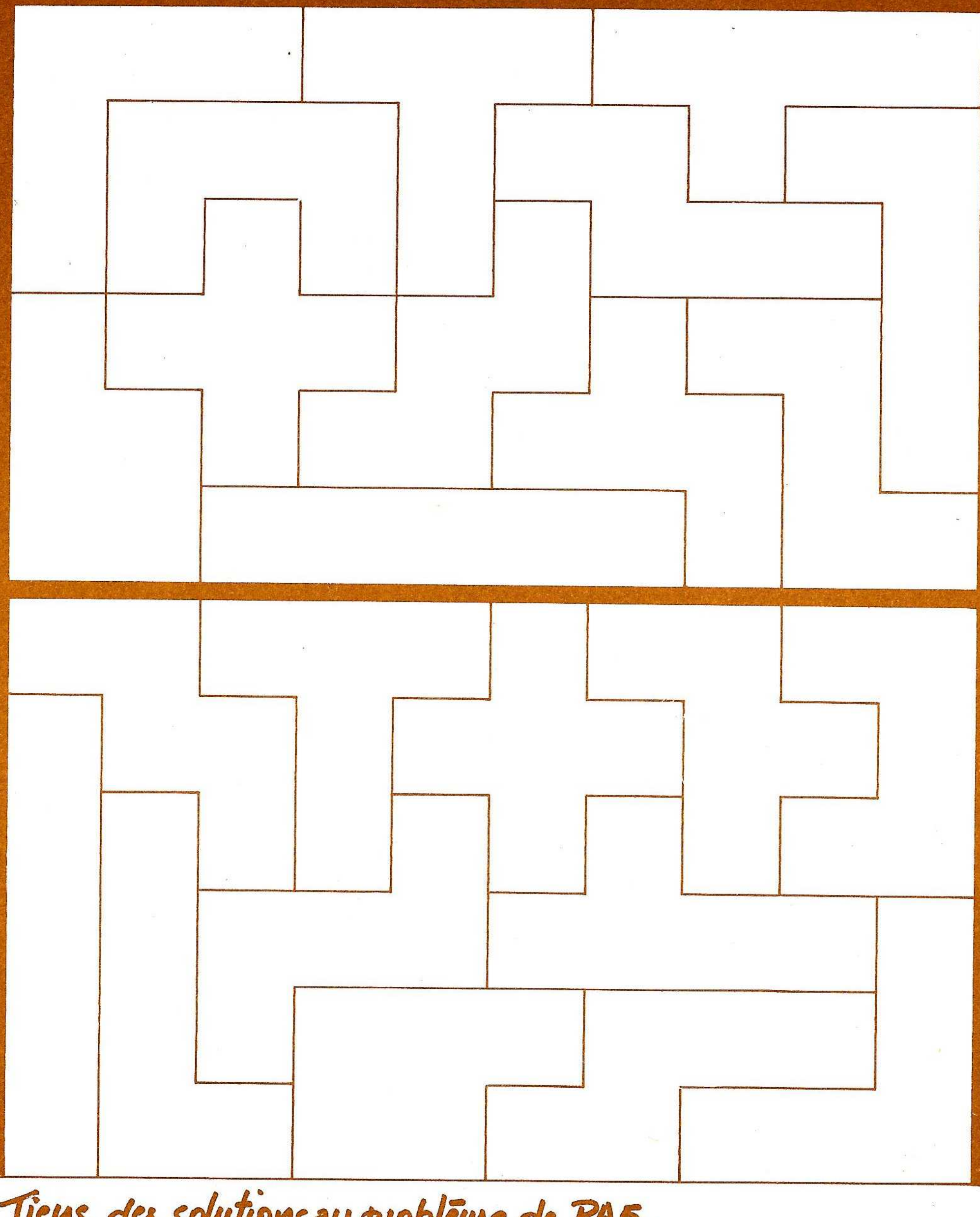
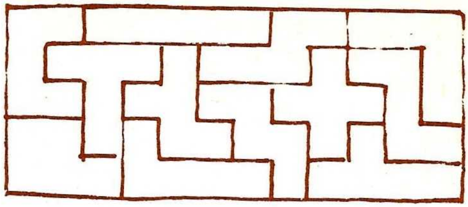
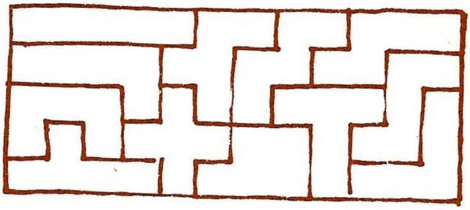
LE PETIT ARCHIMEDE
n°8

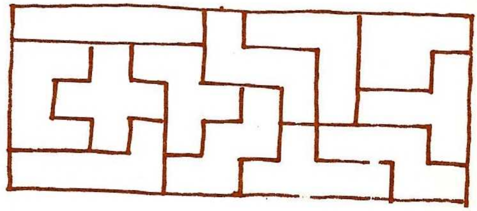


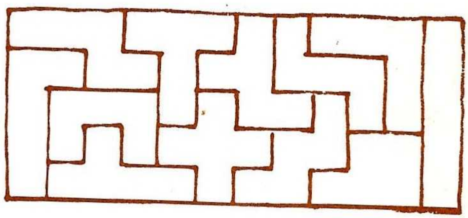
Tiens, des solutions au problème de PA5.

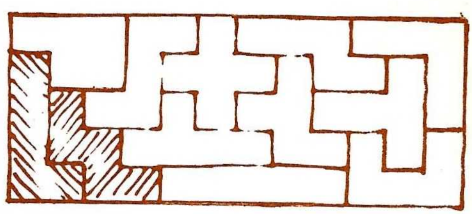
Tiens, des solutions au problème des pentominos de PA5 (page 83)

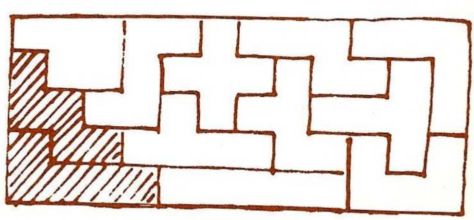












SOMMAIRE

CHRONIQUE DE LA TETE EN L'AIR

GAMMA un point... et ce n'est pas tout !

Le Soleil est passé au point gamma 1974 le 21 mars à 0 h 07 (TU) soit 1 h 07 de nos horloges. «Et alors ? dites-vous ; gamma, c'est un point désigné par la lettre grecque γ , un point, c'est tout». Non, ce n'est pas tout ; si j'osais, je dirais que c'est le point de départ de toute l'astronomie de position.

D'abord, ce point, que représente-t-il ? La position apparente du Soleil à la date précisée sur la sphère céleste cette sorte d'écran sur lequel nous voyons se projeter les astres que nous observons. C'est donc un des points d'intersection de la trajectoire apparente du Soleil sur cet écran, le grand cercle dénommé écliptique, et de l'équateur céleste. On l'appelle équinoxe de printemps ; le deuxième point d'intersection est l'équinoxe d'automne. Si nous abandonnions le point de vue de l'observateur, on pourrait dire qu'à chaque équinoxe, le plan de l'équateur terrestre passe par le centre du Soleil : du 21 mars au 23 septembre, le Soleil sera du côté boréal par rapport à ce plan, ce qui correspond aux saisons du printemps et de l'été où dans notre hémisphère, nous bénéficions d'un jour plus long que la nuit.

Sachant quel rôle important les saisons jouent dans notre existence, il aurait été naturel de faire commencer l'année à la date d'un équinoxe. C'est ce qu'avait tenté le calendrier républicain dans lequel l'année débutait le jour de l'équinoxe d'automne (le 23 septembre). Il nous reste quelque chose de la même idée : décembre ou dixième mois de l'année si celle-ci commençait en mars...

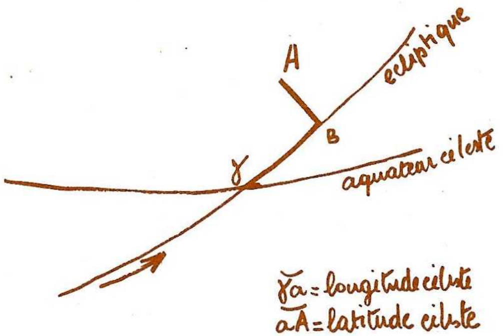
En tout cas, pour évaluer la durée d'une année, nous avons un bon moyen : comparer les dates des équinoxes de même nom en 73 et en 74 :

	1973
printemps	*20-03 à 18 h 13*
automne	*23-09 à 4 h 21*
	1974
printemps	*21-03 à 0 h 07*
automne	*23-09 à 9 h 59*

printemps	*365 j 5 h 54 mn $\simeq$ 365,245 j*
automne	*365 j 5 h 38 mn $\simeq$ 365,2346 j*

Les différences S seront appelées des «années de saisons» ; une étude sur un plus grand nombre d'années montrerait leur variation irrégulière (au moins en première apparence) autour de la valeur moyenne appelée année tropique soit 365,2422 j. Pourquoi ces variations mises en évidence par deux calculs de γ ? Ce n'est pas le moment d'en discuter mais j'invite le lecteur à y réfléchir.

