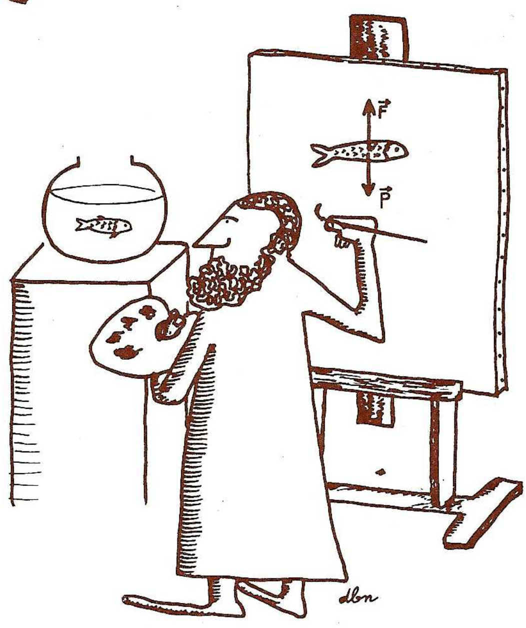
LE PETIT ARCHIMEDE



PA 15/16

Editorial

Un numéro double ! Et ce ne sera pas le dernier avant les grandes vacances !

Les grosses difficultés de cette année scolaire ont-elles gelé la plume des rédacteurs ? Je ne crois pas : l'épaisseur de ce PA (ainsi que la qualité de son contenu bien sûr... pourquoi être modeste !) vous prouve bien le contraire. L'équipe de rédaction grossit et le cru devrait s'améliorer régulièrement.

Mais il n'est pas certain — à ce jour — que les derniers numéros vous soient fournis avant les grandes vacances ! Aussi je conseille fortement aux abonnés regroupés en un... «abonnement groupé» de bien vouloir prendre leurs précautions ! Si vous devez changer d'adresse à la rentrée prochaine, demandez à la personne qui regroupe vos abonnements de bien vouloir donner au plus vite votre nouvelle adresse à l'Editeur !

Nous sommes tout aussi désolés que vous de ce retard et pour vous permettre de mieux «avaler la couleuvre», je vous annonce pour très bientôt un autre numéro tout à fait spécial : un Spécial Jeux !

Avez-vous remarqué le beau dessin de première page ? Mais son auteur ne m'a pas précisé s'il voulait bien que son nom figure... Alors!... Et maintenant à qui le tour pour le prochain PA ?

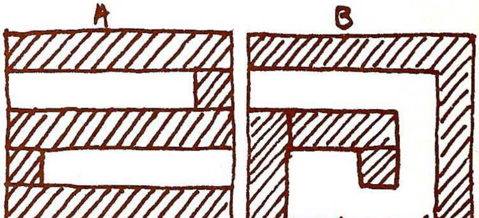
Et savez-vous aussi que PA a un ordinateur ! Regardez donc la rubrique Algorithmique ! En fait, ce n'est pas vrai du tout, mais puisque des Lycées de plus en plus nombreux en sont équipés, je crois bien qu'il s'agit là d'une «veine» que PA va exploiter... Fournissez-nous des problèmes ! Des Archimédiens de ces Lycées-là se feront sûrement un plaisir de répondre ! D'accord ?

Le courrier des lecteurs attend toute suggestion!

Bonne lecture!

La Rédaction

Coloriage d'un carré de n^2 cases.



J'appelle n la longueur du côté. On peint une bande continue de largeur unité :

soit de type A (labour)

soit de type B (spirale).

Quel est le plus grand nombre de cases peintes ?

A.V.

Un super

Quand, après Galilée, des astronomes utilisèrent les premières lunettes, les découvertes succédèrent aux découvertes. On améliora les objectifs, les oculaires, Newton inventa le télescope. Nouveaux perfectionnements, nouvelles découvertes. On eut l'idée de construire des lunettes très longues : avec une lunette qui avait plus de onze mètres de long, J.D. Cassini découvrit quatre nouveaux satellites de Saturne et la division des Anneaux qui porte son nom.

Le perfectionnement des instruments poursuivait deux buts : accroître le grossissement, et accroître la clarté.

Accroître le grossissement

Deux astres écartés en apparence de 12' d'arc comme Alcor et Mizar dans la Grande Ourse, paraîtront écartés de 12 x 30 = 360' = 6° dans une lunette de grossissement 30. Augmenter le grossissement d'une lunette, c'est allonger la distance focale de l'objectif. De là l'idée des grandes lunettes de Huygens. Cependant, on paye l'avantage de deux inconvénients : le champ *de la lunette est réduit et faute de voir un ensemble plus vaste on se repère plus difficilement ; d'autre part, pointer la lunette dans une direction, maintenir un astre dans la ligne de visée alors que la Terre n'arrête pas de tourner pose le problème mécanique de la* monture *de l'instrument.*

Accroître la clarté

La clarté de l'instrument dépend de la quantité de lumière qui entre dans l'objectif de la lunette ou qui se réfléchit sur le miroir du télescope. Une lentille de grand diamètre comme celle de la grande lunette de Meudon (83 cm) est proche des limites d'utilisation ; la plus grande est celle de Yerkes, aux USA, qui mesure 102 cm. L'épaisseur de la lentille devient excessive. Au contraire, avec les miroirs en verre, aluminés sur la surface polie et allégés de l'autre côté (structure cloisonnée), on

télescope !

a pu construire des télescopes de plus en plus grands : celui de l'Observatoire de Haute-Provence a un miroir de près de deux mètres de diamètre, celui de Palomar a 5 mètres, celui de Zalenchukskaya (URSS) qui vient d'être mis en service atteint 6 mètres. Avec le télescope de Provence, l'œil de l'astronome reçoit un million de fois plus de lumière qu'à la vision directe, avec celui du Caucase, presque dix fois plus. Mais rien que le miroir pèse 42 tonnes et l'ensemble de l'instrument 850 tonnes !

Ces nombres relatifs à la quantité de lumière captée par les grands télescopes modernes ont pourtant peu de portée pratique : la plupart des observations modernes utilisent d'autres récepteurs que l'œil de l'astronome : photographie, spectrographie, etc. D'autre part, le pointage de ces énormes instruments nécessite un mécanisme très précis : la monture azimutale (un axe vertical, un axe horizontal) du télescope du Caucase simplifie la construction du support de ces axes mais cela entraîne que pour suivre un astre dans son mouvement apparent, les moteurs doivent obéir à un ordinateur qui, huit fois par seconde, calcule la position de l'appareil et commande aux moteurs les rectifications à réaliser.

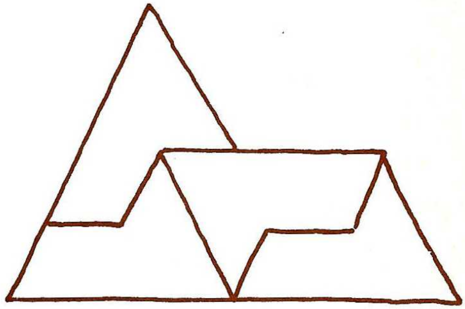
Ces instruments prodigieux ne peuvent être confiés à des amateurs ; les astronomes eux-mêmes sont aidés par des ingénieurs spécialisés. Pour nous, humbles observateurs, admirons-les de loin et contentons-nous d'user (en en prenant soin) de nos yeux. Pendant les dix premiers millénaires au cours desquels l'homme a fait de l'astronomie, c'est avec ses yeux qu'il a tout appris. Retrouvons par nous-mêmes une partie de ce que l'humanité a acquis en dix mille ans d'observation patiente. Il suffit d'ouvrir l'œil... et le bon (comme on dit).

