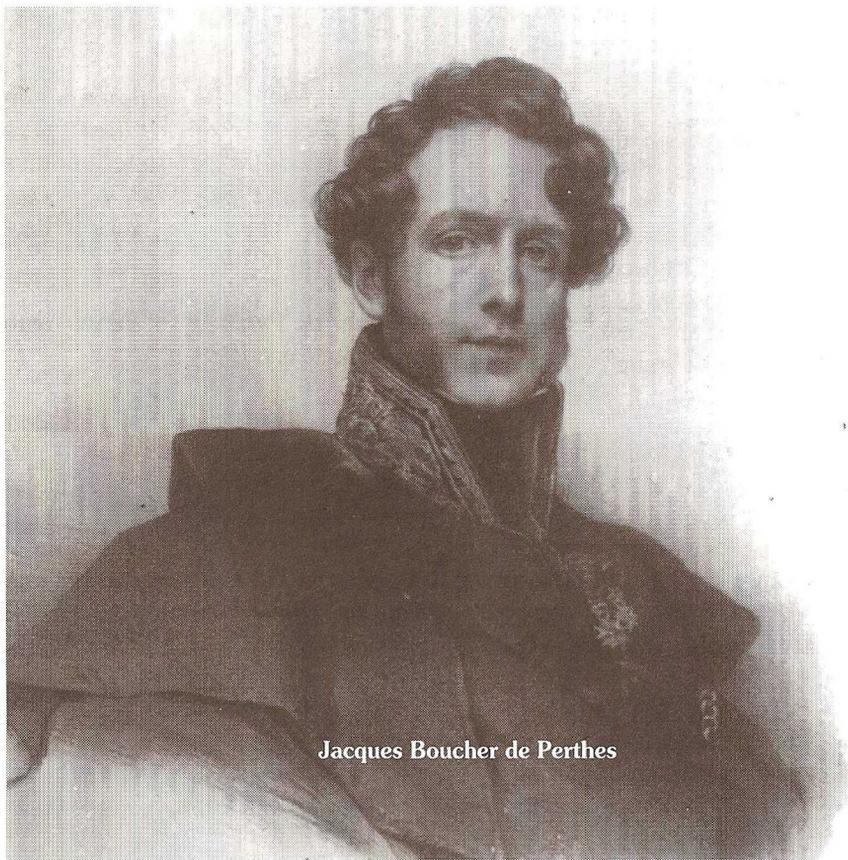
Perthes pris goût à l'archéologie. Il allait consacrer les trente dernières années de sa vie à faire admettre ses idées.

En 1828, il supposa que les terrains diluviens (datant du déluge) pouvaient contenir des outils de pierre taillés par l'homme. Il découvrit à Abbeville des silex travaillés de main d'homme, il se mit à fouiller davantage et, en avril 1837, suivit attentivement les travaux sous les remparts d'Abbeville dans les tourbes néolithiques. Après avoir trouvé en 1844 un biface antédiluvien, Boucher de Perthes entreprit l'année suivante des recherches dans la haute terrasse de la vallée de la Somme. Il y découvrit des silex mais aussi des os d'animaux disparus ; il s'agissait là de preuves paléontologiques confirmant les origines très anciennes de l'homme (des

ossements avaient déjà été découverts avant lui mais le rapprochement avec les silex taillés n'avait pas été fait !).

Ce fut dix ans plus tard, en 1847, que Boucher de Perthes fit imprimer le premier tome d'un ouvrage intitulé "Les Antiquités celtiques et antédiluviennes" traitant principalement de deux types de pierres très anciennes (antidiluviennes) de l'époque paléolithique et de pierres moins anciennes (celtiques) appartenant à l'époque néolithique, pierres découvertes dans d'immenses dépôts de limon, sable et gravier, avec des os d'éléphants, d'hippopotames et de rhinocéros qui vivaient alors dans nos régions.

Néanmoins, il arrivait assez fréquemment à Boucher de Perthes d'affirmer des choses



Jacques Boucher de Perthes

fantaisistes, ce qui lui valut d'être contesté par ses confrères ; heureusement, archéologues et géologues anglais vinrent authentifier ses découvertes, ce qui contribua à le réhabiliter au sein de la communauté scientifique.

Le 28 mars 1863, un terrassier découvrit au fond de la carrière du Moulin Quignon une mâchoire humaine ; même s'il fut prouvé que l'os avait été introduit dans la carrière, l'existence de l'homme antédiluvien fut admise et Boucher de Perthes en récolta prestige et renommée : l'Empereur Napoléon III le décora et l'invita à Compiègne. Les géologues d'Europe firent le voyage vers la France pour le plaisir de contempler sa prodigieuse collection enrichie au fil des ans.

Enfin, Boucher de Perthes passa les dernières années de sa vie à rédiger ses mémoires intitulés "Sous dix rois". Son œuvre littéraire est importante : il a écrit de nombreux ouvrages de poésie, des pièces de théâtre et des essais (Petit Glossaire, Opinions de M. Christophe ...) mais nous retenons surtout ses œuvres concernant la préhistoire : "De la Création", "Antiquités celtiques et antédiluviennes" en trois volumes, "De l'Homme antédiluvien et de ses œuvres", "Des outils de pierre", "De la mâchoire humaine du Moulin Quignon".

Boucher de Perthes s'éteignit en 1868. Il légua son hôtel particulier et ses collections à la ville d'Abbeville pour en faire un musée ; ce qui fut fait, mais la majorité de ses collections a été détruite le 20 mai 1940, lors du bombardement d'Abbeville. Ainsi s'achevait la vie de l'homme qui fit connaître la vallée

de la Somme, site remarquable pour sa richesse en vestiges de la civilisation la plus ancienne connue à ce jour.

Emmanuel Povéda

Iconographie aimablement fournie par le musée Boucher de Perthes à Abbeville

En hommage à ce chercheur, son nom a été donné au lycée d'Abbeville, au musée ainsi qu'à une rue d'Amiens.

Pour mieux connaître Boucher de Perthes, lire :

"**Figures de préhistoriens**" de Léon Aufrère (1-Boucher de Perthes)

"**Boucher de Perthes : les origines romantiques de la préhistoire**", de C. Cohen et J.J. Hublin.
Éditions Belin, 1989

"**Bicentenaire de la naissance de Jacques Boucher de Perthes "père de la préhistoire" et fonctionnaire des douanes 1788-1988**" n° spécial des "Cahiers d'histoire des douanes françaises" Septembre 1988.

"**Boucher de Perthes**", n° spécial "Terre Picarde", automne 1988, n° 23.