La table précédente nous fournit encore un renseignement intéressant. Durée du printemps et de l'été 73 : 185 j 10 h 08 mn ; et en 74 : 185 j 9 h 52. Vous observez une variation du même ordre de grandeur que celle qui affecte l'année des saisons. Par contre, si vous comparez avec la durée de l'automne et de l'hiver qui viennent de passer soit 177 j 19 h 46 mn, vous constatez, ce que vous saviez peut-être déjà comme les Babyloniens il y a plus de trois mille ans, l'inégalité des saisons.



Depuis ces mêmes Babyloniens, le repérage du point gamma par rapport à quelques étoiles «fondamentales» et, par rapport à lui, celui des étoiles et des planètes sont effectués avec grand soin. En prenant gamma pour origine sur l'écliptique, on définit la longitude (céleste) d'un astre et sa latitude (céleste), cette dernière marquant son écart angulaire avec le plan de l'écliptique. Beaucoup de siècles plus tard, le Grec Hipparque qui fit la plupart de ses observations soit de Rhodes soit d'Alexandrie environ 150 ans avant notre ère, remarqua que d'année en année, les latitudes célestes des étoiles ne varient pas alors que les longitudes croissent régulièrement. Il fallait le soin que Hipparque apportait à toutes ses observations, la rigueur de l'analyse critique qu'il faisait de ses mesures pour déceler un décalage annuel inférieur à une minute d'angle. En fait, Hipparque annonça un décalage annuel de 36" alors que selon les mesures modernes on peut dire : la précession des équinoxes est de 50",26 par an. Du temps du vieil empire babylonien, le point gamma se trouvait dans la constellation du Taureau ; au temps de Hipparque, il était dans celle du Bélier ; de nos jours, il est dans celle des Poissons.

Comment, de ces apparences, déduire les mouvements réels de la Terre ? Aussi complexe que soit la question, elle est évidemment beaucoup plus simple pour nous que pour les Anciens. Nous sommes tous persuadés que la Terre se déplace autour du Soleil. Il reste donc à composer trois mouvements : la rotation de la Terre autour de son axe des pôles en 23 h 56 mn, la translation de son centre autour du Soleil en 365 j 6 h 9 mn soit environ 365,2564 j (un peu plus que l'année tropique du fait de la précession des équinoxes) et enfin le lent mouvement de l'axe de la Terre en 26 000 ans qui, justement, explique le phénomène de la précession.

Il est tout de même permis de s'étonner, de s'émerveiller, que dès l'Antiquité grecque, ont ait eu de ces réalités une conception aussi claire ; plus de seize siècles avant Newton ! Ce point gamma, quand on y pense...

K. MIZAR

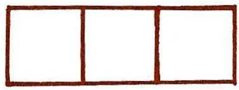
polyominoes* (voir PA 5 page 83)

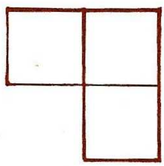
Ils sont célèbres depuis l'étude de Solomon W. Golomb, entreprise en 1953 à Harvard.

*Il s'agit toujours comme dans le cas des Pentominoes de juxtaposer N carrés (dans PA 5**, N = 5) de manière à ce que chacun ait au moins une arête commune avec un autre.*

pour N = 2, on ne peut former qu'un «dimino»

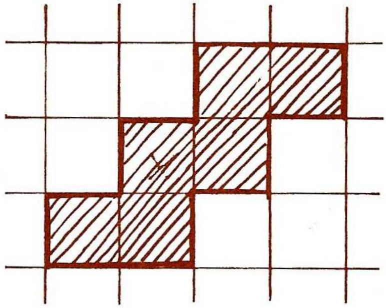
pour N = 3, voici les deux seuls «triminoes»





Mais pouvez-vous préciser pour N = 4, N = 6, N = 7, N = 8 ... le nombre de polyominoes que l'on peut construire (on les appellera des tétraminoes, hexominoes, heptominoes, octominoes...).

Voici un hexomino ; c'est le «développement d'un cube».



Pouvez-vous me fournir tous les hexominoes correspondant aux développement du cube ?

* *Nous avons ici adopté l'orthographe anglaise.*

** *Avez-vous remarqué la grossière erreur du premier schéma page 83 ? Un pentomino avec N = 1 !*

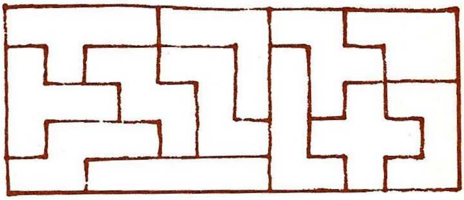
Production du complexe Archimédien Agen - Amiens

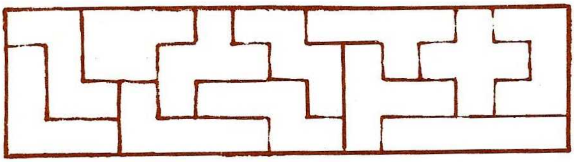
Tiens, tiens, des solutions au problème de PA 5

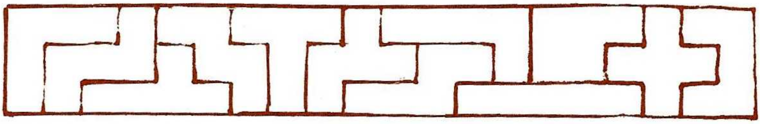
Mais ici PA vous fournit des exemples pour 4 dimensions différentes de rectangle.

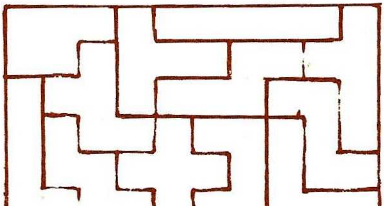
Qui pourra pour une dimension, donner toutes les solutions ? Il sera bien avisé de nous dire comment il a opéré !

(Un lecteur m'avise que l'on a trouvé les 2339 solutions correspondant au rectangle 6 x 10. PA aimerait en savoir plus ! Et vous ?)









A
U
J
O
U
R
D
HIER
U
DEMAIN

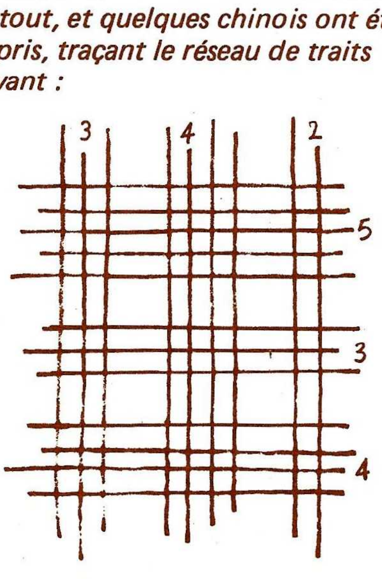
ou Eléments d'Histoire des Sciences

III LA MULTIPLICATION

PA 5 et PA 6 vous en ont déjà parlé et nous retournerons de nouveau en Chine. Il nous faut en effet rechercher ces techniques simples là où elles apparurent réellement. Parions que nous reparlerons de faits appartenant aux grandes Civilisations Chinoises, Arabes,... Mais nous saurons aussi, sans souci d'éventuelle chronologie sauter allègrement dix siècles tout en changeant de continent !

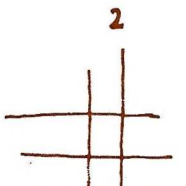
Ce texte a la même origine que celui de PA 5.

...Mais les bonnes idées se trouvent partout, et quelques chinois ont été surpris, traçant le réseau de traits suivant :

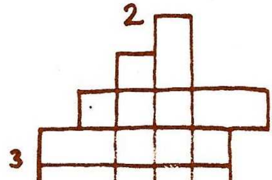


On les a vu ensuite compter les points d'intersection situés sur une même diagonale (/), en commençant par le bas à droite et en tenant compte des retenues.

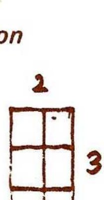
Cette façon de visualiser les produits par des lignes se croisant, ou, de façon équivalente, par des rectangles, va nous permettre de «montrer» le bien-fondé des précédentes dispositions :

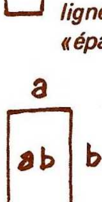


six points d'intersection

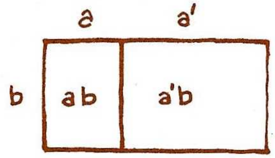


lignes «épaissies»

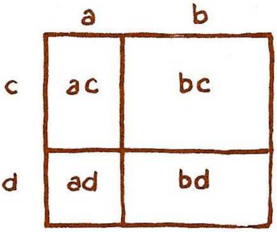




1ère étape : Image de la distributivité



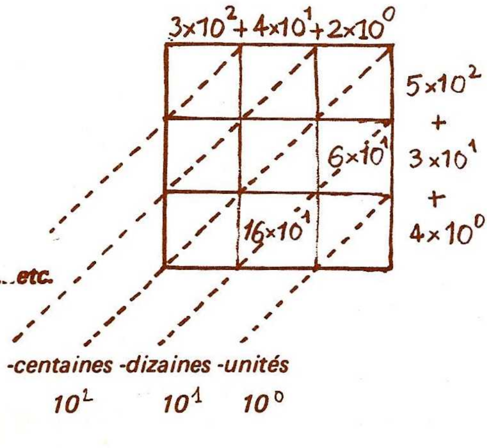
(a + a') x b
= ab + a'b



(a + b) x (c + d)
= ac + bc + ad + bd.