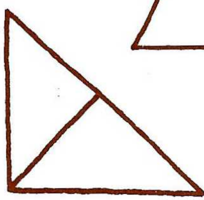
K. MIZAR

rep-tiles*

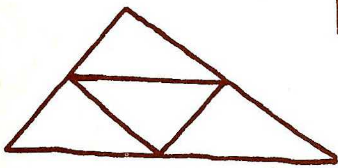
En voici un : vous le reconnaissez : c'est le SPHINX de PA 1 et c'est Brigitte Farcot qui dans PA 3 nous montrait qu'il pouvait, en fait, très bien s'agir de quatre sphinx. (Ce sphinx sera ici appelé un rep-4 pentagone !).

Voici d'autres reptiles :

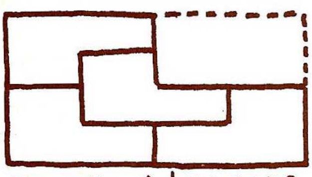




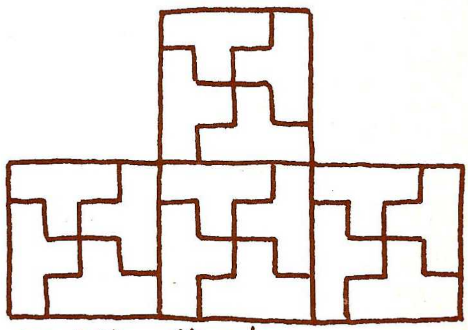
un rep. 2 triangle.



un rep. 4 triangle.



un rep. 4 hexagone.



un rep. 16 octogone.

Mais qu'est-ce qu'un rep-k octogone ? Qu'est ce qu'un rep-k polygone ? Un reptile ?

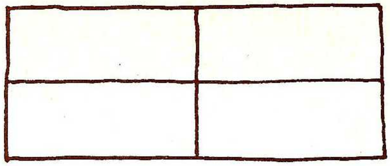
— Il s'agit dans tous les cas de polygones ; et on précise le nombre de côtés (par exemple triangle, pentagone...) par un deuxième nom.

— Quant à k, c'est un nombre. Il signifie que l'on a «divisé» ce polygone en k polygones superposables (ou «isométriques» ou «égaux» !), chacun de ceux-ci étant une réduction photo (c'est-à-dire une figure homothétique) du polygone originel.

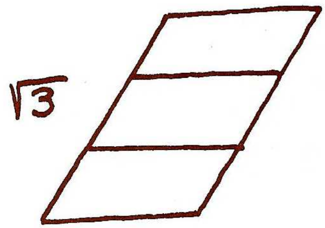
Comprenez-vous ?

Voici deux autres exemples :

Un rectangle (ou rep-4-rectangle) en quatre «petits rectangles»... qui sont bien isométriques et de plus qui sont bien une «réduction photo» du grand rectangle.



Ce parallélogramme dont les côtés ont pour mesure 1 et $\sqrt{3}$ est un rep-3 quadrilatère. (Si tu ne comprends pas, demande à ton copain de troisième).



POUVEZ-VOUS FOURNIR D'AUTRES REPTILES ?

Que pensez-vous des affirmations suivantes ?

- *Tout rep-k polygone est un rep-k^2 polygone, un rep-k^3 polygone,...*
- *pour tout k non nul, on peut construire un rep-k polygone (voir dernier reptile proposé),*
- *un échiquier est un rep-64 quadrilatère,*
- *un reptile (en fait une infinité de reproductions de ce reptile) permet de faire un pavage du plan. (Voir page de couverture de PA 7, voir PA 10).*

Construction d'un rep-16 hexagone

- *Construire un rectangle*
- *le diviser en quatre rectangles isométriques*
- *supprimer un de ces rectangles, puis...*

Trouvez un pentamino qui est un reptile.*

Pouvez-vous fournir un rep-64 pentagone ?

Faites le rapport des côtés correspondants d'un reptile et d'un de ses sous-reptiles. Ce rapport dépend-il du côté choisi ? Faites le rapport des aires du reptile et du sous-reptile.

Construisez des polygones obtenus par «juxtaposition» d'un reptile et de plusieurs de ses sous-reptiles... Cela peut fournir un très joli dessin. Mais obtient-on un reptile ?

T.R.

**La matière qui a permis cet article provient d'un article de Martin Gardner paru dans Scientific American (Mai 1963). L'auteur y signale que c'est son compatriote W.S. Golomb qui lui a fourni une étude personnelle de ces «replicating-figures» ou «rep-tiles».*

L'allusion au célèbre problème des pentaminos est volontaire. (Voir PA 5 et suivants). On signale en effet ce jour à la rédaction de PA que c'est aussi Golomb qui a écrit en 1965 le livre «Polyominoes».

la page d'Alice.

A la suite d'incidents probablement techniques le Coin des Philosophes avait semblé disparu du Petit Archimède mais Alice ne vous avait pas oubliés et vous n'avez pas oublié Alice puisque j'ai reçu des suggestions de problèmes.

Je vais tâcher de rattraper le temps perdu en soumettant aujourd'hui à vos méditations à la fois un texte qui m'a été envoyé et des commentaires sur le Coin des Philosophes de PA 8.

D'après une proposition de M. Lescanne :
Un adjectif est dit «autologique» s'il se qualifie lui-même (ex : «court» est court, «français» est français, etc.), sinon il est dit «hétérologique» (ex : long, etc.). Que pensez-vous de la question suivante :
«Est-ce que «hétérologique» est autologique ou hétérologique ? »

Je ne doute pas que les disciples d'Alice qui avaient suivi PA pendant les numéros 1, 2, 3, 4 et 5 seront tout à fait à l'aise devant cette question, n'est-ce pas ?

Commentaires sur le Coin des Philosophes de PA 8

Voici une *démonstration des propositions soumises :*

1. *Si 3 x 4 = 13 alors 0 = 1 car de l'hypothèse, on déduit*
   3 x 4 – 12 = 13 – 12 d'où 0 = 1
2. *Si 3 x 4 = 13 alors 3 x 4 = 12, en effet, en appliquant le résultat précédent, on a 0 = 1*

par conséquent
0 + 12 = 1 + 12 donc 12 = 13
donc 3 x 4 = 12

Par contre «si 3 x 4 = 12 alors 3 x 4 = 13» est faux puisque l'hypothèse est vraie et la conclusion est fausse, donc si vous en trouvez une démonstration elle est certainement erronée, comme, par exemple, le «raisonnement» suivant :

(3 x 4 – 12) (3 x 4 – 13) =

9 x 16 + 12 x 13 – 3 x 4 x 25

donc 3 x 4 – 13 = 0 donc 3 x 4 = 13

C.Q.F.D.!!

Les deux «théorèmes» proposés aux plus savants dans PA 8 s'énonçaient sous la forme «H ⇒ C» ; dans les deux cas, H était le «grand énoncé de Fermat» pour lequel les mathématiciens n'ont pas encore pu dire s'il est vrai ou faux ; dans le 1er cas, la conclusion C_1 était «0 = 1», dans le 2ème cas, la conclusion C_2 était «0 ≠ 1». Cette conclusion étant vraie, on peut, sans attendre la réponse au problème de Fermat, assurer le 2ème théorème, par contre la première proposition ne sera un théorème que si la «conjoncture» de Fermat est fausse.

Je vous propose pour la prochaine fois le jeu suivant : inventez des «pièges» qui soient des propositions de la forme «hypothèse ⇒ conclusion» où la conclusion soit «0 = 1», et d'autres où elle soit «0 ≠ 1», et fabriquez-en des démonstrations, mais, attention, gardez bien votre esprit critique en éveil et, si vous piégez vos amis, ne vous piégez pas vous-même !