Catalogue de l'exposition Boucher de Perthes, de Bruno Bréart pour la partie préhistoire et Prisca Hazebrouck, musée Boucher de Perthes, 1988.

"**Boucher de Perthes : sa vie, ses œuvres, sa correspondance**", Abbeville, 1885.

QUESTION DE MÉTHODE

Dans cette rubrique, nous traitons de problèmes déjà publiés ailleurs (livres, championnats, rallyes, ...). Nous les choisissons parce qu'ils nécessitent de la part de ceux qui les cherchent des qualités d'observation, d'intuition, d'initiative et de méthode. La découverte d'une méthode importe peut-être autant que le résultat lui-même : c'est grâce à de multiples résultats de ce type que l'on parvient à acquérir l'expérience mathématique et cette fameuse intuition.

Énoncé (finale des championnats de France 1990)

Dans la suite numérique suivante :

$2 ; 2 \bullet 4 ; 2 \bullet 4 \bullet 4 \bullet 8 ; 2 \bullet 4 \bullet 4 \bullet 8 \bullet 4 \bullet 8 \bullet 8 \bullet 16, \dots$

chaque séquence s'obtient en recopiant la séquence précédente, puis en doublant, dans l'ordre, chacun de ses termes.

Quel est le 1990^{ème} nombre de cette suite ?

Remarque préliminaire

Chaque "séquence" possède un nombre de nombres égal à une puissance de 2 : 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, etc.

On peut savoir dans **quelle séquence** va se situer le 1990^{ème} nombre.

En effet $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 512 = 1023$.

On peut donc le localiser : $1990 - 1023 = 967$.

Le 1990^{ème} nombre est le **967^{ème}** de la séquence possédant **1024** nombres.

Remarque seconde

On peut "descendre" de séquence en séquence :

Dans la séquence de 1024 nombres, le 967^{ème} est le double du 455^{ème} ($967 - 512 = 455$).

Dans la séquence de 512 nombres, le 455^{ème} est le double du 199^{ème} ($455 - 256 = 199$).

Dans la séquence de 256 nombres, le 199^{ème} est le double du 71^{ème} ($199 - 128 = 71$).

Dans la séquence de 128 nombres, le 71^{ème} est le double du 7^{ème} ($71 - 64 = 7$).

Le septième nombre d'une séquence de 8 nombres est un 8. (Énoncé.)

Remarque finale

On peut aisément "remonter" de proche en proche en multipliant à chaque fois par 2 :

$$8 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128.$$

Le nombre est 128.

Ceci est **une** solution. Il existe d'autres façons de procéder. Sans doute en verrez-vous une dans un prochain numéro de "**JOUER : jeux mathématiques**", revue nouvelle que vous trouverez chez votre vendeur habituel de journaux.

Francis GUTMACHER

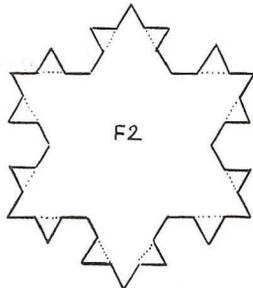
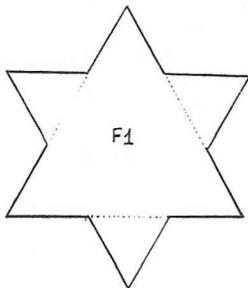
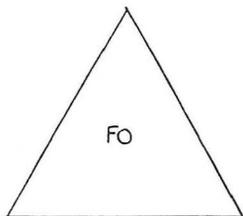
LE FLOCON



L'ÉTÉ, C'EST BIEN; MAIS L'HIVER, CE N'EST PAS MAL NON PLUS.

LES BATAILLES DE BOULES DE NEIGE, LE SKI, LES BONHOMMES DE NEIGE, LAUGE, LES JOYEUSES GLISSADES SUR LE FRAÎS VERGLAS, LES BEAUX SAPINS, ROIS DES FORÊTS, DONT LA VÉGÉTATION PLOIE LOURDEMENT SOUS SON FARDEAU DE NEIGE; LES FLOCONS QUI TOMBENT EN FINS ET DÉLICATS CRISTAUX, COMME TAILLÉS PAR LA MAIN D'UN ORFÈVRE...

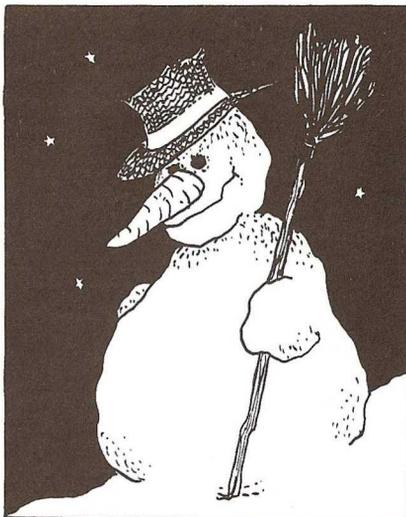
SURTOUT, TIENS, PARLONS-EN, DE CES FANTASTIQUES CRISTAUX DE NEIGE... ET REGARDONS LES DE PLUS PRÈS: VOUS AVEZ AVOIR LA JOIE - OH! MERVEILLEUSE... - D'Étudier et de fabriquer vous-même quelques-uns de ces flocons...



LE TRIANGLE F_0 , QUE L'ON APPELLERA "FLOCON DE BASE", EST ÉQUILATÉRAL. IL REPRÉSENTE LE FLOCON DE NEIGE À L'ÉTAPE 0.

LES FLOCONS F_1 ET F_2 ONT ÉTÉ RÉALISÉS À PARTIR DE CE FLOCON DE BASE, ET NE SONT CONSTITUÉS QUE DE TRIANGLES ÉQUILATÉRAUX.

1. DÉCRIRE, EN QUELQUES PHRASES SIMPLES MAIS PRÉCISES, LA CONSTRUCTION DE F_1 À PARTIR DE F_0 ; PUIS CELLE DE F_2 À PARTIR DE F_1 .
2. EN PRENANT 9 cm DE CÔTÉ POUR F_0 , REPRODUIRE F_0 , F_1 ET F_2 .
3. EN PRENANT 18 cm DE CÔTÉ POUR F_0 , CONSTRUIRE LE FLOCON F_3 .