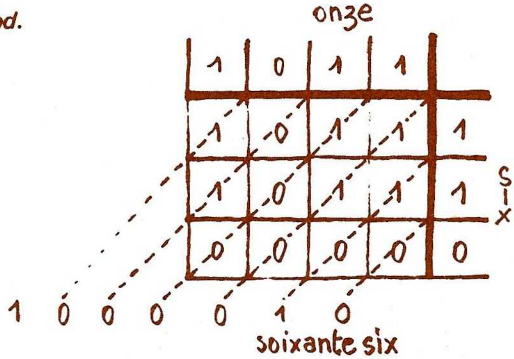
2ème étape : L'écriture d'un nombre :
342 signifie :
3 centaines + 4 dizaines + 2 unités.
342 =
$3 \times 10^2 \quad + 4 \times 10^1 \quad + 2 \times 10^0$.

3ème étape : Multiplication de :
$3 \times 10^2 \quad + 4 \times 10^1 \quad + 2 \times 10^0$
par :
$5 \times 10^2 \quad + 3 \times 10^1 \quad + 4 \times 10^0$

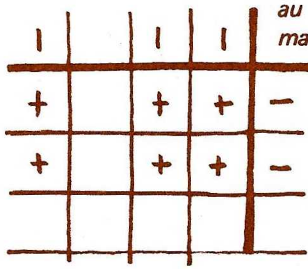


Le résultat de la multiplication est figuré par la «mesure» du carré ci-dessus, laquelle, en vertu de la première étape, est égale à la somme des «mesures» de chaque petit carré (que l'on additionne donc d'abord, par unités, puis par dizaines,...).

Et si nous changeons de base !
Rien dans ce qui précède n'est attaché à la base 10. Voici une multiplication en base 2. Qui peut trouver façon plus simple ?



et stylisé au maximum



et il suffit de compter les croix en diagonale

Les PB du PA.

Tout finit par arriver : cette rubrique, elle aussi, semble sortir du bain. Des lecteurs commencent à envoyer solutions et suggestions... et protestations. C'est très bien ainsi. Pour répondre à leur désir, voici des solutions.

PB 1 (Belle Marquise) - posé dans PA 4

Les 5 groupes de mots suivants doivent respectivement rester ensemble : « Belle Marquise », « vos beaux yeux », « me font », « mourir », « d'amour ». On peut permuter ces groupes de toutes les façons possibles, ce qui donne 5! = 120 phrases. Mais de plus, on peut permuter les mots « Belle » et « Marquise » ainsi que « beaux » et « yeux ». Ce qui donne :
120 x 2 x 2 = 480 phrases. Pour M. Puissegur, de Nevers, on peut aussi écrire « beaux, vos yeux », et alors on trouve 120 x 2 x 3 = 720.

De plus, il considère des phrases telles que : « Beaux, belle Marquise, vos yeux d'amour me font mourir », qui apportent 192 possibilités supplémentaires, ou « à la rigueur » : « Belle Marquise, beaux, me font mourir vos yeux », qui compte pour 36. Soit en tout :
720 + 192 + 36 = 948. Et vous, qu'en pensez-vous ?

PB 9 (Epitaphe de Diophante) - PA 5

Jusqu'à son mariage, Diophante a vécu $\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{7}=\frac{11}{28}$ de sa vie. Si on appelle V la durée totale de sa vie, on a : $\frac{11}{28}V+5+\frac{1}{2}V+4=V$. C'est une équation qui se laisse résoudre et qui donne V = 84 ans (Solution de Prince et Wolgust, élèves de 2[e] C au L.E.M. de Noisy-le-Sec).

PB 12 (Les joueurs d'Euler) - PA 6

On appelle A le joueur qui perd la première partie, B celui qui perd la seconde, C celui qui perd la troisième. Soient x, y, z leurs avoirs au début de la partie. On peut dresser le tableau suivant :

	Début	Fin de la 1e partie	Fin de la 2e partie	Fin de la 3e partie
Avoir de A	x	x−y−z	2(x−y−z) = 2x−2y−2z	2(2x−2y−2z) = 4x−4y−4z
Avoir de B	y	2y	2y−(x−y−z)−2z = −x+3y−z	2(−x+3y−z) = −2x+6y−2z
Avoir de C	z	2z	4z	4z−(2x−2y−2z)−(−x+3y−z) = −x−y+7z

Ce qui nous donne le système suivant à résoudre :

$$\begin{cases} 4x - 4y - 4z = 40 \\ -2x + 6y - 2z = 40 \\ -x - y + 7z = 40 \end{cases}$$

La somme des trois avoirs est constante au cours des trois parties : on peut remplacer l'une des trois équations par $x + y + z = 120$. On peut résoudre ce système assez facilement par addition, et on a : $x = 65$, $y = 35$, $z = 20$. (Solution de Pham, élève de 2^e C au LEM de Noisy-le-Sec).

C'est très bien, mais M. Puissegur suggère une solution plus commode, en commençant par la fin. Pourriez-vous trouver cette méthode et l'appliquer au même problème, mais à quatre joueurs, ou plus... ?

Je n'ai parlé que de trois énoncés qui ont suscité des contributions de lecteurs. Mais il y a peut-être, ailleurs qu'à Noisy, des lycéens qui s'intéressent à cette rubrique... **Qu'ils écrivent !** *Qu'ils envoient des solutions, mais aussi qu'ils posent des questions, qu'ils critiquent. Nous publierons rapidement des solutions de tous les énoncés* **qui auront entraîné des réactions.**

Plusieurs énoncés peuvent être attaqués simplement, sans idée préconçue, en expérimentant, en multipliant les exemples : par exemple les PB 7, 10, 13, 14. Pour d'autres, une petite remarque préalable peut orienter les recherches. Par exemple, pour le PB 4, choisir un nombre **pair** *et tenter de le rendre premier en modifiant un seul chiffre (lequel, dans ce cas ?). Pour le PB 2, remarquer qu'un angle aigu varie comme sa tangente. Pour le PB 3, on veut au moins un carré, c'est-à-dire un ou deux. Pour le PB 6, se souvenir de l'aire d'un triangle, même si la géométrie est la parente pauvre des nouveaux programmes. Pour le PB 5, penser à Archimède, au grand Archimède : c'est la moindre des choses, non ? Etc... etc... Même si vous n'avez pas résolu un PB complètement (mais un problème peut-il être complètement résolu ?) vos idées sont précieuses : ne les gardez pas pour vous.*

Par exemple, M. Huguetto, de La Roche la Molière, envoie quatre pages de critiques constructives et de suggestions. Que nos lecteurs - en particulier les jeunes - fassent comme lui, c'est ainsi que vivra notre rubrique.

Pour terminer, voici un énoncé proposé par M. Huguetto.

PB 15

Soit un triangle ABC et un point M situé sur le périmètre de ce triangle (par exemple sur le côté AB). Comment peut-on construire une droite passant par le point M et partageant le triangle en deux surfaces d'aires égales ? Combien y a-t-il de solutions ?

Mêmes questions pour un quadrilatère ABCD convexe ? Peut-on généraliser à un polygône convexe quelconque ?

J'attends vos lettres, amis lecteurs :

Roger CUCULIERE, Lycée d'Etat Mixte, 205, rue de Brément, 93130 NOISY-LE-SEC.

Les malheurs de Zizi...

Mon papa y m'a dit comme ça :

«Zizi, j'veux qu'tu soyes une fille bien, qu'tu saches t'faire valoriser dans l'beau monde. T'as encore chopé un zéro en autogaffe. Alors, écoute-moi bien, pour te punir et pour t'apprendre à aimer la belle littérature, dimanche après-midi, tu m'copieras tous les noms qui sont à la fois dans l'acte 1, scène 2 d'ATHALIE, dans l'acte 2, scène 3 de BERENICE et dans l'acte 3, scène 1 de CLITANDRE. T'ajouteras à cette liste tous les noms de l'acte 1, scène 2 d'ATHALIE, aprè(s) en zavoir enlevé ceux de l'acte 3, scène 1 de CLITANDRE et ceux de l'acte 2, scène 3 de BERENICE. Tu m'suis ? Puis tu compléteras ce qu't'auras fait avec tous les noms qui sont à la fois dans l'acte 1, scène 2 d'ATHALIE et dans l'acte 3, scène 1 de CLITANDRE dont t'auras biffé auparavant tous les mots qui sont dans l'acte 2, scène 3 de BERENICE. Puis, n'oublie pas, t'ajouteras encore à tout ça la même chose mais en remplaçant CLITANDRE par BERENICE et BERENICE par CLITANDRE.