ALICE

PA CONSTRUIT

un équilibre insolite

Le dessin est suffisamment explicite pour la réalisation de ce cadre articulé. Qu'il soit fait en bois, en carton rigide, à l'aide d'un meccano, l'essentiel, pour ce parallélogramme déformable, est d'être le plus symétrique possible par rapport au mât. Une fois terminé il faut équilibrer l'ensemble, pour cela :

1 - accrocher aux doigts, à égale distance du mât (graduation) 2 poids égaux (boulons accrochés à un fil de fer),

2 - parfaire l'équilibre en collant sur le fléau adéquat une petite surcharge ajustée progressivement (chewing-gum, pâte à modeler, etc.),

Maintenant que l'équilibre est atteint on va pouvoir passer à la phase spectaculaire de l'opération,

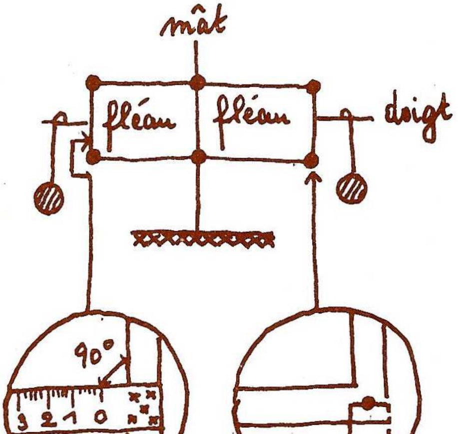
3 - déplacer l'un des boulons le long du doigt. Que va-t-il se passer ?

Contre toute attente l'équilibre est maintenu.

Pourquoi ?

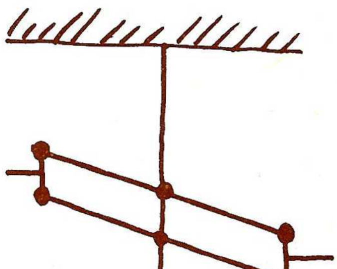
Quel est l'appareil usuel qui applique cela ?

EMKAES



Fixation rigide du doigt (agrafes, colle etc.). Le doigt est gradué.

Articulation très souple (épingle tordue, meccano... etc.). En dehors de cette souplesse des articulations tout le reste devra être d'une rigidité parfaite.



Position possible de l'ensemble.

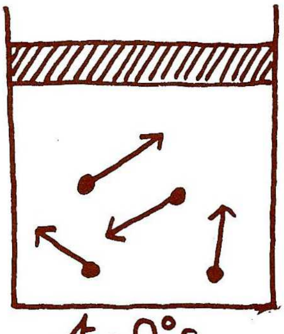
la dilatation (suite)

Pour trouver l'explication de la dilatation, il faut aller jusqu'à la constitution ultime de la matière : les atomes.

Dans un gaz parfait, les molécules (= groupes d'1, 2 ou 3 ou plus d'atomes) se comportent comme des petites billes qui s'entrechoquent de façon incessante. Les chocs sont supposés élastiques (comme celui de deux billes d'acier). De plus on suppose que les chocs mis à part, les billes (pardon ! les molécules) n'ont aucune action entre elles : elles s'ignorent tout comme tu ignores ton voisin dans un meeting, bien que de temps en temps tu en heurtes un !

Toutes ces molécules sont en mouvement incessant, et désordonné (du fait du grand nombre de chocs). Pour fixer les idées, disons qu'une molécule d'oxygène a une taille de l'ordre de 3 Angströms (1 Angström = un cent millionième de centimètre). Dans les conditions normales (pression atmosphérique de 1 kg/cm² et température de O°), une telle molécule a une vitesse moyenne de 461 mètres par seconde (vitesse du son dans l'air ∿ 330 mètres/seconde). En une seconde elle subit (toujours en moyenne)

Gaz



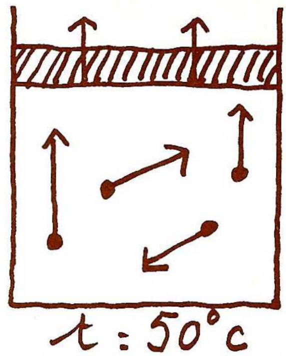
Toutes les molécules ont une certaine vitesse. Le piston reste en place car il y a autant de molécules qui le frappent d'un côté et de l'autre.

10 milliards de collisions, ou pour parler autrement, une molécule donnée a un espoir raisonnable de se déplacer de 500 Angströms sans subir de choc, soit 150 fois son diamètre. Transposé à l'échelle humaine, cela donnerait une foule de 1 citoyen tous les 5 mètres, la distance moyenne des molécules étant de l'ordre de 30 Angströms soit dix fois leur diamètre : il n'y a donc pas bourre !

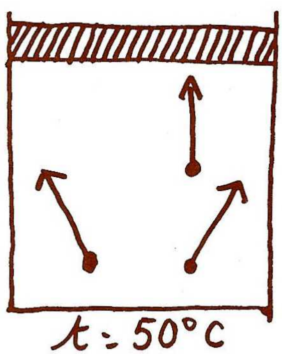
Que se passe-t-il quand on chauffe un gaz ? On donne de l'énergie aux molécules. Aux températures ordinaires cette énergie se traduit par une augmentation de vitesse des molécules, donc un choc plus violent contre les parois... ce qui se traduit à notre échelle par une augmentation de pression si on appuie sur le piston. Si on laisse le piston libre il s'élève à cause de la surpression, donc le volume augmente, donc chaque molécule a un peu plus de place, ou si l'on veut, le nombre de molécules par unité de volume diminue. Or $P = nkT$, k étant une constante (dite constante de Boltzmann), n le nombre de molécules par unité de volume. On voit donc que si n diminue, P va diminuer... et de fait P diminuera jusqu'à ce que le piston s'immobilise c'est-à-dire jusqu'à ce que des deux côtés du piston règne la même pression.

Le phénomène de dilatation des gaz s'explique donc très bien.

Pour les solides cristallins c'est différent, car les molécules ou plutôt les atomes sont astreints à rester à une place bien déterminée dans le réseau cristallin. Plus question de chocs, ni de libre parcours moyen !



La vitesse des molécules a augmenté, le piston est frappé plus violemment. Donc surpression. Donc le piston va monter jusqu'à atteindre un nouvel équilibre.



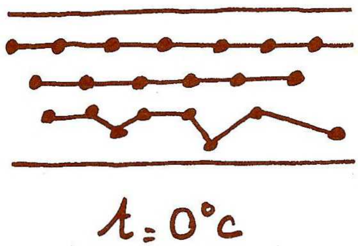
La vitesse des molécules est toujours la même, mais le piston a monté. Les molécules ont plus de place. Le piston est en équilibre car d'un côté il reçoit des chocs nombreux et faibles, et de l'autre il reçoit moins de chocs, mais plus violents.

Dans ce cas l'apport d'énergie sous forme de chaleur se traduit par une vibration des atomes autour de leur position de repos, cette vibration étant d'autant plus ample que la température du matériau est plus élevée. La dilatation est beaucoup plus complexe à décrire microscopiquement, car la description mathématique d'un réseau cristallin n'est pas une chose aisée... et de fait certains alliages se contractent quand on les échauffe ! Il y a cependant un cas où la description redevient aisée : le cas de solides constituées de molécules longues c'est-à-dire les caoutchoucs, plastiques etc. De tels corps se contractent lorsqu'on les chauffe. Cela provient du fait qu'à froid les longues molécules sont sensiblement allongées, parallèles, alors qu'à chaud, sous l'effet de l'agitation thermique elles ont tendance à se tortiller en tous sens, donc à raccourcir en moyenne... ce qui explique la contraction.