4. a. QUEL EST LE NOMBRE DE CÔTÉS DES FLOCONS $F_0; F_1; F_2; F_3$?
 - b. QUEL SERAIT LE NOMBRE DE CÔTÉS DES FLOCONS $F_4; F_5; F_{10}$?
 - c. EXPRIMER, EN FONCTION DE n , LE NOMBRE DE CÔTÉS DU FLOCON F_n .
 - d. SI L'ON MET 1 SECONDE POUR TRACER 1 CÔTÉ DU FLOCON F_{100} , COMBIEN DE TEMPS ENVIRON FAUDRAIT-IL POUR TRACER LA TOTALITÉ DE CE FLOCON ?
5. a. LES CÔTÉS DE F_0 MESURANT 9 cm, QUELLE EST LA LONGUEUR D'UN CÔTÉ DE F_1 ? DE F_2 ? DE F_3 ? DE F_4 ? DE F_5 ? DE F_{10} ? (DONNER LES RÉSULTATS SOUS FORME DE FRACTIONS).
 - b. EXPRIMER, EN FONCTION DE n , LA LONGUEUR D'UN CÔTÉ DU FLOCON F_n .
 - c. CALCULER LE PÉRIMÈTRE DES FLOCONS $F_0; F_1; F_2; F_3; F_4; F_5; F_{10}$.
 - d. EXPRIMER, EN FONCTION DE n , LE PÉRIMÈTRE DU FLOCON F_n .



6. EN PRENANT 18 cm DE CÔTÉ POUR F_0 , CONSTRUIRE LE FLOCON F_4 ...

Casse-tête chinois pour grecs et latins

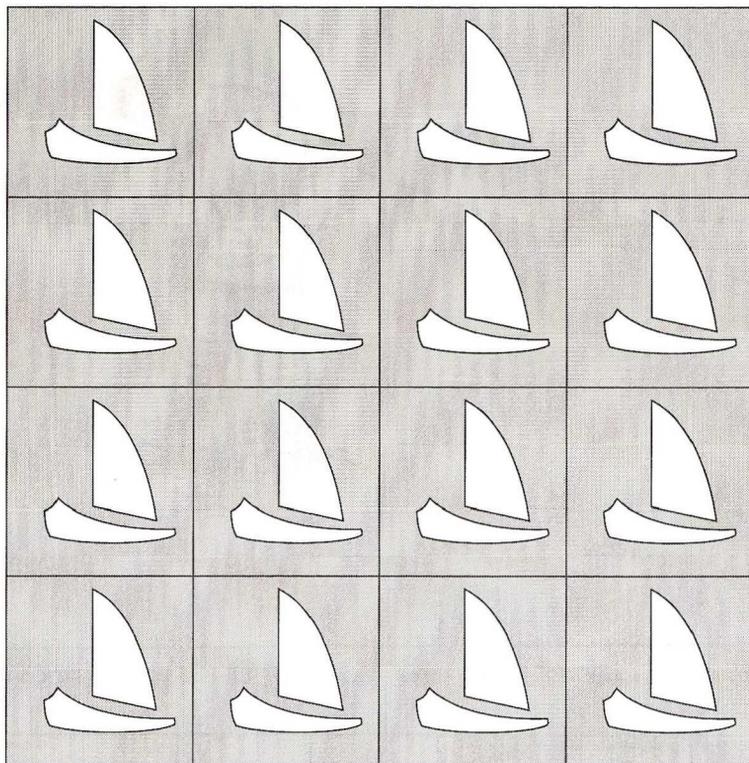
Dans un petit port de l'Adriatique, il y a seize voiliers. Les couleurs de leurs coques et de leurs voiles ont été choisies parmi quatre : blanc, azur, orange et vert. Les seize voiliers sont tous différents : il existe, par exemple, un seul voilier à coque orange avec une voile azur.

Le capitaine du port veut les amarrer en quatre rangées de quatre de telle sorte que dans chaque ligne, chaque colonne, chaque diagonale, les coques soient de couleur différente ainsi que les voiles.

Aidez-le à résoudre ce problème.

Même question pour 25 voiliers et 5 couleurs, 64 voiliers et 8 couleurs, 100 voiliers et 10 couleurs.

16



Claude PAGANO

BULLETIN D'ABONNEMENT

à adresser aux Editions Archimède
11 bis avenue H. Wallon 95100 Argenteuil

Tarif valable jusqu'au 15/12/91

NOM du responsable de la commande :

PRENOM : **N° FFJM** :

ADRESSE :

CODE POSTAL : **VILLE** :

En cas de réabonnement, précisez votre numéro :

Profession : **1** collégien **2** lycéen **3** enseignant **4** autre

ABONNEMENT INDIVIDUEL

TANGENTE Normal 148 F Adhérent : 135 F Etranger + 45 F
1 an - 6 numéros

Le Jeune Archimède 1 an 80 F Adhérent : 60 F Etranger + 30 F
1 an - 6 numéros

PLOT 1 an 100 F Adhérent : 80 F Etranger + 40 F
1 an - 4 numéros

ABONNEMENTS GROUPES

(réservé aux élèves et professeurs - minimum 5)

TANGENTE 135 F par personne **LE JEUNE ARCHIMÈDE** 60 F par personne

Nombre d'abonnements :

Je joins sur papier libre la liste des abonnés à servir avec leur adresse complète.

Je joins un chèque libellé à l'ordre des Editions Archimède

SIGNATURE :



Les énoncés de la finale

La finale internationale du cinquième championnat international des jeux mathématiques et logiques s'est déroulée les 6 et 7 septembre dans un cadre prestigieux des mathématiques : 18 l'Ecole Polytechnique.

Quant à vous, qui n'aviez pas la chance d'être à Palaiseau pour vivre ce moment historique (trois cent cinquante finalistes) nous vous permettons de les découvrir dans les pages qui suivent.

Déjà le sixième

Le palmarès de ce championnat 91 vous sera livré dans le prochain JA. Mais il est déjà temps de penser au prochain. Vous trouverez toutes informations utiles pour la participation à titre individuel dans le numéro hors-série de JOUER A TOUT (parution le 21 octobre dans les kiosques au prix de 26 F), ainsi que les annales de 1991. Les enseignants peuvent d'ores

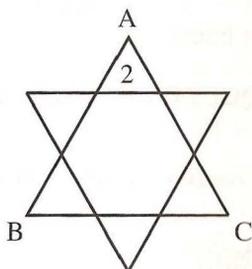
et déjà inscrire leur établissement pour les quarts de finale, en écrivant à la FFJM, 31 avenue des Gobelins 75013 Paris.

Lors du sixième championnat, la phase éliminatoire en établissements scolaires (les "quart de finale") se fera selon deux modalités : "ouverte", il s'agira de problèmes éliminatoires qui circuleront publiquement ; "fermée", avec une sélection en temps limité dans les établissements scolaires. Précisez donc bien en inscrivant votre établissement si vous choisissez l'une ou l'autre des deux formules.