Enfin, fais attention, dans c'que t'auras écrit, t'effaceras tous les mots qui sont dans ATHALIE, même acte et même scène que j'ai dit tout à l'heure. Et tâche de m'remettre une copie propre sinon j'te passe une torgniole. Quand tu s'ras grande, tu m'remercieras pour tout c'que j'ai fait pour toi».

— Je lui ai rendu une copie blanche toute propre et j'ai ramassé quand même ma torgniole. C'est pas juste !

Qu'en pensez-vous ?

Y.G.

Paper folding and calculations.

(suite du PA 7)

Tout scientifique doit savoir se documenter et par conséquent se reporter aux textes originaux. Ceux-ci ne sont évidemment pas forcément en français : la science n'a pas de patrie ni de langue véhiculaire privilégiée. C'est pourquoi PA 7 a publié un article en anglais dont voici la seconde partie. Son auteur, dont le nom, nous nous en excusons, a malencontreusement sauté lors de la mise en page, est notre éminent ami Trevor FLETCHER qui fut le fondateur de la revue Mathematics Teaching et qui est un des plus actifs animateurs de tout ce qui se fait de mieux pour l'enseignement mathématique en Grande-Bretagne. Il est l'auteur du livre (traduit en français) L'Algèbre linéaire par ses applications (CEDIC éditeur).

Today most numerical calculation is done with the aid of computers or with smaller electronic calculators. Whilst expensive machines will do very elaborate calculations there are a number of cheap electronic calculators which have a square root facility, but which cannot be used directly to compute cube roots or seventh roots. Is there any way of using these machines for these purposes ?

Yes ! the methods we have just been discussing apply ! Suppose that given some number n we wish to calculate $\sqrt[5]{n}$. Imagine that we are using a slide rule. The square root of a number n is situated half way between the point marked n and the left hand end of the scale which is marked 1. Similarly the point $\sqrt[5]{n}$ is situated 1/5 of the way along.

All of the previous work applies, but whereas previously the digit 0 had to be interpreted as an instruction to fold in the left hand end of the paper strip, now it must be interpreted as an instruction to take a square root. And whereas previously the digit 1 had to be interpreted as an instruction to fold in the right hand end of the paper strip, now it must be interpreted as an instruction to multiply by n and then take the square root.

For example, suppose that we wish to calculate a fifth root. The digits of the cycle 0011 read from right to left give the program :

- *multiply by n and take the square root,*
- *multiply by n and take the square root,*
- *take the square root,*
- *take the square root.*

This cycle of operations requires some initial approximation to start *with. Suppose that we start with x_1. Then the operations to be performed are :*

$$x_1 \mapsto \sqrt{nx_1} \mapsto \sqrt{n\sqrt{nx_1}} \mapsto \sqrt{(\sqrt{n\sqrt{nx_1}})} \mapsto \sqrt{\sqrt{(\sqrt{n\sqrt{nx_1}})}} = x_2$$

We are asserting that x_2 is a better approximation to $\sqrt[5]{n}$ than x_1 is. We will not give a thorough proof of this but we will show a convenient vérification.

Suppose that we have reached equilibrium, that is to say we have reached some number which re-emerges as at the end of the cycle as once more. Then :

so

$$\sqrt{\sqrt{(\sqrt{n\sqrt{nx}})}} = x_1$$

$$\sqrt{n\sqrt{nx}} = x_1^4$$

$$n\sqrt{nx} = x^8$$

$$n^3 x = x_1^{16}$$

$$n^3 = x_1^{15}$$

$$n = x^5$$

$$x = \sqrt[5]{n}$$

Problem 7 - Write calculator programs for computing $\sqrt[3]{n}$, $n^{3/7}$, $\sqrt[11]{n}$, using only a square root instruction, and the instruction multiply by n. Check the programs you have written.

Easier methods of calculating bicimals.

Perhaps you find that it is not so easy to calculate bicimals by long division. To find that $3/7 = .0\dot{1}\dot{1}$ you may need to divide 11 (3 in binary notation) by 111 (7 in binary notation). Similarly to find that :

$$1/11 = .\dot{0}00101110\dot{1},$$

you may need to divide 1 by 1011. This is tedious, and there is an easier method.

We are concerned with fractions such as p/q, where q is odd. If we consider the original problem with a strip of paper we can see that at any stage of the cycle we are at (or close to) one of the $q - 1$ points which divide the strip into q équal divisions. Now because q is odd there must necessarily be an odd number of divisions on one side of it and an even number on the other. When we fold we wish to fold on to another of the points of division (or close to it), and so the next fold must always be made to the side which is even. Looking back again at Fig 1 or Fig 2 we can see how the position of the next fold is determined entirely by these considerations.

Applying this idea to the problem of folding so as to obtain 1/11, we have points P_1 ,..., P_{10} which divide the strip exactly, and we may imagine that we start near point P_1. There is one division to the left and ten to the right ; so we must fold in *from the right which takes us to P_6 (or close to it). There are then an even number of divisions to the left, so we must next fold in from the left going to P_3 (or close to it). Next we must go to the right, and so on. The stages may be tabulated.*

Fig. 5

Start at P_1 ;

go to the right to P_6 ;
go to the left to P_3 ;
go to the right to P_7 ;
go to the right to P_9 ;
go to the right to P_{10} ;
go to the left to P_5 ;
go to the right to P_8 ;
go to the left to P_4 ;
go to the left to P_2 ;
go to the left, back to P_1 .

Problem 8 - Try this method in other cases, and write down the bicimal corresponding to the fraction.

It is convenient to space the points P_1 , P_2 ,... P_{q-1} equally round a circle. having one point marked P_0 , which coincides with P_q when we are discussing the fraction p/q. Attractive diagrams may be drawn indicating the order in which the points are visited before returning to the starting point. This is an interesting study.

With 11 points 10 steps are needed to complete the cycle. The corresponding diagram is shown in Fig 6.

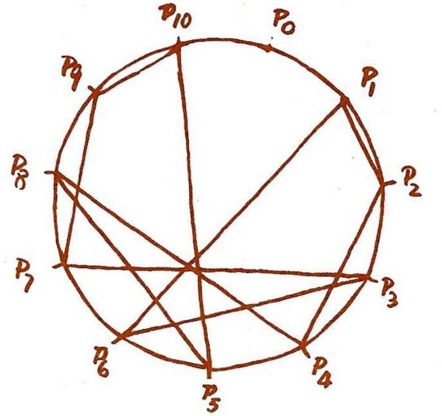


Fig. 6

Problem 9 - What happens with 15 points ? with 31 points ? What sorts of pattern can you find ?

I wish to thank Mr J. Brunton and Mr G. W. Faux for suggesting these ideas to me.

T.J. FLETCHER
November 1973

figures magiques

Qui m'a affirmé que les «carrés magiques» doivent leur nom à des rapports étroits avec des «pratiques magiques». Pourriez-vous éclairer ma lanterne sur ce sujet ?

J'appelle ici carré magique d'ordre, un carré formé des nombres naturels de 1 à n^2 et composé de façon que la somme des nombres soit la même sur chaque ligne et sur chaque colonne. Si vous obtenez encore la même somme sur chaque diagonale, il est dit carré magique parfait. En voici un tout simple.

6	7	2
1	5	9
8	3	4

Et vous allez pouvoir me fournir d'autres carrés 3 x 3 ; 4 x 4 ; ... Mais regardez bien celui-ci (volontairement incomplet ; de plus il n'est pas parfait).

Bien sûr, il figure dans votre PA 8, mais on le doit aussi au grand mathématicien Euler.

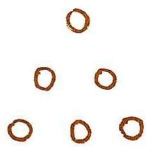
1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
				9	40	21	60
				24	57	12	37
43	6	55	26				
54	27	42	7				

De plus, il est décomposable en quatre carrés magiques (sont-ils parfaits ?) et il fournit aussi... une solution au problème du cavalier ! (voir rubrique Echecs de Monsieur Leleu).

Pouvez-vous rechercher d'autres carrés magiques ainsi décomposables en sous carrés magiques ? ou possédant d'autres particularités ?

Mais on peut aussi construire d'autres figures magiques que les carrés.

Vous pouvez commencer par des triangles.