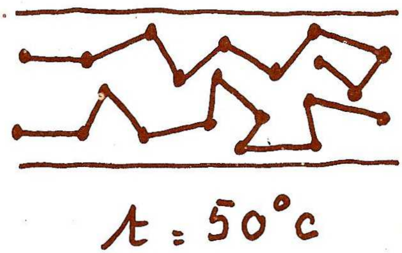
Nous ne parlerons pas des liquides pour lesquels tout n'est pas dit. L'eau, pour ne parler que de celui-là, se contracte quand on la chauffe de 0 à 4° C, au-delà elle se dilate. Actuellement on connaît encore très mal ce qui assure la relative cohésion des liquides (forces de Van der Vaals). Tout ce que l'on sait c'est que c'est très compliqué.

Voilà ! Nous avons fait le tour d'horizon de la question «dilatation». Cela nous a permis de déboucher sur les aspects les plus modernes de la physique. Cela nous a surtout permis de voir qu'un problème banal comme l'échauffement d'un corps solide ou liquide n'est de loin pas résolu ni entièrement compris. Pour rassurer l'éventuel lecteur qui aurait eu le senti-

Caoutchouc.



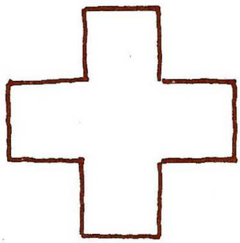
Les molécules longues (macromolécules) dont le caoutchouc est formé sont presque «étirées». Elles sont calmes.



Les longues molécules qui ressemblent à une chaîne d'arpenteur s'agitent, se tordent, se replient... tout ceci se traduit par un raccourcissement, une contraction de l'échantillon.

ment d'avoir perdu son temps en lisant ces pages, terminons en disant que le problème du transfert de la chaleur dans les corps solides (chaleur spécifique) a été jugé digne d'intérêt par Monsieur Albert Einstein, qui lui a consacré quelques années de sa vie. Après lui d'autres s'y sont encore attaqués (Debye, Born, etc.) et la question n'est toujours pas entièrement close.

DISSECTION DE LA CROIX GRECQUE



Un découpage difficile cette fois ! Mais les lecteurs de PA sont habitués.
Découpez cette croix en plusieurs morceaux qui, réassemblés, donneront un carré de même aire que cette croix.

l'ellipse

Dans ce premier dossier nous allons parler d'une courbe particulière appelée ellipse. Mais qu'est-ce qu'une ellipse ? Dans la vie de tous les jours vous avez souvent l'occasion d'en observer :

— incliner un verre rempli d'eau

— couper des tranches de saucisson en tenant le couteau oblique.

Comment construire de telles courbes ? Différentes méthodes sont possibles. Je vais ici vous en exposer quelques-unes. Sûrement en connaissez-vous d'autres ; j'attends avec impatience vos idées ainsi que tous les lecteurs du PA.

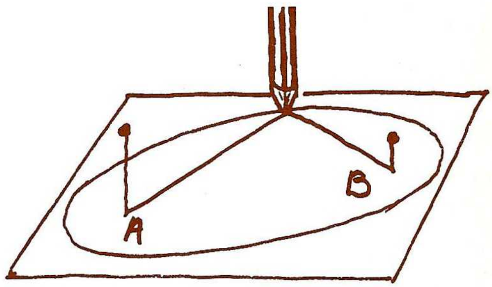
***Méthode dite du jardinier**

Matériel : une feuille de carton, une feuille de papier, deux pointes fines (punaises ou épingles), un bout de fil et un crayon.

Placer la feuille de papier sur la feuille de carton.

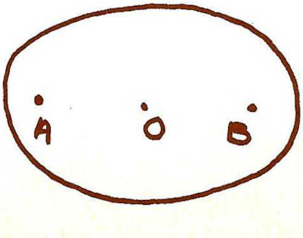
Attacher chaque extrémité du bout de fil à une épingle.

Piquer les deux épingles dans le carton et la feuille de papier, de telle façon que le fil soit lâche entre les deux épingles. Tendre alors le fil à l'aide de la pointe d'un crayon. En appuyant légèrement sur le papier et en faisant attention à ce que le fil reste bien tendu, la pointe décrit une courbe sur la feuille de papier. Vous reconnaissez l'ellipse examinée au cours des expériences précédentes.



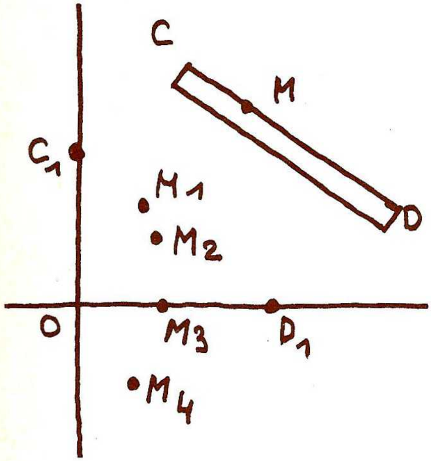
Repérez les points A et B — appelés foyers de l'ellipse — sur votre feuille de papier et placez le point 0 milieu de AB. Sur la droite (AB) éloignez les points A et B en conservant le milieu de AB et la longueur du fil. Reprenez la construction précédente. Vous obtenez une nouvelle ellipse. Pouvez-vous dans ces conditions écarter indéfiniment A et B ? Qu'arrive-t-il ? Reprenez la même construction en rapprochant cette fois-ci A et B. Qu'observez-vous ? Et si A = B ? Quelle courbe avez-vous tracée ?

Autre manipulation



Cette fois-ci conservez la position des deux points A et B et faites varier la longueur du fil. Qu'arrive-t-il si le fil est trop long ? trop court ?
Par ce procédé vous tracez des ellipses ayant mêmes foyers A et B, appelées pour cettre raison homofocales.

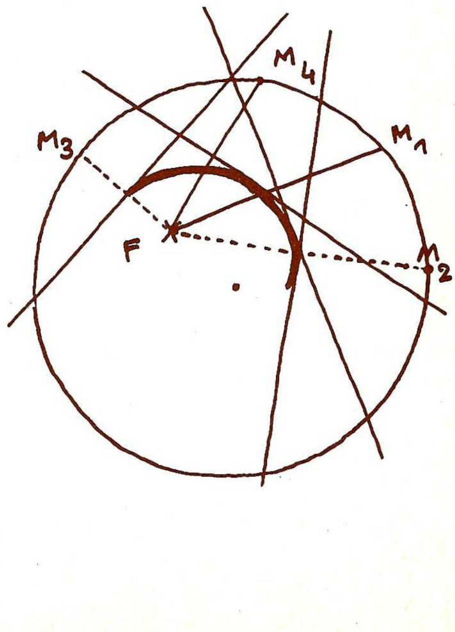
***Deuxième méthode** - dite de la bande de papier, due à Jean de La Hire.



Dessinez sur une autre feuille de papier deux droites perpendiculaires en O. Soit un segment CD matérialisé par une bande de papier «d'extrémités» C et D. Faites choix d'un point M sur ce segment donc sur le bord de votre bande de papier. Déplacez cette bande de papier de telle façon que C et D décrivent respectivement des droites perpendiculaires.
A chaque position de la bande de papier, repérez le point M avec la pointe de votre crayon.
Joignez finalement toutes les positions obtenues. Vous tracez encore une ellipse. Quelle courbe décrit le point I milieu de CD ?