ENONCES DES FINALES DU CHAMPIONNAT DE FRANCE DES JEUX MATHÉMATIQUES

1 - L'ÉTOILE D'ADDITION

(coefficient 1)



Dans la pointe A de l'étoile à six branches ci-contre, on a inscrit le nombre 2.

Pouvez-vous placer, dans chacune des autres pointes, un nombre entier non nul de telle sorte que les six nombres ainsi marqués soient tous différents, et que chacun d'eux soit égal au chiffre des unités de la somme des nombres qui figurent dans les deux pointes voisines ?

Donnez dans l'ordre croissant les nombres à marquer dans les pointes B et C.

2 - LE DESSOUS DES CARTES

(coefficient 2)

Le grand magicien A. Toukaro aime à faire le tour de cartes suivant :

il prend un paquet de 20 cartes, enlève la carte du dessus, et la glisse sous le paquet, puis retourne la suivante sur la table. C'est un as de pique. Il prend la nouvelle carte du dessus, et la glisse sous le paquet, puis retourne la suivante : c'est un as de cœur. Il continue ainsi jusqu'à l'avant-dernière carte du paquet, et, dans l'ordre des couleurs pique, cœur, carreau, trèfle, il fait apparaître successivement les quatre as,

puis les quatre rois, les quatre dames, les quatre valets, et les dix de pique, de cœur, et de carreau.

Il ne reste plus alors qu'une carte qu'il retourne enfin : le dix de trèfle, bien sûr!

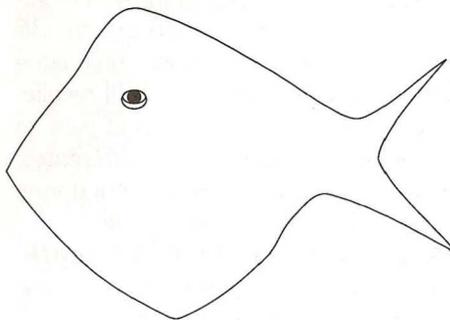
Mais sauriez-vous indiquer, dans le paquet initial, le nom de la 17^{ème} carte, et le rang du valet de carreau, du dix de trèfle, et du dix de cœur ?

On suppose que la carte numéro 1 est celle du dessus du paquet.

3 - DECOUPEZ LE POISSON

(coefficient 3)

Comment découper le poisson ci-dessous en deux coups de couteau rectilignes de façon à ce qu'il soit possible de reconstituer un carré en juxtaposant les trois morceaux obtenus ?



19

On indiquera la découpe sur le dessin.

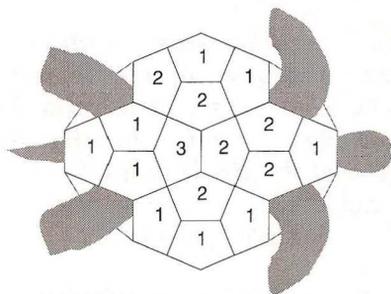
4 - LES PENTAGONES PATAGONS

(coefficient 4)

Au bord d'un lagon patagon, une nouvelle espèce de tortue aquatique, jusqu'alors inconnue, vient d'être découverte. Les écailles, pentagonales, du

dessous de sa carapace, sont aléatoirement claires ou foncées.

Sur chaque pentagone du specimen représenté ci-dessous, on a indiqué le nombre de pentagones adjacents foncés, plus lui-même s'il est foncé (deux pentagones sont considérés comme adjacents s'ils ont un côté commun).



Hachurez les cases foncées de la carapace.

5 - LE MENUISIER GEOMETRE

(coefficient 5)

Un menuisier veut transformer un plateau rectangulaire mesurant 45 cm sur 32 cm en un autre de 40 cm sur 36 cm, par découpage, selon une ligne brisée, en deux morceaux qu'il recollera ensuite. Il observe qu'il peut faire ce découpage de deux façons différentes. Il choisit bien sûr la solution qui donne la ligne de sciage la plus courte.

Pouvez-vous donner, en centimètres, la différence entre ces deux lignes de sciage ?

6 - TRAVERSEE

(coefficient 6)

Les professeurs et les élèves d'un lycée (1991 personnes au total) doivent traverser une rivière. Ils disposent pour cela d'une barque qui ne peut contenir plus de 100 kg. Or chaque élève pèse 50 kg, et chaque profes-

seur 100 kg. Il faut au minimum 4235 traversées pour faire passer tout le monde.

Combien y a-t-il d'élèves dans ce lycée ?

(Attention : un aller-retour compte pour deux traversées.)

7 - DE QUOI EN RESTER BABA

(coefficient 1)

Trouvez deux chiffres A et B, différents l'un de l'autre, tels que le nombre qui s'écrit BABABA soit multiple de AAA, de BBB, et de AB. Pourtant, BA n'est pas un multiple de B.

8 - AMPUTATIONS SUCCESSIVES

(coefficient 2)

Un nombre entier s'écrit, en base dix, avec trois chiffres tous différents. La somme des trois nombres obtenus en supprimant dans le nombre initial, le chiffre des centaines pour le premier, le chiffre des dizaines pour le second, et le chiffre des unités pour le troisième, est égale à la moitié du nombre de départ.

Trouvez ce nombre de départ.

9 - LES TROIS FRERES

(coefficient 3)

Alix, Félix, et Grégorix doivent se partager la propriété familiale. Dans son testament, leur père a exigé qu'ils soient assez perspicaces pour partager son terrain en trois parties de même forme (à un retournement près), de même aire, et de façon que chacun ait accès au puits P sans sortir de sa propriété.

Dessinez les trois parcelles sur le plan du terrain, sachant que le découpage doit suivre les lignes du quadrillage.

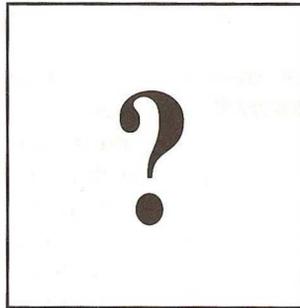
LES DEFIS

Défi : "Provocation à une lutte, à un effort de dépassement".

DICTIONNAIRE ENCYCLOPEDIQUE DE PEDAGOGIE GENERALE.

DÉFI "CARRÉS ET TRIANGLES"

Dessinez un carré et partagez-le en neuf morceaux : 5 carrés identiques et quatre triangles identiques.



Niveau 6^{ème}

DÉFI "AU CENTRE"

On vous demande de placer dans chacune des cases vides un nombre, en sorte que chacun des trois nombres du centre soit égal à la moyenne des deux qui l'entourent.