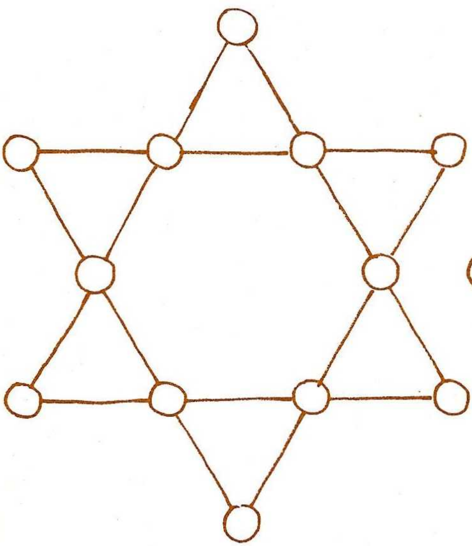


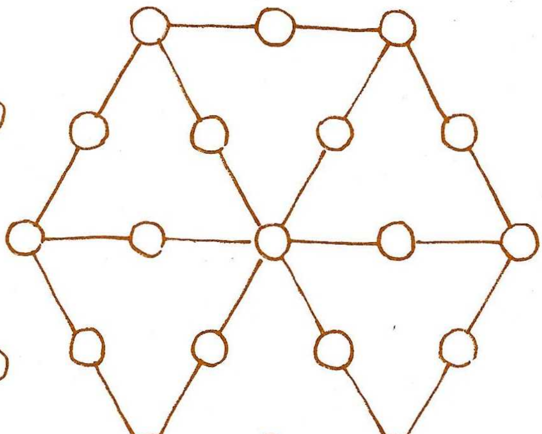
Placer les nombres de 1 à 6 de telle sorte que les sommes effectuées le long des côtés du triangle soient les mêmes, ou que les sommes effectuées dans chacun des trois triangles adjacents aux sommets soient les mêmes, etc...

Essayez de trouver d'autres figures.

Vous pourrez aussi placer les nombres de 1 à 12 dans les cercles de l'étoile hexagonale qui vous est proposée, de sorte que les sommes de quatre nombres effectuées sur toutes les rangées de quatre soient égales.

Même problème pour le grand hexagone à 19 cercles (nombres de 1 à 19), les sommes égales étant à répartir sur les côtés et les rayons de l'hexagone.





(Texte écrit à l'aide «d'emprunts» au bulletin 1 de l'IREM de Grenoble).

Combinatoire

I. Tournois (Suite 1)

En fait pour classer les équipes, on utilise les scores, c'est-à-dire qu'on affecte à chaque équipe le nombre de flèches dont elles sont l'origine, c'est-à-dire le nombre de ses victoires et on appelle ce nombre le score de cette équipe.

Problème 5 - Construis tous les tournois d'ordre 5 non semblables dont les scores sont les suivants : 3, 3, 2, 1, 1.

Problème 6 - Dans un tournoi, si Jean est un joueur de score maximum (l'un des gagnants) et si André est un autre joueur, alors ou bien Jean bat André ou bien Jean bat un joueur qui bat André.

Problème 7 - Dans un tournoi ou bien il y a un gagnant qui bat tous les autres (son score est alors n-1), ou bien il y a trois joueurs qui possèdent la propriété de Jean, c'est-à-dire que si André est un autre joueur, ou bien ces trois joueurs battent André, ou bien ils battent un joueur qui bat André.

Un tournoi est dit transitif si chaque fois qu'il y a une flèche de x à y et une flèche de y à z, il y a une flèche de x à z (tiens mais ceci me rappelle quelque chose !).

Problème 8 - Pourquoi les tournois transitifs sont-ils appelés tournois d'ordre total ? Quels sont parmi les tournois trouvés au problème 3 ceux qui sont des tournois d'ordre total ? Pourquoi peut-on facilement classer les joueurs dans ce cas ?

Problème 9 - Montre que les propriétés suivantes sont équivalentes pour les tournois T d'ordre n :
1) T est transitif
2) T contient un seul chemin qui passe par tous les points une fois et une fois seulement.
3) La suite des scores est (0, 1, 2, 3,... n-1).

Si ces problèmes vous intéressent j'en ai quelques-uns en réserve, mais après tout vous pourriez peut être en poser vous-même ; à bientôt.

PIERRE LESCANNE
(Courrier et réponses : écrire à PA qui transmettra).

une partie d'échecs imaginaire....

En 1908, fut organisé un curieux concours. Il s'agissait d'inventer une partie d'échecs. Le règlement précisait : « chaque côté doit jouer mieux que l'autre, et la valeur des parties sera d'autant diminuée que la victoire aura été la conséquence de réponses faibles ou mauvaises ».

L'auteur, Greig, imagina la partie suivante, riche d'une suite extraordinaire de contre-attaques, ce qui le conduisit à donner les blancs à Napoléon, et les noirs à Wellington !

	NAPOLEON Blancs	WELLINGTON Noirs
1 .	e2 – e4	e7 – e5
2 .	f2 – f4	d7 – d5
3 .	e4 x d5	e5 – e4
4 .	d2 – d3	Cg8 – f6
5 .	d3 x e4	Cf6 x e4
6 .	Cg1 – f3	Fc8 – g4
7 .	Dd1 – d4	f7 – f5
8 .	Ff1 – b5 +	c7 – c6
9 .	d5 x c6	Dd8 – a5 +
10.	Cb1 – c3	Ce4 x Cc3
11.	c6 x b7 +	Cc3 x Fb5 +
12.	Fc1 – d2	Cb5 x Dd4
13.	Fd2 x Da5	Cd4 x Cf3 +
14.	Re1 – f2	Ff8 – c5 +
15.	Rf2 – g3	Cf3 – d4
16.	Th1 – e1 +	Re8 – f7
17.	b7 x Ta8 = D	Cd4 – c6
18.	Da8 – b7 +	Rf7 – f6
19.	Fa5 – c3 +	Fc5 – d4
20.	Fc3 x Fd4 +	Cc6 x Fd4
21.	Db7 – e7 +	Rf6 – g6
22.	Te1 – e6+	Cd4 x Te6
23.	De7 x Ce6 +	Rg6 – h5
24.	h2 – h3	

Les noirs sont vraiment trop malmenés, ils abandonnent.

PROBLEME NUMERO 8

Dans la position du diagramme, les blancs sont en bas, les noirs, en haut.

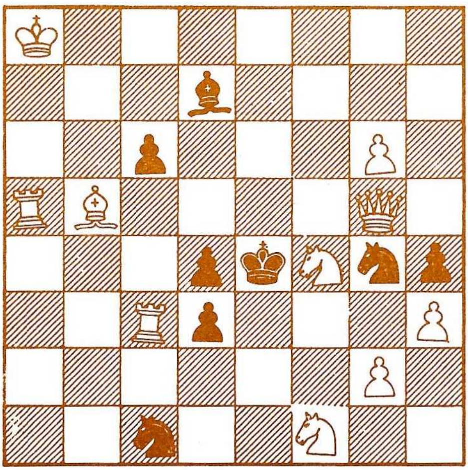
Les blancs jouent les premiers, et matent le roi noir en deux coups, contre toute défense.

Nous savons que le premier coup des blancs s'appelle la clé du problème. Il est rare de la trouver du premier coup. Il est nécessaire de faire des essais. Un tel essai est encore désigné sous le terme de «fausse-clé». Celle-ci est donc toujours suivie par un coup noir qui constitue une réfutation unique.

Le problème proposé aujourd'hui se caractérise par le fait que les «essais» entrent dans la solution.

Blancs : Ra8, Dg5, Ta5 et c3, Fb5, Cf1 et f4, Pg2, g6 et h3.
Noirs : Re4, Fd7, Cc1 et g4, Pc6, d3, d4, et h4.

Envoyez-nous vos solutions et bon courage !



Les blancs font mat en deux coups

SOLUTION DU PROBLEME NUMERO 7

Clé : 1. e2 – e4
menace 2. Cb6 – d7 mat.
Si... 1. ... d4 x e3 (prise en passant)
2. Fe1 – c3 mat.
Si... 1. ... f4 x e3 (prise en passant)
2. Fe1 – g3 mat.
Si... 1. ... b5 – b4
2. Cb6 – c4 mat.
Si... 1. ... Fa4 – b3
2. Cb6 – d7 mat.

PIONS LIES

Dans une partie d'échecs, l'ardeur de la bataille laisse souvent sur l'échiquier, des pions désemparés, ayant perdu contact avec le «gros des forces».

Le joueur peut être tenté de penser qu'ils ont perdu toute valeur combative.

Il n'en est rien. Suivant les liens qu'ils ont pu conserver entre eux localement, ils peuvent encore jouer un grand rôle et même décider du sort de la bataille.

Cela est vrai, en particulier, pour les «pions liés». Sont désignés de cette façon les pions ayant survécus sur des colonnes immédiatement voisines. Leur force, dans ce cas vient du fait qu'ils peuvent se soutenir mutuellement, et offrir ainsi une grande résistance à la gourmandise de l'adversaire.

Dans la suite des échanges qui ont lieu dans le courant de la partie, il y a lieu de garder présent à l'esprit cet avantage que présentent les pions liés.

Courrier : D. LELEU
2, place Léon Gontier
80000 AMIENS

Le petit Archimède construit...

A propos de vos lettres... (PA 6)

Peut-être t'es-tu amusé avec la petite fusée en nylon, qui évoluait dans le lavabo grâce à une petite goutte d'huile.

Peut-être même, t'es-tu posé quelques question à ce propos.