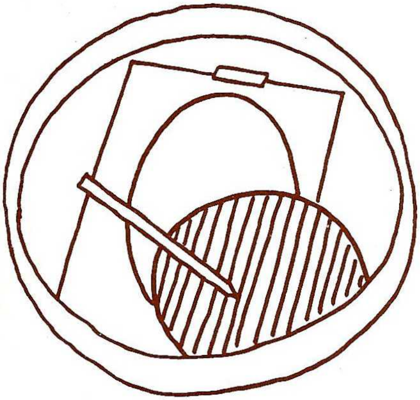
***Troisième méthode**

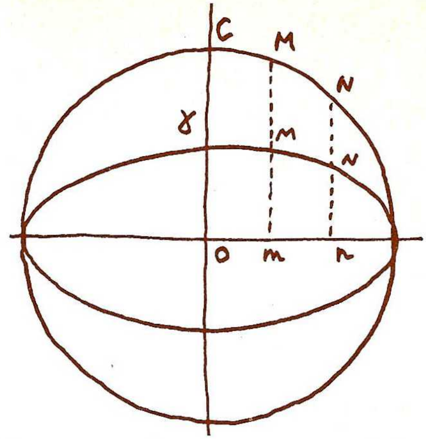
Il s'agit cette fois-ci d'obtenir l'ellipse comme courbe tangente à un ensemble de droites.
Tracez un cercle.
Placez à l'intérieur du cercle un point F. Chaque point M du cercle définit un segment unique MF.
Tracez alors la médiatrice de MF.
Refaites cette même construction pour un grand nombre de positions du point M sur le cercle. Vous faites ainsi apparaître une famille de droites toutes tangentes à la courbe (E) que vous pouvez maintenant tracer.
L'ellipse (E) est dite **enveloppe** *de la médiatrice du segment dont l'une des extrémités est le point F, l'autre décrivant un cercle ne passant pas par F.*
Que devient (E) si F est le centre du cercle ?



*Quatrième méthode

Il vous suffit d'un moule à gâteau à bord lisse et d'un disque de carton de rayon moitié. Faites un trou dans le disque de carton pour y placer la pointe de votre crayon.
Faites rouler le disque de carton sur le bord intérieur du moule à gâteau et appuyez légèrement sur la feuille de papier. On trace à nouveau une elllipse sur la feuille de papier collée au fond du moule à gâteau à l'aide de ruban adhésif.

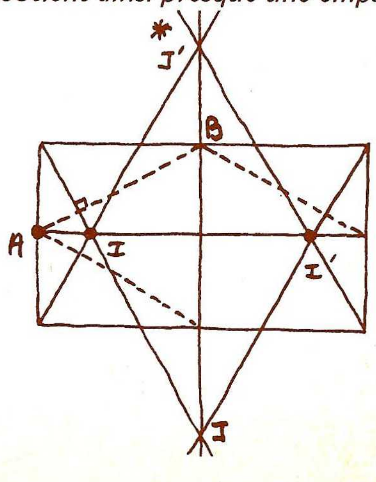




Vous venez de construire une fois de plus une ellipse à l'intérieur du cercle donné. Ce cercle est appelé **cercle principal** *de l'ellipse. Changez de rapport (dans le cas précédent il s'agissait du rapport* $\frac{O\gamma}{OC} = \frac{1}{2}$*). prenez* $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$*,... et faites les figures correspondantes.*

*Presque une ellipse

Tracer les cercles
de centre I de rayon I A
de centre I' de rayon I A
les cercles
de centre J de rayon J B
de centre J' de rayon J B
on obtient ainsi presque une ellipse.



*Cinquième méthode

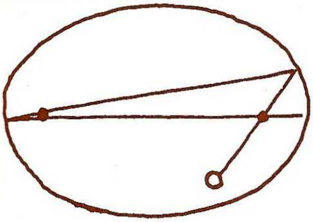
Tracez sur une feuille de papier un cercle.
Tracez deux diamètres perpendiculaires.
Placez sur ce cercle divers points C, M, N,... Soient O, m n... tels que (OC) ; (Mm) ; (Nn) ;... soient perpendiculaires à (D).
Repérez les milieux respectifs de (OC), (Mm) et(Nn)...
Joignez les différents points ainsi obtenus.

Propriétés de l'ellipse

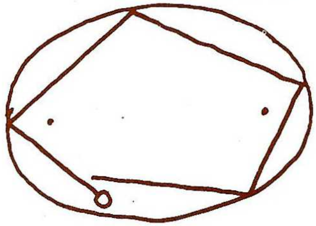
**Imaginons un billard elliptique. Quand on place une bille sur un foyer et qu'on la frappe sans lui donner d'effet pour l'envoyer dans une direction quelconque, elle rebondit sur le bord du billard et vient passer par l'autre foyer.*

Cette trajectoire tendra au bout de quelques rebonds seulement à se confondre avec le grand axe de l'ellipse (droite qui contient les deux foyers).

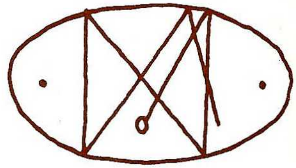
Examinez ce qui se passe lorsque la bille est tirée de telle façon qu'elle ne passe pas entre les foyers, ou bien qu'elle y passe constamment.



bille passant par un foyer.

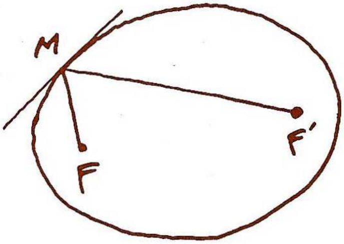


bille ne passant pas entre les foyers.



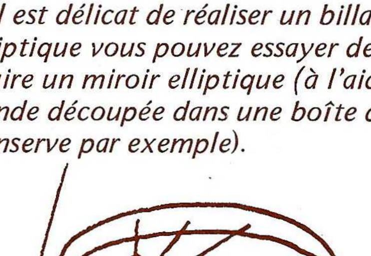
bille passant entre les foyers.

**Traçons une droite tangente en un point quelconque de l'ellipse. Les segments qui joignent le point de contact aux foyers de la courbe font des angles égaux avec la tangente.*



*Le miroir elliptique

S'il est délicat de réaliser un billard elliptique vous pouvez essayer de construire un miroir elliptique (à l'aide d'une bande découpée dans une boîte de conserve par exemple).

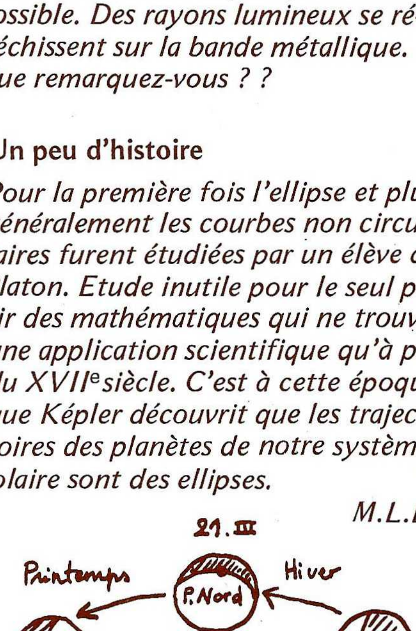


Placez ce miroir sur une table. Repérez les foyers et placer en l'un d'eux une source de lumière la plus ponctuelle possible. Des rayons lumineux se réfléchissent sur la bande métallique. Que remarquez-vous ? ?