5			26	
---	--	--	----	--

Niveau 5^{ème}

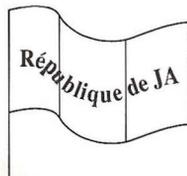
DÉFI "FLAG"

A la recherche d'un pavillon national, le gouvernement de ce nouveau pays propose, comme pour le drapeau français, qu'il soit composé de trois parties.

Les couleurs doivent être empruntés à la liste suivante : Bleu (B), Jaune (Y), Rouge (R), Vert (G) et Blanc (W). Bien entendu, deux parties voisines ne peuvent avoir la même couleur.

Attention, nous n'avons pas dit que cet étendard devait nécessairement être tricolore !

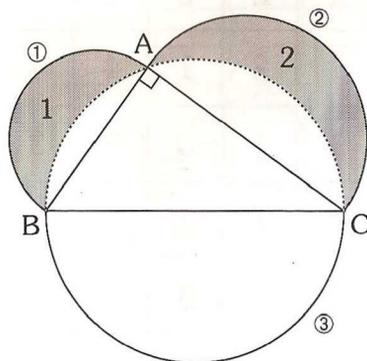
Pouvez-vous nous indiquer combien de drapeaux différents, nous pouvons construire ?



Niveau 4^{ème} - 3^{ème}

DÉFI "HIPPOCRATE "

Nous parlerons bientôt à nos jeunes lecteurs d'Hippocrate de Cos (V^{ème} siècle avant J.C.), ... s'ils le désirent. Ce grand savant de l'Antiquité est nécessairement connu ... de leur médecin ! Pourquoi ? Voici un petit texte que nous dédions à Hippocrate de Chios (V^{ème} siècle avant J.C.) mathématicien à qui l'on doit l'étude de ces lunules. Pouvez-vous démontrer que la somme des aires des "lunules" 1 et 2 (grisées) égale celle du triangle rectangle ABC ?



(①, ②, ③) sont trois demi-cercles construits sur les trois côtés du triangle rectangle ABC. Les arcs en pointillés sont le prolongement du demi-cercle ③).

Niveau 4^{ème} - 3^{ème}

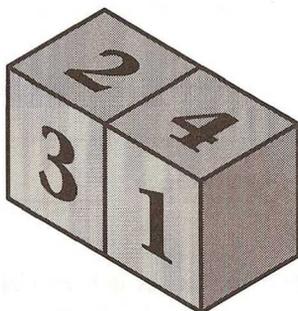
SOLUTION DES DEFIS de J.A. 9

"LE CALENDRIER DE JACQUES"

La solution est très simple, si nous prenons en compte d'une part que nous avons 10 chiffres différents dans notre base d'écriture habituelle (appelée d'ailleurs base 10) qui sont 0, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, et que dans la représentation habituelle (dite arabe), le "6" et le "9" ont, à une symétrie près, le même graphisme.

Une solution est donc :

0 1 2 3 4 5 pour un cube, 0 1 2 6 7 8, pour l'autre.



24

"LES SIX REINES"

Plaçons la reine **1** et appelons 1 toutes les cases menacées par cette pièce.

Plaçons la reine **2** et appelons 2 toutes les cases nouvelles, menacées par cette pièce, ...

Voici une solution :

Pouvez-vous en trouver d'autres ?

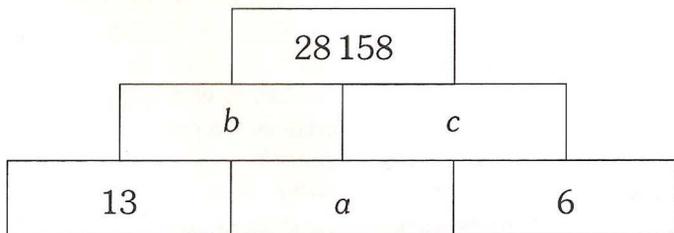
1	2	2	1	2	2
1	2	1	4	4	3
1	1	3	2	3	6
1	1	1	1	1	1
1	1	3	3	3	2
1	2	1	3	5	5

“LES BRIQUES DE JULIEN”

Appelons a , b , c , les trois nombres inconnus.

Trois équations simples telles $6 \times a = c$, ... permettent de trouver les valeurs suivantes :

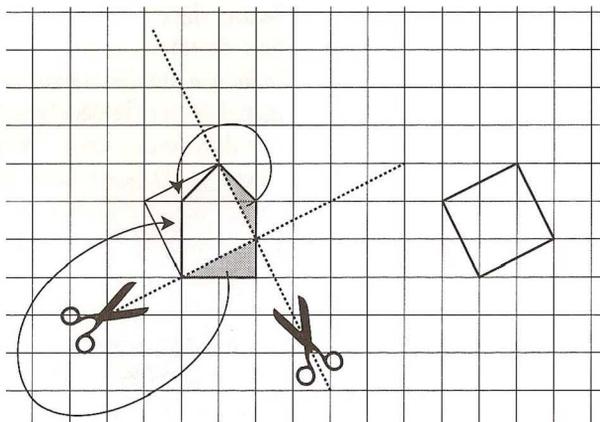
$$a = 19, b = 247, c = 114.$$



“LA MAISON DE PAPIER”

La surface de ce pentagone est de 5 unités. Le carré de même aire a pour côté $\sqrt{5}$.
Le théorème de Pythagore nous donne $5^2 = 3^2 + 4^2$, d'où les deux coupes que nous vous fournissons dans ce dessin.

25



Gérard Vinrich

QUELQUES TOURS DE CARTES (3)

Nous voulons vous proposer ici, pendant quelques numéros, des tours à base mathématique, c'est-à-dire des tours qui réussissent toujours, automatiquement ; sans aucun "tour de main" de prestidigitateur devant le public.

Ecrivez-nous si cela vous intéresse, et si vous en connaissez vous-même, et voulez nous les dévoiler.

LA CARTE FORCÉE

26

Le magicien fait battre le jeu de cartes (32 ou 52) par le spectateur, puis le met dans sa poche en regardant discrètement au passage la carte qui est dessous (mettons que ce soit le valet de cœur).

Ensuite il questionne :

— Dans un jeu de cartes, il y a les rouges et les noires, que préfères-tu ?

— Les rouges.

— Dans les rouges, il y a les cœurs et les carreaux. Que préfères-tu ?

— Les carreaux.

— Donc il reste les cœurs. Dans les cœurs, que préfères-tu, les grosses ou les petites ?

— Les petites.

— Donc il reste les grosses. Tu préfères le valet, la dame ou le roi ?

— La dame.

— Donc il reste le roi et le valet. Que préfères-tu ?

— Le valet.

— Bon, tu veux que je te sorte le valet de cœur de ma poche au bout de combien de cartes ?

— 17.