Peut-être aussi ton expérience a-t-elle tout simplement échoué et tu as «laissé tomber».

Si je me pose toutes ces questions c'est parce que je n'ai pas été écrasé par vos lettres, amis lecteurs. Pas une seule de ces lettres tant attendues. Cette rubrique « Le Petit Archimède construit..» vous plaît-elle ? Préféreriez-vous des bricolages plus compliqués ? (électronique, optique, électricité ?). Préféreriez-vous des petites enquêtes sur certains grands sujets de la physique (la relativité d'Eristein qu'est-ce que c'est ? la physique atomique qu'est-ce que c'est ? qu'est-ce que la mécanique quantique ? etc... etc...). Aimeriez-vous que je vous raconte l'histoire (parfois drôle) de certaines grandes découvertes. Aimeriez-vous des séries d'initiation à certaines techniques (photo par exemple) ou ... tout simplement la physique ne vous intéresse-t-elle pas ?

Pour ce PA, j'ai décidé de ne pas vous soumettre un «bris-collage», mais de vous parler un peu de la physique qui était «contenue» dans l'expérience de la fusée. Ecrivez-moi ce que vous pensez de ce nouveau genre. Vous trouverez ci-dessous mon adresse.

EMKAES
IREM de STRASBOURG
10, rue du Général Zimmer
67084 STRASBOURG

A PROPOS D'UN PETIT BOUT DE NYLON DANS UN LAVABO...

Rappelez-vous (PA 6). Il s'agissait de découper dans un bout de plastique une fusée (cela aurait pu être un poisson, ou un bateau, ou... n'importe quoi) munie d'une fente qui débou-

chait à l'arrière, et de la faire flotter dans un lababo. En laissant tomber une goutte d'huile dans la fente, la fusée effectuait un bond assez vif vers l'avant. Pourquoi ?

Tout simplement parce que l'huile est vivement éjectée par l'arrière, ce qui a un effet propulsif. Tu peux très facilement vérifier cette affirmation en fabriquant une fusée munie d'une fente qui ne débouche pas sur l'extérieur (une espèce de boutonnière par exemple). Dans ce cas tu constateras qu'en mettant la goutte d'huile, il ne se passera rien.

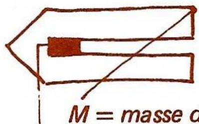
Certains d'entre vous se demanderont peut-être pourquoi le fait d'éjecter quelque chose vers l'arrière provoque un mouvement vers l'avant.

La réponse est que, comme tout objet matériel, notre fusée obéit à une grande loi de la physique, dite loi de la conservation de l'impulsion. Cette loi dit que tout objet qui n'interagit pas avec le reste de l'univers (un tel objet est appelé «système isolé» par les physiciens) conserve sa quantité de mouvement. La quantité de mouvement d'un objet est simplement le produit de la masse de l'objet par sa vitesse (si l'objet tournoie sur lui-même c'est un peu plus compliqué). Donc d'après ce que nous venons de voir, la vitesse de l'objet est constante dans le temps... si la masse de l'objet est constante.

Cela veut dire que si l'objet est au repos, il le restera indéfiniment. De même si à un instant donné il est animé d'une certaine vitesse, il conservera indéfiniment cette vitesse (module et direction). Remarquons aussi que la loi de la conservation de l'impulsion décrit le comportement de l'objet non sujet à des forces extérieures, ultérieures à l'instant de référence. Ce qui s'est passé avant cet instant n'a pas d'importance.

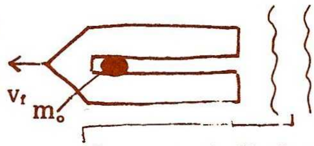
Mais que se passe-t-il quand la masse de l'objet n'est pas constante ? La meilleure façon de le voir est de se livrer à un petit calcul.

instant t_0
fusée au repos



M = masse de la fusée
m = masse de la goutte d'huile qui vient d'être posée

instant après
la fusée est projetée vers l'avant



m' = masse de l'huile qui s'est séparée de la fusée avec la vitesse v_h

m_0 est la masse de l'huile qui reste collée à la fusée et la suit dans son mouvement

v_f = vitesse de la fusée juste après que l'huile soit mise en mouvement

$$(M + m)\, v_0 = 0 = (M + m_0)\, v_f + m'\, v_h$$

$$v_f = -\frac{m'}{M + m_0} v_h$$

Le signe (—) montre que l'huile éjectée et la fusée se déplacent en sens contraire. La formule obtenue ne nous est pas d'une grande utilité car v_h, m', $\underline{m_o}$, ne sont pas connus.

Le petit calcul que nous venons de faire est apparemment bien inutile. Les tout jeunes ne le comprendront pas. Aux plus anciens il paraîtra bien naïf... Voir !

Savez-vous qu'un tel calcul aurait émerveillé les savants de l'antiquité qui ne connaissaient pas les principes de la dynamique (= étude des causes et des effets des mouvements de systèmes physiques). Ce sont Galilée, Copernic, Kepler, Newton et tant d'autres qui ont légué ces principes à l'humanité.

Pour les anciens, tout objet en mouvement s'arrêtait tôt ou tard lorsque sa «provision de mouvement» était épuisée. Cela n'est pas absurde à priori car... la fusée finit bien par s'arrêter, le patineur finit bien par s'arrêter, même la flèche lancée par l'arc finit par s'arrêter. Les idées antiques s'appuyaient donc sur l'expérience immédiatement accessible.

Il a fallu le génie des savants modernes pour se rendre compte que tout mouvement - non entretenu par un moteur - s'arrête tôt ou tard, non par principe, mais parce que sur terre il n'existe pas de système qui soit parfaitement libre de toute intéraction avec le milieu extérieur (frottement de l'eau pour notre fusée, frottement de l'air pour la flèche etc...) Leur puissance scientifique leur a permis de discerner l'effet secondaire qui masquait la loi de la conservation de la quantité de mouvement, loi qui dérive du principe (admis et vérifié par l'expérience, mais non démontrable) d'inertie qui constitue l'un des piliers de la physique. C'est en vertu de la loi de la conservation de la quantité de mouvement que les fusées peuvent se déplacer dans le cosmos.

La nature connaissait d'ailleurs cette loi depuis fort longtemps : les seiches et autres mollusques s'en servent pour se mouvoir par éjection d'eau.

Quant à toi ami lecteur, tu pourras la vérifier lors des beaux jours quand tu feras du patin à roulettes. Pour cela il te suffira de tenir dans chaque main une lourde pierre et de rester immobile sur tes patins. En jetant violemment les pierres vers l'arrière, tu avanceras sans avoir à te servir de tes jambes.

Un mot encore à propos d'une erreur communément commise, qui consiste à dire qu'une fusée avance en vertu du principe de «l'action et de la réaction». De même on parle d'avions à «réaction».

Le principe de l'action et de la réaction, dit simplement que dans un système isolé, composé de deux objets, ces deux objets interagissent de façon symétrique (s'ils intéragissent) l'un sur l'autre. C'est-à-dire que la force que subit l'objet 1 de la part de l'objet 2, est égale en module à la force que subit l'objet 2 de la part de l'objet 1. Les deux forces sont de signes opposés. C'est en vertu de ce principe que tu n'arrives pas à te soulever en te tirant par les cheveux, même si tu mets un levier sur tes épaules.

Le calcul que nous avons fait auparavant montre clairement que ce n'est pas le principe de l'action et de la réac-

tion qui explique le mouvement de la fusée. Par contre il est tout à fait juste de dire que l'éjection de gaz par la tuyère de la fusée provoque une réaction qui fait avancer la fusée. Simplement derrière ces deux mots «réactions» ne se cache pas la même chose.

Tout ceci étant dit, on peut encore se demander pourquoi l'huile se précipite hors de la tuyère de notre fusée «in lavabo».

L'explication de ce phénomène tient dans une autre grande notion de la physique : la tension superficielle (c'est-à-dire la tension qui règne à la surface d'un liquide). C'est cette tension qui permet à une fine aiguille d'acier de flotter sur l'eau (essayez ! c'est très amusant) ; c'est elle qui permet à certains insectes de marcher sur l'eau, c'est elle qui vous permet de faire des bulles de savon (un jour je vous montrerai comment mesurer des distances de moins d'un micron à l'aide de bulles de savon) ; C'est encore elle qui fait qu'au sein des gros nuages les grosses gouttes d'eau absorbent - par évaporation et recondensation - les petites, et deviennent donc de plus en plus grosses... si grosses que finalement elles dégringolent et forment la pluie.

A notre échelle cette tension est la plus souvent négligeable. Mais à l'é l'échelle des insectes, la surface des liquides se comporte comme de la glu. Regardez une mouche tombée dans une soucoupe pleine d'eau, le mal qu'elle éprouve à quitter l'eau, même près du bord : elle lutte comme pour déchirer quelque chose. Et de fait la surface libre de tout liquide se comporte comme une véritable membrane qui s'oppose énergiquement à toute rupture, et à toute augmentation de surface. Tout comme les liquides les gaz sont des fluides, mais ils ne possèdent pas de surface libre bien définie : la tension superficielle est un phénomène spécifique aux liquides.