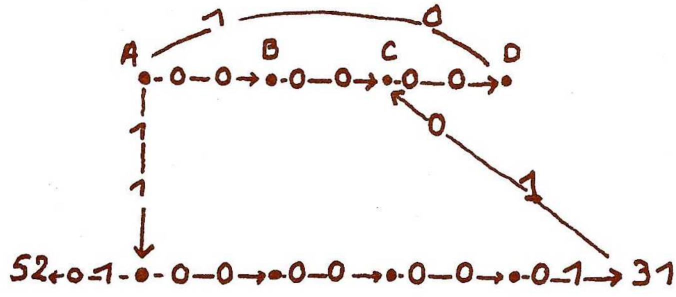
Un peu d'histoire

Pour la première fois l'ellipse et plus généralement les courbes non circulaires furent étudiées par un élève de Platon. Etude inutile pour le seul plaisir des mathématiques qui ne trouva une application scientifique qu'à partir du XVII^{e} siècle. C'est à cette époque que Képler découvrit que les trajectoires des planètes de notre système solaire sont des ellipses.

M.L.D.



l'OPA et la LPA (6)



Résumé des chapitres précédents

Il n'y a plus, selon le petit Archimède, qu'à identifier les états 31 et 52 et à tracer les cinq flèches manquantes du diagramme. Selon le petit Basile, c'est l'enfance de l'art.

— ??? L'enfance de l'art, l'enfance de l'art... Evidemment, il faut faire intervenir les résultats des coups 1 à 21, que nous n'avons pas encore utilisés :

5 10 15 20

110101101110010100011
110101101100110010011

Il y a trois questions 0 de 17 à 19. Nécessairement en 17 on était en D ou en I. Dans la première hypothèse, 18 est A et 19 est B ; dans la deuxième, 18 et 31 coïncident. Donc...

— Au lieu de vivre dans le passé, songe plutôt au présent et à l'avenir !

— Le présent, c'est l'état 52...

— Il est bien facile à identifier !

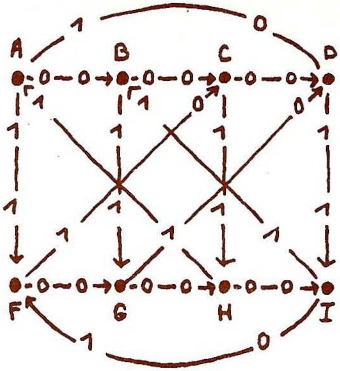
— Voyons, réfléchissons... Ça y est, j'y suis ! Si je pose la question 0 et que j'obtiens la réponse 1, c'est que je suis en A ou I, et je trancherai en posant la question 1. Si par contre j'obtiens la réponse 0, je repose la question 0, et ainsi de suite.

Et voici les nouvelles questions posées par le petit Archimède et les réponses obtenues :

55 60 65 70 75 80 85 90 95

00100000000110010101000100011100001010100010001
01100010001010100110010100101100011001100010011

— Maintenant je peux tracer le diagramme complet.



Et voici la reconstitution des 98 coups joués depuis le début :

5 10 15 20 25 30 35 40 45 50

DIBCHIBGHAF CDAF GDABCHABCDAF GHIFCDABCDABCDABC DABCDAF
11010110111001010001100001000010000000000000000000011
11010110110011001001100110001001000100010001000110

55 60 65 70 75 80 85 90 95

CDAFGHIF GHIFCHIFCDIFCDABGHIFCHABCDAF GDAFGHIBCDAF
00100000000110010101000100011100001010100010001
01100010001010100110010100101100011001100010011

— C'est merveilleux, Archimède ! Comment as-tu découvert tout ça ?

— Tu te fiches de moi, Basile. Je t'ai expliqué tout à l'heure ma méthode. J'ai identifié l'état 52 dès que le coup 54 a été joué. J'ai ensuite retrouvé en 59 l'état 31, que j'ai identifié après le coup 63. A partir de 64, j'ai étudié la flèche C1 (que j'ai identifiée après 67), puis à partir de 69 la flèche D1 (identifiée après 79) ; à partir de 88 la flèche G1 (identifiée après 90) ; et finalement à partir de 94 la flèche I1, identifiée après 98.

— Et tu es mathématiquement sûr que ce diagramme exprime bien le fonctionnement de mon ordinateur ?

— Oui, pourquoi ?

— Il y en a un qui marche tout aussi bien : un diagramme à 98 états par lesquels on serait passé successivement au cours des 98 coups.

— D'accord ! Disons que ma certitude n'est pas mathématique, mais expérimentale.

— Je ne te le fais pas dire.

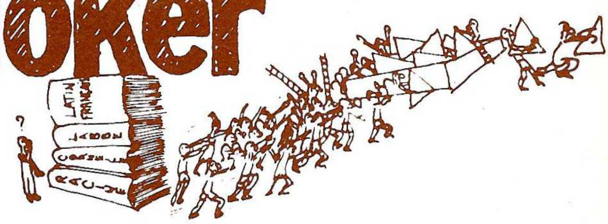
— Et pour affermir cette certitude, il me suffit de poursuivre les expériences, qui, j'en mets ma main au feu, confirmeront la théorie. Je vais poser les questions suivantes, que je choisis tout à fait au hasard :

1011010100

Je peux te prédire sans la moindre hésitation les réponses de ton ordinateur.

Vous aussi, j'espère, lecteurs amis.
(A suivre)

le Trioker

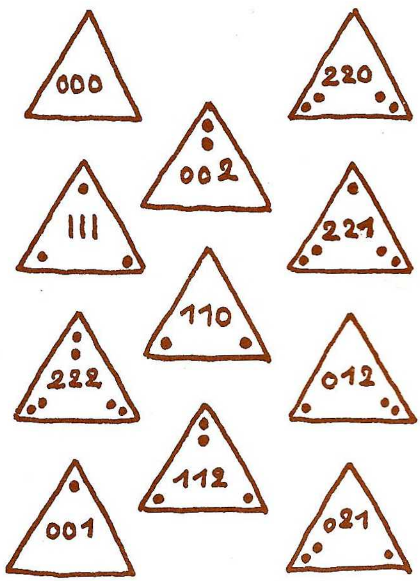


D'abord, les solutions des puzzles en «onze pièces» proposés dans PA 14. Je vous rappelle qu'il s'agit d'utiliser seulement celles de vos pièces de Trioker qui ne portent pas de sommets de valeur «3». Vous avez onze pièces qu'il est facile de repérer (au besoin, reportez-vous au tableau de classement figure 3 page 11 du PA 11).

Ces onze pièces sont reproduites ci-contre :

— trois pièces triples (000 - 111 - 222)
— six doubles (001 - 002
110 - 112
220 - 221)
— deux pièces simples (012 et 021)

Avec ce «mini-trioker» en onze pièces, vous pouvez construire la passerelle (figure 42) ; le crochet (figure 44)... C'est même facile : j'indique ici une des nombreuses solutions. Et puis, brusquement, vous tombez sur le Roi couronné (46) et sur le Loup (46 bis), qui se ressemblent beaucoup. Avec une différence importante : le Roi couronné est facile à réussir — au contraire, vous vous cassez les dents sur le Loup...



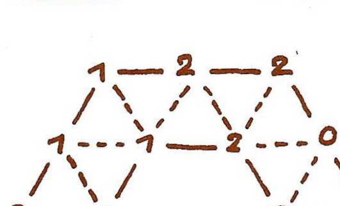


Fig. 42.
la Passerelle.

Ce serait dommage de perdre beaucoup de temps à essayer de construire ce Loup avec les onze pièces choisies... Voici un exemple de raisonnement utile :

Vos onze pièces ne portent aucun sommet de valeur «3». Mais combien portent-elles de sommets des trois autres valeurs ?

– onze sommets «0»,

– onze sommets «1»,

– onze sommets «2».