Le magicien sort alors les cartes une à une, 16 cartes depuis le dessus du paquet (bien faire durer le suspense), puis comme 17^{ème} carte celle qui est sous le paquet. Il a gagné ! Vous avez compris que pendant la discussion, il fallait accepter tout ce qui vous conduisait vers le valet de cœur, et se débarrasser de tout ce qui gênait en disant "donc il reste ...".

UNE SACRÉE MÉMOIRE

Le magicien jette des cartes l'une sur l'autre, faces visibles, en disant qu'il lui faut du temps pour se concentrer. Il demande à un spectateur de l'interrompre quand celui-ci le décidera, mais pas avant une dizaine de cartes. On regarde alors la valeur N de la dernière carte jetée. Les cartes sont rassemblées en un paquet, faces cachées sur le dessus, puis on fait des tas en nombre égal à N, à peu près égaux, sauf le dernier tas que le magicien fait exprès de garder plus gros. Il prend alors la première carte (face cachée) de ce tas et sous prétexte d'égaliser la grosseur de tous les tas, la met sur un des premiers tas, et ainsi de suite avec les 2^{ème}, 3^{ème} ... 7^{ème} cartes.

Il s'exclame :

— Bon, c'est à peu près équilibré.

Il demande alors à un 1^{er} spectateur de prendre la carte située sur le dessus de tel paquet (qu'il sait être la 5^{ème} de tout à l'heure), à un 2^{ème} spectateur celle qui était la 6^{ème}, et à un 3^{ème} spectateur celle qui était la 7^{ème}. Chaque spectateur doit se rappeler sa carte. Le jeu est rassemblé, les spectateurs mettent leur carte où ils le veulent, et le jeu est battu. Le magicien peut alors retrouver la carte de chacun des 3 spectateurs car tout à l'heure il a retenu le nom de la 5^{ème}, de la 6^{ème}, et de la 7^{ème} cartes pendant qu'il les jetait faces visibles.

Si vous avez une bonne mémoire, vous pouvez faire ce tour à plus de 3 spectateurs en même temps, pourquoi pas 5 ou 8 ? (C'est une question d'entraînement.)

Plutôt que de chercher banalement la carte choisie dans le paquet, on peut la faire saisir par le spectateur concerné lui-même. Le magicien écarte dans ses mains les cartes en éventail, faces visibles pour lui, et quand il a repéré des yeux où est la carte choisie, il place son index droit derrière. Puis il pose les cartes faces cachées sur la table, touchant toujours de l'index la carte, il peut se permettre de déplacer les cartes sur la table à condition de ne pas perdre de vue celle qui l'intéresse. Il demande finalement au spectateur

de choisir à l'endroit repéré sa carte. (La faire nommer au spectateur avant qu'il ne la retourne, c'est plus attrayant pour les autres spectateurs.)

Voilà, bonne réussite !

Allez, un dernier petit tour pour finir :

LES DAMES ET LES ROIS

Le magicien sort les 4 dames et les 4 rois du jeu, et en fait un tas. Il demande à un spectateur de couper. Puis à un autre. Et à autant de spectateurs qu'il y en a.

Le magicien prend les cartes, les met dans son dos puis pose sur la table une dame et son roi (par exemple dame et roi de pique), puis un deuxième couple, un troisième et le dernier.

Malgré toutes les coupes il a réussi à reconstituer les vrais couples !

Comment a-t-il fait ?

C'est très simple, il suffit au départ de ranger les dames puis les rois dans le même ordre, par exemple pique, cœur, carreau, trèfle. Quand on coupe, le décalage entre une dame et son roi n'est pas changé. La 1^{ère} et la 5^{ème} cartes sont de la même famille, la 2^{ème} et la 6^{ème} aussi, etc. Dans votre dos, il suffit de partager en 2 tas de 4 les cartes et de prendre dans chacun des petits paquets la carte de dessus pour avoir un premier couple, et ainsi de suite.



CUANTOS SON ?

Pedro tiene la misma cantidad de hermanas y de hermanos. Sin embargo, su hermana tiene dos veces menos hermanas que hermanos.

¿ Cuántos hermanos y hermanas hay en esta familia ?

Respuesta : 4 hermanos y 3 hermanas.

UNA SIESTA IMPREVISTA

El tren ya estaba en la mitad de su trayecto, cuando un pasajero decide hacer una pequeña siesta. Unos minutos después él se despierta. En este momento, el tren no le quedaba hacer más que la mitad de la distancia recorrida durante la siesta de nuestro personaje. Calcular la distancia recorrida por el pasajero durante su pequeña siesta.

Respuesta : El pasajero ha dormido durante los $\frac{2}{3}$ de la segunda mitad del trayecto, es decir, durante $\frac{1}{3}$ del trayecto total.

THE BRICKLAYERS

A contractor estimated that one of his two bricklayers would take 9 hours to build a certain wall and the other 10 hours. However, he knew from experience that when they worked together, 10 fewer bricks got laid per hour. Since he was in a hurry, he put both men on the job and found it took exactly 5 hours to build the wall. How many bricks it contain ?

Extrait de *Mathematical Bafflers* de **Angle Dun** (Dover Publications).



LE DÉCOUPAGE DE DIDON

Sans doute savez-vous que la ville de Carthage fut détruite par les Romains, mais connaissez-vous une légende se rapportant à sa construction ?

La Reine Didon, fuyant un sort contraire, avec quelques bateaux, arriva près d'une côte qu'elle jugea habitable. Ses hommes à peine débarqués, il fallut se rendre à l'évidence. L'endroit était habité, les indigènes hostiles. De l'autre côté le chef des autochtones, voyant tous les guerriers de Didon, fut inquiet et préféra négocier. Se sentant malgré tout en position de force, il imposa ses conditions à la Reine Didon : "Nous tolérons votre installation ici mais votre territoire ne devra pas excéder celui que l'on peut entourer avec ceci !" et il lança une peau de bête sauvage aux pieds de Didon. Didon resta longtemps songeuse, puis elle imagina un découpage si astucieux que tous les hommes purent mettre pied à terre*...

L'histoire allait pouvoir prendre son cours!

* et ceci, bien avant l'invention des fractales!

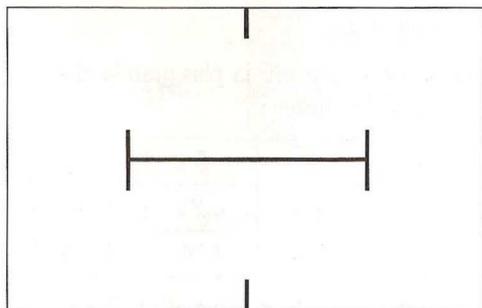
Découvrons le principe astucieux du découpage de Didon sur un rectangle de 10 sur 16. Il s'agit, en fait, de faire un trou dans ce rectangle... et de passer à travers !

per sont en gras. A vous de juger l'efficacité croissante de ces découpages (ne pas oublier que les dimensions de notre rectangle initial sont fort modestes !).