Il y aurait encore une foule de choses à dire à propos de notre petite fusée en lavabo, mais le nombre de pages de PA étant fini, il faut bien s'arrêter... à moins que les lecteurs physiciens en herbes, ou les autres ne relancent cette discussion.

J'espère en tout cas vous avoir convaincu qu'une bien petite expérience se prête à des foules de découvertes. Nous en ferons beaucoup d'autres si vous le voulez.

EMKAES
IREM de STRASBOURG
10, rue du Général Zimmer
67084 STRASBOURG

le coin des philosophes.

Qu'avez-vous pensé du «théorème» de géométrie de Lewis Caroll proposé dans PA 6 ?

J'espère que vous avez vu que la figure était fausse. Les raisonnements étaient corrects, mais ils admettaient comme à priori une disposition incompatible avec les données : en fait, la droite KG coupe la droite BC à l'extérieur du côté BC et les demi droites issues de C ne se présentent pas dans l'ordre indiqué sur la figure truquée !

Et pourtant, la suite des déductions était valable ! Il est donc exact que «si les divers éléments étaient disposés comme dans la figure, il serait vrai qu'un angle obtus peut avoir même mesure qu'un angle droit».

Avez-vous déjà réfléchi à ce qui arrive lorsqu'on fait une démonstration à partir d'hypothèses fausses ? Ce n'est pourtant pas un évènement rare : lorsque vous faîtes une erreur dans un problème, vous utilisez dans la suite de vos raisonnements, comme hypothèse, le résultat intermédiaire obtenu et il arrive que vous ne fassiez plus dans la suite du problème que des déductions correctes : dans ce cas il peut arriver que le résultat final soit exact... et même il peut arriver que le professeur ne s'aperçoive pas alors de votre erreur (mais c'est là une autre histoire...).

Voulez-vous essayer de démontrer rigoureusement les deux propositions suivantes ?
1) Si $3 \times 4 = 13$ alors $0 = 1$
2) Si $3 \times 4 = 13$ alors $3 \times 4 = 12$

Pourriez-vous démontrer aussi rigoureusement la proposition :
Si $3 \times 4 = 12$ alors $3 \times 4 = 13$?
Je serais très heureuse de recevoir vos démonstrations.

Questions aux plus savants d'entre vous :
Que pensez-vous des deux «théorèmes» suivants ?

1) Si l'énoncé $(\forall n/n>2)\ (\forall x/x \neq o)\ (\forall y/y \neq o)\ (\forall z/z \neq o)\ (x^n + y^n \neq z^n)$ est vrai lorsque «x», «y», «z», «n» sont astreints à $\mathbb{N}$, alors $o \neq 1$

2) Si l'énoncé $(\forall n/n>2)\ (\forall x/x \neq o)\ (\forall y/y \neq o)\ (\forall z/z \neq o)\ (x^n + y^n \neq z^n)$ est vrai lorsque «x», «y», «z», «n», sont astreints à $\mathbb{N}$, alors $o = 1$

ALICE

algorithmique.

ARCHIMEDE DANS SA BAIGNOIRE

« Archimède est dans sa baignoire. (Il n'y dispose bien entendu ni de papier, ni de tablette de cire, ni de boulier, ni a fortiori de calculateur électronique). Comment doit-il s'y prendre pour factoriser aussi efficacement que possible un nombre quelconque inférieur à 10 000.

On admettra qu'il est capable :

- *de retenir le nombre à factoriser,*
- *de retenir les nombres premiers inférieurs à 100 (et de rechercher celui sur lequel on travaille),*
- *de faire des additions et soustractions simples,*
- *de diviser par 2 et par 5,*
- *de retenir un résultat intermédiaire.*

Ayant trouvé un algorithme, on peut l'utiliser seul ou en compétition. »

Comme d'habitude, commencez par factoriser des nombres inférieurs à 100, puis inférieurs à 1 000 avant de considérer des nombres de 4 chiffres.

J. KUNTZMANN

(PA transmettra tout courrier à J.M.B. qui a bien voulu prendre cette page régulière. Je suis certain qu'il sera heureux de recevoir aussi des demandes).

TOP SECRET... TOP SECRET...

La rubrique régulière de votre Dromadaire ne paraîtra pas ; Il est en effet et très provisoirement sur le flanc. Il retrouvera bientôt sa verve et sa plume. C'est du moins ce qu'affirme son médecin. Il me prie de remercier un jeune lecteur du Rhône pour « 6 + 10 + 10 = 0 » et vous engage à relire après PA 7, les premiers numéros de PA... Ecrivez-lui.

que de sphinx !

Ce fut la première réaction de nombreux jeunes lecteurs devant la première page de PA 7 ! Brigitte Fercot dans PA 3 avait bien montré que tout sphinx était décomposable en quatre sphinx, mais de là à penser à un recouvrement du plan... C'est P. Jullien de Grenoble qui nous a fourni cette page. Encore merci.

...Mais aussi que de fautes dans ce numéro 7 ont encore échappé à la vigilance du correcteur. Un élève de cinquième vient de me suggérer le remède radical : toute relecture d'une page avant impression doit être suivie d'une relecture ! Nous avons strictement observé cette règle pour ce numéro. Voyez le résultat !

Corrigeons d'abord fautes et oublis :

— en commençant par le texte de G. GLAESER de la page 155.
Le premier rébus à double sens était :
FORTY + TEN + TEN = SIXTY
Quant à celui composé par notre ami, le voici :
NEUF + UN + UN = ONZE

— en précisant que R31 de Pascal Gondry (page 156) était une solution de « Une famille très unie» (PA 2, page 37) ; la seconde solution proposée étant celle de l'auteur de ce joli texte.

— en citant Christine Gacquer, Anne Raquet, Maryline Joron, élèves de 5ème du C.E.S. Sagebien à Amiens (80000) pour la grille de la page 154.

— en corrigeant une faute d'orthographe page 157 (LYAUTEY et non LYAUTHEY).

— en vous fournissant les premières et dernières lignes du palindrome de cinq mille mots de G. PEREC (et non PEREE) (page 147).

« 9691
EDNA D'NILU
O, MÛ , ACÉRÉ , PSEG ROEG

Trace l'inégal palindrome. Neige. Bagatelle, dira Hercule. Le brut repentir, cet écrit né Pérec... ce repentir, cet écrit ne perturbe le lucre : Haridelle ; ta gabegie ne mord ni la plage, ni l'écart.

Georges Pérec
Au moulin d'Andé, 1969 »

Voici corrigées les fautes les plus grosses. Vous serez j'espère clément. Pour améliorer ce journal, il nous faut bien sûr vous lire afin de mieux connaître vos besoins. Et à propos, qui fournira le prochain dessin pour notre première page ?

le courrier des lecteurs.

L36 de Mme Baverel Claire professeur au CES Pergaud de 25200 Montbéliard.

...Permettez-moi de vous donner quelques réponses à «FAIRE 100» (PA 3, p 49) trouvées par mes élèves.

$(1+2+3+4+5+6+7)+(8 \times 9)$

$1+2+3+4+(5+6+7-8) \times 9$

$[(1+2) \times 3+4+5] \times 6-7+8-9$

$[[(1 \times 2)+3] \times 4 \times 5]+6-7-8+9$

$[((1+2) \times 3)-4] \times 5 \times (-6-7+8+9)$

$(1+2+3+4)(5+6)+7-8-9$

$(1+2) \times 3 \times 4)+5+(6 \times 7)+8+9$

$[1 \times (2+3) \times 4 \times 5 \times (-6+7+8)]:9$

R36 - Merci beaucoup. Bien sûr que je vous permets de fournir des réponses de vos élèves. Mais pourquoi ne le font-ils pas eux-mêmes ?

Par ailleurs, croyez-vous la réponse 5 et la réponse 8 réellement conformes à l'énoncé (signes... opératoires et non prédicatoires).

Pensez-vous qu'il existe d'autres solutions ? Comment peut-on s'assurer qu'on les a bien toutes obtenues ?

(Je tais volontairement les autres réponses de votre longue lettre ignorant si elles sont bien de la plume de vos élèves. Quelque jeune Archimédien se réveillera peut être !!).

L37 de G. Vinrich 47000 Agen.

Suite au problème posé dans PA 1 (page 5) avec réponses dans PA 3 (page 58) et PA 6 (page 121)... il manque toujours l'écriture de 16. Si je propose :

$$16 = \frac{66-6}{6} + 6,$$ *Catherine est-elle d'accord ?*

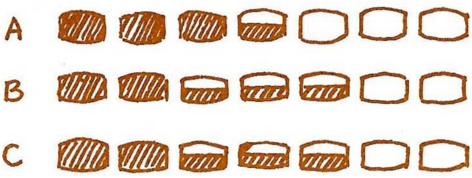
*R37 - Nous retombons sur la même difficulté que pour la solution proposée dans PA 6. Le texte précisait hélas «les opérations habituelles (addition, multiplication, division, soustraction, élévation à une puissance)». Quel dommage qu'il n'y ait pas eu quelques points de suspension après le mot puissance. Mais cela aurait fourni un autre texte ! Il est en effet possible (texte de PA 6) de considérer dans N l'opération UNAIRE factorielle. Vous par contre, proposez une opération binaire de concaténation (c'est-à-dire de mise bout à bout) que je note * (et que vous convenez de ne pas noter) :*

$$6 * 6 = 66$$

et $$16 = \frac{(6 * 6)-6}{6} + 6$$ *est donc correct*

...Qui peut continuer ?