Regardez maintenant la figure 46bis à droite. Chaque chiffre indique ici le nombre de sommets qui sont réunis en un point. Par exemple, au centre, le chiffre «6» indique que six *sommets de pièces portant une même valeur sont réunis.*

Et réfléchissez.

Vous avez trois pièces «triples» à placer. Une d'elles – par exemple la pièce triple zéro (000) – aura un de ses sommets au centre : il y aura six sommets de pièce portant chacun la valeur «zéro» au centre. Mais la pièce triple zéro a deux autres sommets de valeur zéro : il faudrait leur trouver deux places voisines. La pièce triple zéro devrait occuper l'une des cases appelées A, B, C, D, E ou F. Si la pièce triple zéro occupe la case A, ses sommets doivent participer à une réunion de 6 sommets «0» au centre, et à 3 + 4 = 7 sommets «0» en plus. Comme notre série limitée de pièces nous offre en tout onze *sommets zéro, nous ne pouvons pas placer la pièce 000 dans la case «A», qui demanderait 6 + 7 = 13 sommets zéro. Donc il ne peut pas y avoir de pièce triple dans la case A ; ni dans la case C ; ni dans la case... Continuez, et vous démontrez qu'aucune pièce triple ne peut être placée dans «la gueule du loup». Et vous comprenez ainsi que*

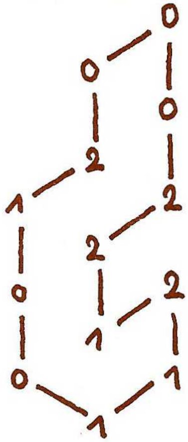


Fig 44
le Crochet

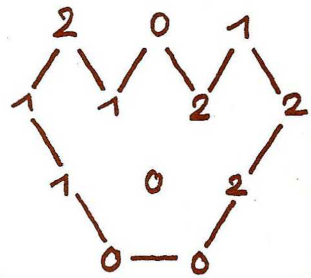


Fig 46.
le Roi couronné

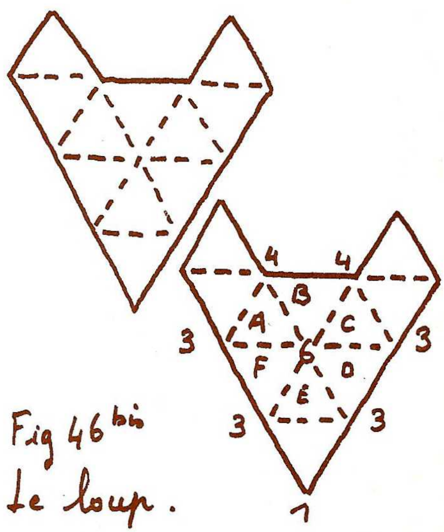


Fig 46bis
Le loup.

«Le loup» n'est pas réalisable et aussi pourquoi c'est une pièce triple qui forme le menton du Roi Couronné...

Maintenant, vous saurez démontrer pourquoi le sucrier de la figure 47 n'est pas réalisable. Et, surtout, vous avez appris à raisonner devant un puzzle logique — plutôt que de tâtonner au hasard !

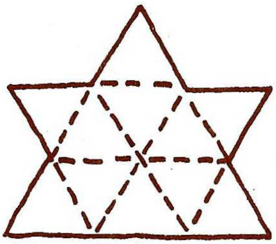


Fig. 47 le sucrier

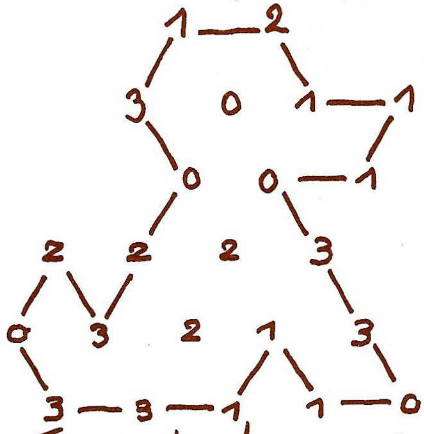


Fig 51. le chien assis

La figure 51 vous donne une solution pour le «Chien assis» en utilisant la totalité de vos 24 pièces — nous verrons plus tard la logique de ces puzzles difficiles qui exigent les 24 pièces. Pour aujourd'hui, vous savez maîtriser les «onze pièces» d'un Minitrioker sans valeur «trois» ; vous allez progresser en jouant avec **les douze pièces totalisant au plus 4 points.**

Douze pièces totalisant au plus 4 points :

Chacune de vos pièces a trois sommets ; chaque sommet porte une valeur qui peut être 0, 1, 2 ou 3. Prenez parmi toutes vos pièces celles qui **totalisent** *au plus 4 points. C'est-à-dire que vous prenez le triple zéro.— le triple un — mais* **pas** *le triple deux qui totalise 6 points... etc. Ne vous trompez pas : vous devez isoler 12 pièces, totalisant chacune 0, 1, 2, 3 ou 4 points — pas plus.*

Observez maintenant vos 12 pièces. Notez la répartition des valeurs — attention cette répartition n'est pas symétrique ! Et essayez de construire les silhouettes des puzzles numéros 52, 53, 54, 55, 56, 57... Je ne vous garantis pas qu'ils sont tous réalisables ! c'est à vous, maintenant, de le prouver — ou bien de prouver le contraire ! J'attends vos solutions...

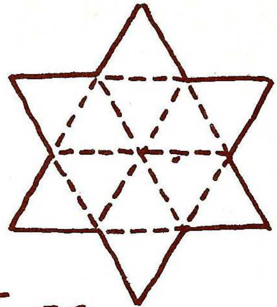


Fig 55

L'Etoile.

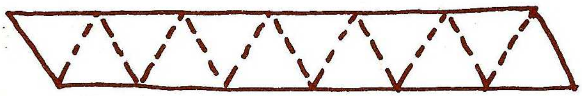


Fig 52 : ligne de 12 pièces

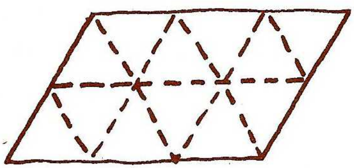


Fig 53 : parallélogramme

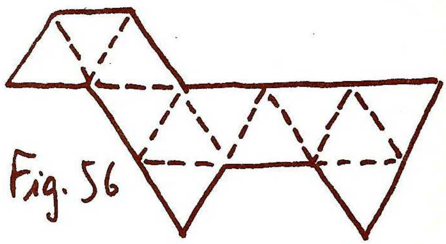


Fig. 56

le roquet

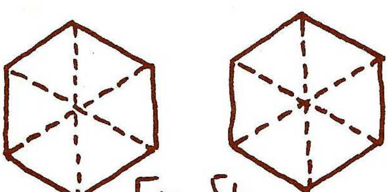


Fig. 54

les 2 hexagones

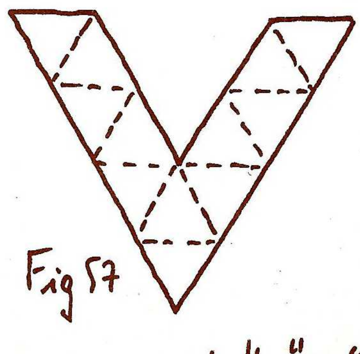


Fig 57

Lettre "V"

Avec un amical salut à nos camarades de Sciences naturelles, voici figure 58 un «Triokeroscope» en 23 pièces qui n'est pas trop difficile. Et grâce à l'envoi d'un lycée parisien, nous passons à un autre sujet.