Voici quatre découpages possibles avec des **finesses** différentes. Les parties à décou-

A vos ciseaux!

Découpage 1



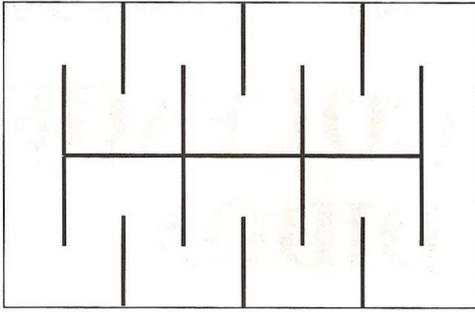
— : partie à découper



largeur de la bande : 4 (unités)

longueur de la bande : 14

Découpage 2



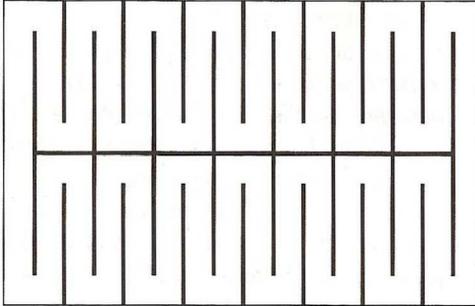
— : partie à découper



largeur de la bande : 2 (unités)

longueur de la bande : 54

Découpage 3



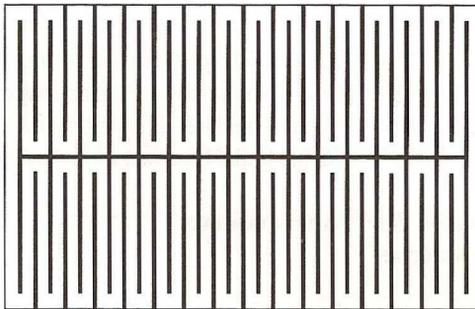
— : partie à découper



largeur de la bande : 1 (unités)

longueur de la bande : 134

Découpage 4



— : partie à découper



largeur de la bande : 0,5 (unités)

longueur de la bande : 294

ET MAINTENANT A VOS CALCULETTES !

Connaissant une longueur de bande on peut découvrir la plus grande aire à entourer...
Voici en poursuivant l'étude, quelques valeurs trouvées :

	1	2	3	4	5	6	7
largeur l	4	2	1	0,5	0,25	0,125	0,0625
longueur L	14	54	134	294	614	1254	2534

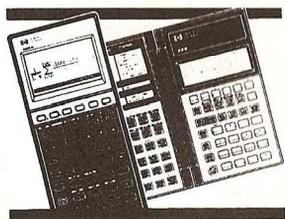
Pouvez-vous poursuivre en découvrant **une loi de formation de L ?**

Francis Gutmacher

AF2I

hp HEWLETT
PACKARD

Calculateurs de poche



Une rentrée sans problèmes

Bénéficiez de la performance technologique
des calculatrices Hewlett-Packard

BON DE COMMANDE

à retourner à : AF2I - 42 rue Louis Calmel - 92230 Genevillier - Tél : 47 98 53 53
avec votre paiement par chèque libellé d'AF2I

NOM :

Prénom :

adresse :

.....

.....

Désignation	Prix unitaire TTC	Qté	Total TTC
HP 20 S	240,00 Frs
HP 32 S	520,00 Frs
HP 28 S	1230,00 Frs
HP 48 S	1850,00 Frs
HP 48 SX	2800,00 Frs
Tome 1/28 S	180,00 Frs
Tome 2/28 S	160,00 Frs
Tome 1/48 S	180,00 Frs
Tome 2/48 S	160,00 Frs
Total TTC		
J'ai commandé une HP 48 S ou SX. Je reçois le manuel Tome 2/48 S			Gratuit
Frais de port : total TTC < 1000,00 Frs = 25,00 Frs total TTC > 1000,00 Frs = franco		
Total général TTC		

Livraison : 48 h à réception de commande

Cadeau

Double garantie

● Garantie 3 ans

● Garantie examens ;

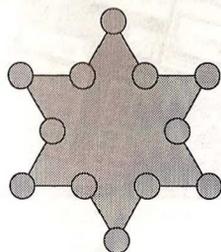
échange standard de la machine sous 48 h avec copie de la convention

Pour maîtriser ces machines prodigieuses que sont les calculatrices HEWLETT-PACKARD 28 S - 48 S - 48 SX, quatre livres originaux et pratiques sont édités pour vous. Vous y trouverez des méthodes pédagogiques et des formules pour connaître à fond ces machines et en tirer le maximum d'enseignements.

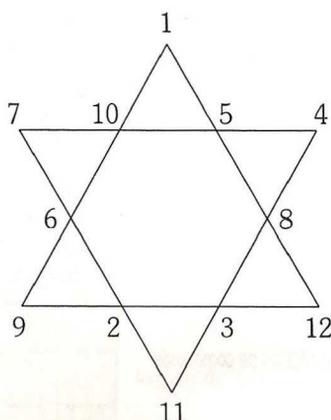
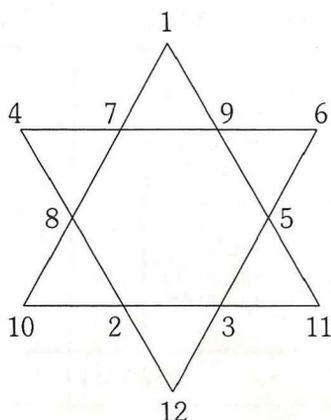
Solution du concours de JA 9

L'ÉTOILE MAGIQUE

Aux 12 sommets de cette étoile, écrire un nombre compris entre 1 et 12 (chacun de ces 12 nombres est utilisé une seule fois), de sorte que la somme de 4 nombres alignés soit la même sur chacune des 6 branches de cette étoile.



Voici deux solutions différentes à ce concours ; différentes, car vous remarquerez qu'il n'est pas possible de superposer ces étoiles, ni en effectuant une rotation de l'une par rapport à son centre, ni par retournement, ...



Il n'est pas simple de construire une telle étoile !

Nous pouvons remarquer que la somme des 12 premiers entiers est 78, que si l'on effectue la somme de six alignements, chaque nombre est compté deux fois.

Pour chaque alignement la somme est donc $(78 \times 2)/6$ soit 26. Reste à trouver ces six quadruplets dont la somme est 26 !