L38 de Alain Cadenat - 3^e^ C.E.S. G. Denain 60200 Compiègne.
a) Réponse au problème « Les Tonneaux» (PA 3 page 54).



b) Réponse au problème : « Les Chameaux» (PA 3 page 54).

J'offre un chameau au bédouin Mohammed qui en a maintenant :
$17 + 1 = 18$

part d'Ali $\frac{18}{2} = 9$

part d'Ibrahim $\frac{18}{3} = 6$

part de Mahmoud $\frac{18}{9} = 2$

$9 + 6 + 2 = 17$ *et je repars avec mon chameau.*

c) Bravo pour

```
S
E
P
ETONNANT
```

(PA 3, page 52).

R38 - Bravo à vous, très fidèle lecteur.

Croyez-vous la solution des « Tonneaux» unique ? Quant au problème des chameaux, je n'ai jamais bien su si l'emprunt et la restitution du chameau étaient une plaisanterie ou au contraire un artifice très sérieux. Connaissez-vous d'autres problèmes «voisins» ?

R39
«AVEC 10 CHIFFRES» PA 6 PAGE 124

Pas reçu de solution ! Cependant nous sommes persuadés que la plupart de ceux qui ont commencé à chercher ont dû se passionner pour ces 5 petits exercices d'apparence anodine.

Pour les 4 premiers exercices, nous ne donnerons pas la liste de toutes les solutions (pour la bonne raison que nous ne l'avons pas) mais au contraire une seule solution pour chaque exercice en invitant nos lecteurs à chercher d'autres solutions.

$ab + cdef$	$= ghij$	$56 + 1987 = 2043$
$a + bc + def$	$= ghij$	$5 + 73 + 984 = 1062$
$abc + def$	$= ghij$	$423 + 675 = 1098$
$a \times bcde$	$= fghij$	$3 \times 8169 = 24507$

On peut nous objecter qu'il s'agit là d'exercices très formels, que nous perdons notre temps en calculs béstiaux n'ayant jamais rien appris à personne.

Eh bien voyons sur le 5^e^ exercice que l'on peut diminuer sensiblement le volume des calculs en utilisant enfin notre jugeotte.

Il s'agit, rappelons-le, de :
$ab \times cde = fghij$.
1) Utilisons nos connaissances en arithmétique :

On doit avoir (preuve par 9) :
$(a+b)(c+d+e) \equiv f+g+h+i+j$
$[\mathrm{mod}\ 9]$

Or :
$a+b+c+d+e+f+g+h+i+j = 45 \equiv 0$
$[\mathrm{mod}\ 9]$

Donc
$(a+b)(c+d+e) = -(a+b+c+d+e)$
$[\mathrm{mod}\ 9]$

Ce que l'on peut encore écrire (astuce classique) :
$(a+b+1)(c+d+e+1) \equiv 1\ [\mathrm{mod}\ 9]$

Ce qui donne les colonnes suivantes :

$a+b+1$ est congru modulo 9 à	$c+d+e+1$ est congru modulo 9 à
1	1
2	5
4	7
5	2
7	4
8	8

ou encore :

$a+b$	$c+d+e$
0	0
1	4
3	6
4	1
6	3
7	7

Ainsi une tentative telle que 324 x 501 est vouée à l'échec car 324 ≡ 0 [mod 9] alors que 501 ≡ 6 [mod 9].

2) Et si maintenant nous avons des connaissances informatiques, nous pouvons écrire un programme permettant à l'ordinateur de faire les calculs à notre place.

C'est ainsi que nous avons obtenu en un petit peu moins d'un quart d'heure la liste exhaustive des solutions grâce à l'ordinateur Mitra 15 du lycée J. Callot à Nancy :

27 x 594 = 16038
36 x 495 = 17820
39 x 402 = 15678
45 x 396 = 17820
46 x 715 = 32890
52 x 367 = 19084
54 x 297 = 16038
63 x 927 = 58401
78 x 345 = 26910

(ce qui fournit d'ailleurs la solution, unique au problème de PA 7 p. 155).

Que remarquez-vous de spécial dans cette liste ?

Et si on opérait dans d'autres bases que la base 10 ? Quelles opérations seraient possibles ?

J.M.B.

L41 (cf PA 6 page 125 et PA 7 page 134)

Pour répondre à V. KOURGANOFF : Chaque problème n'est-il pas en soi une devinette ?

L'esprit d'astuce n'est-il pas un peu nécessaire à l'esprit de recherche ? Sinon un stade préliminaire pour les jeunes ! Ce qui peut être très éducatif pour les uns peut être aussi divertissement de l'esprit, c'est-à-dire récréatif pour les autres.

Ainsi, à sa modeste mesure de loisir actif coopté Petit Archimède pourra participer au développement souhaité : s'il a suscité des vocations, s'il sait faire aimer les Sciences, n'est-ce pas déjà une mission digne d'intérêt ?

Bien entendu, V. KOURGANOFF a raison de vouloir que l'on ne confonde pas esprit d'astuce et esprit de recherche et si Petit Archimède donnait naissance à des revues plus spécialisées qui feraient correspondre entre eux des lecteurs souhaitant approfondir un domaine bien précis, n'aura-t-il pas aussi répondu à sa mission ?

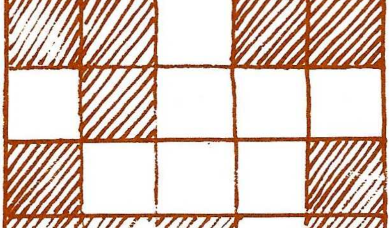
Pour ma part je me plais beaucoup de temps à autre, à essayer de résoudre quelque «casse-tête» ou «autre devinette».

N'est-ce pas mon droit ?

Ch. Béthoux
02 BELLEU

L40 - Réponses au jeu des carrés (PA 7 page 129) et à «carré» (PA 2 page 27) de Dollé Marie Bernard, Fontaine Chantal, Dhenin Cécile, Dauphin René et Langlois Martine 5^{e}_{3} C.E.S. Sagebien - Amiens.

R40 - La solution du jeu des carrés n'est certainement pas unique. Qui en trouvera d'autres ? toutes les autres ? Cela ne doit pas être simple ! Quant au «carré» de PA 2 (une seule solution et très facile à obtenir), elle ravira plus d'un lecteur... on reparlera donc de ces deux exercices ! En attendant, bravo.



a 4	b 2	c 8	d 5	e 7	f 1
g 2	8	5	7	1	4
h 8	5	7	1	4	2
i 5	7	1	4	2	8
j 7	1	4	2	8	5
k 1	4	2	8	5	7

LE PETIT ARCHIMEDE

6 numéros par an

— ABONNEMENT
- *individuel : 15 F*
- *groupés : de 8 à 13 abonnements : 12 F par abonnement*
  à partir de 13 abonnements : 10 F par abonnement

Les abonnements groupés sont envoyés à un seul des abonnés.

Abonnement de Soutien : 100 F
Abonnement de Bienfaiteur : 500 F

POUR S'ABONNER

a) Remplir les 3 volets d'un chèque C.C.P. à :

Association Développement Culture Scientifique
C.C.P. LILLE 4736 63 Lille

b) Remplir la fiche bleue d'adhésion

Si vous n'avez pas cette fiche et afin de gagner du temps, le signaler au dos de votre chèque. Envoyez ce chèque à la trésorière. Une fiche vous sera envoyée immédiatement avec votre Petit Archimède.

c) Placez le tout sous enveloppe timbrée et faire parvenir à :

Mademoiselle Marie-Luce DEHU
C.E.S. Gaëtan Denain
60200 Compiègne

— RENSEIGNEMENTS DIVERS :

Courrier des lecteurs :
Madame DECOMBE 7, avenue du bijou 01210 FERNEY-VOLTAIRE

Rédaction :

A. Myx — 9bis, rue Capitaine Ferber — 69300 Caluire
Y. Roussel — C.E.S. Sagebien, rue Sagebien — 80000 Amiens
G. Walusinski — 6, place Abbé de Porcaro — 78100 Saint-Germain-en Laye
D. Leleu — 2, place Léon Gonthier — 80000 Amiens
R. Cuculière — L.E.M. 205, Rue Brément — 93130 Noisy-le-Sec

Edité par l'Association pour le développement de la culture scientifique.

Le directeur de la publication Y. Roussel.

Editions CEDIC - 93, avenue d'Italie - 75013 Paris

Dépôt légal 2ème trimestre 1974