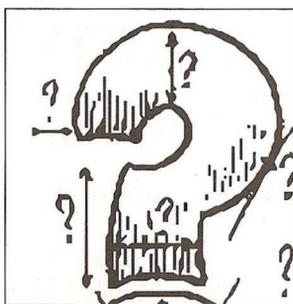
Mais il est très simple à partir d'une (à fortiori deux) étoile (s) d'en construire d'autres, si on s'abstient d'avoir cette contrainte d'utiliser les 12 premiers nombres entiers.

Quelques exemples

Prenez une de ces étoiles, ajoutez 4 (ou 2 ou 3 ...) à chacun des nombres qui la composent, ... Concluez.

Prenez une de ces étoiles, multipliez chacun de ses nombres par un même nombre ! ... Concluez.

Prenez deux étoiles, additionnez-les, sommet par sommet ! Concluez.



11 bis allée H. Wallon 95100 Argenteuil
Co-édité par POLE S.A.R.L. 19 rue Poliveau 75005 Paris et par la
S.A.R.L. Editions Archimède 11 bis allée H. Wallon 95100 Argenteuil
© 1991.

Commission paritaire : AS 71494 - Dépôt légal à parution.

Imprimé par Imprim'tout, Rue de Roubaix, 292, Mouscron Belgique.

Directeur de la publication : Gilles Cohen

Gestion, Abonnements : Joseph Césaro

34 Direction de la rédaction (auteur) : Association pour le Développement
de la Culture Scientifique (A. D. C. S.)

BP 222, 80002 Amiens Cedex

Rédacteur en chef : Francis Gutmacher

Responsables des rubriques : Gérard Oudenot (Astronomie)

André Viricel, Gérard Vinrich, Yves Roussel (Mathématiques),

Jean-Marie Becker (Informatique), Didier Cauchy (Physique-Chimie),

François Marat (Sciences naturelles), Jean-Michel Hubert (Philatélie)

Conseiller de la rédaction et P.A.O. : Francis Casiro

Dessins : Géraud Chaumeil, Francis Casiro, Jean-Pierre Petit

Régie de publicité : Ariane Sponsorégie, 16 rue Colisée 75008 Paris

Tel : 42 25 05 55. Chef de publicité : Julie Hubert

Ecrivez à l'ADCS

— Pour les collections anciennes du Petit Archimède, ou celles du
Nouvel Archimède

— Pour le numéro "spécial π " du Petit Archimède

— Pour proposer vos articles, solutions, et tout courrier concernant
la rédaction.

En kiosque le 21 octobre

JOUER

A TOUT

HORS SÉRIE N°2

SPECIAL JEUX MATHÉMATIQUE

Au sommaire

HISTOIRE : De l'antiquité à nos jours

MORCEAUX CHOISIS : Les plus beaux jeux connus et inconnus

ANNALES : Tous les problèmes du cinquième championnat

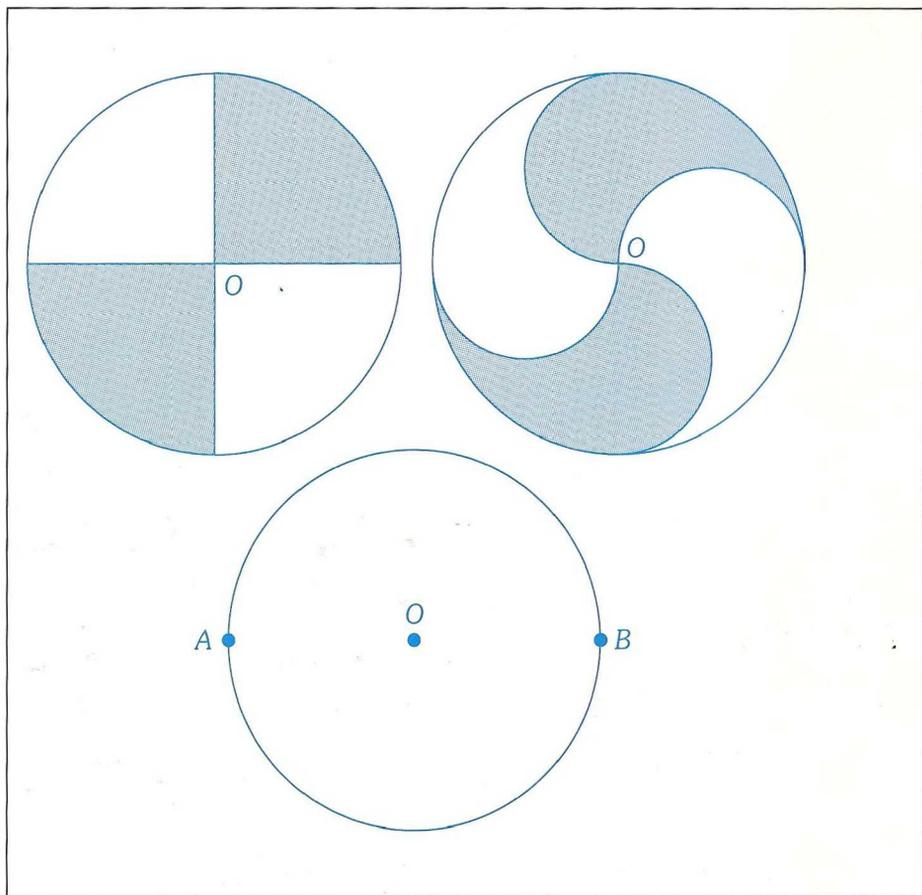
EXCLUSIF : Bulletin de participation individuelle au sixième championnat international de France (500 000 F de prix).

Et dans JOUER JEUX MATHÉMATIQUES numéro 4 (parution début octobre, uniquement par abonnements), les quarts de finale scolaires du Championnat, ainsi qu'un dossier sur les casse-tête.

Bulletin d'abonnement page 2

En supplément à **JOUER A TOUT N° 4**
Le guide complet des jeux de Noël

CONCOURS



COUPER LE CERCLE EN QUATRE

Un cercle peut être découpé en quatre parties de même aire de différentes façons, deux d'entre elles sont illustrées ci-dessus.

Pouvez-vous tracer trois courbes de même longueur, ayant A et B pour extrémités, ne se coupant pas ailleurs qu'en A et B, et divisant le cercle en quatre parties de même aire ?

Cinq personnes tirées au sort parmi celles qui nous auront envoyé la bonne réponse gagneront une affichette B.D. mathématico-humoristique Tangente.

Adresser le courrier à l'A.D.C.S. BP 222 ; 80002 Amiens Cedex