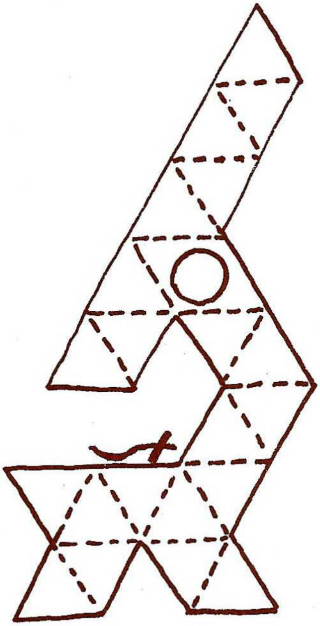
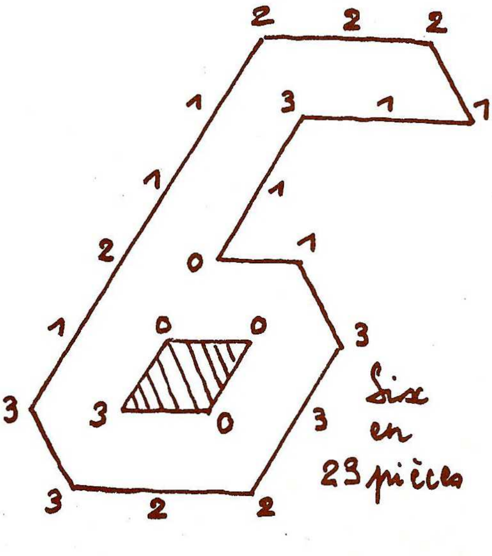


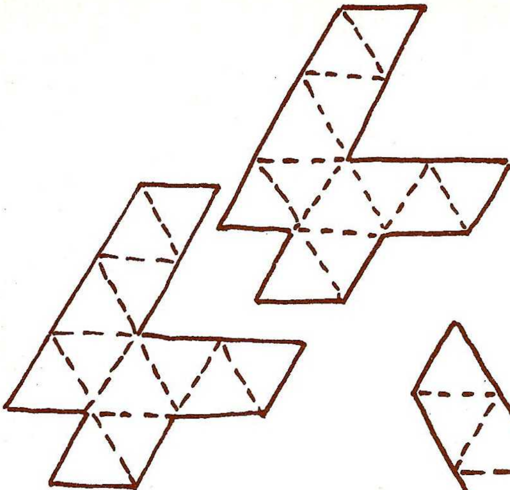
Fig. 58
le Triokeroscope.

Chiffres et Nombres en Trioker

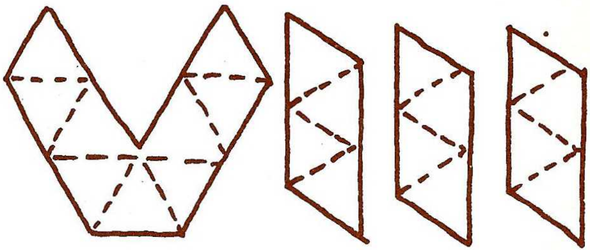
J'ai reçu en effet d'une classe de jeunes amateurs de Trioker (et d'arithmétique) une idée de concours qui me paraît très astucieuse. Il s'agit de réaliser, avec les 24 pièces d'un Trioker, une silhouette représentant **le plus grand nombre possible.** *Je reproduis ici quelques exemples – en indiquant la solution du «six» car il s'agit d'un puzzle difficile... Pour les autres silhouettes, cherchez vous-mêmes !*



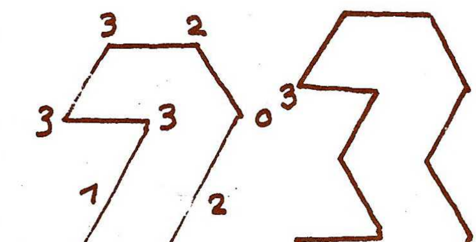
Six en 23 pièces



Deux cent cinquante six, en 24 pièces



Huit romain !



Huit en 24 pièces

Et surtout, réfléchissez un peu. Le «six» réalisé ici ne demandait qu'à être retourné pour représenter «neuf» – et surclasser le «deux puissance trois» et le «huit romain»... En vous limitant à vos 24 pièces de Trioker, pouvez-vous dépasser «quatre puissance quatre» ? Envoyez-moi vos solutions : il y a une belle boîte du Trioker édité par Robert Laffont pour le meilleur envoi !

M. TRIOKER

PS : le CES «Valéri» de Nice a déjà dû recevoir sa boîte récompensant un envoi aussi original que massif !

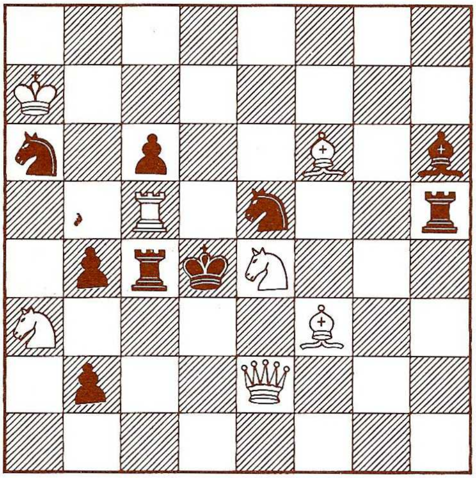
Echecs : la clé.

La question la plus souvent posée à PETIT PHILIDOR au sujet du problème d'échecs est certainement : comment s'y prend-on pour résoudre un problème ? Il n'y a pas à ce sujet de réponse toute faite : cependant il ne faut pas trop compter sur le hasard. Dans un problème en deux coups, les noirs ne jouent qu'une seule fois et, APRES LA CLE, chacun de ces coups devra conduire à un mat. Pour résoudre un problème, on a donc intérêt à regarder les différents coups noirs AVANT la recherche de la clé, et à voir les mats pouvant en découler. Ce sont ces mats qui permettent la découverte assez rapide de la clé et de bon nombre de variantes.

Les problèmes proposés aujourd'hui sont tirés de ma collection de la «CLE» une revue malheureusement disparue. Il s'agit de deux problèmes primés à un concours d'une revue hollandaise. Dans le numéro 7, la clé donne une grande liberté au roi noir, mais tous les mats sont rendus possibles par l'interception de deux pièces noires, interception que l'on découvrira grâce à la prise avant la clé de la tour blanche et ce de deux façons différentes. Dans le numéro 8 la recherche de la clé est facilitée par le petit nombre de pièces blanches.

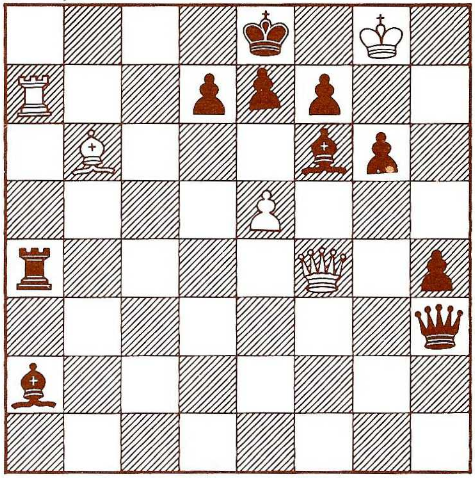
Bonne recherche à tous.

A. SCHONHOLZER
1er Prix Probleemblad 1970



Problème n° 7   Les blancs font mat en 2 coups

J. HARTONG
4e Prix Probleemblad 1970



Problème n° 8   Les blancs font mat en 2 coups

Solutions

Problème n° 5 POPOV

Clé :	*1. Tf2 menace*	*2. Dd4 mat*
Si	*1....Cf5*	*2. Dxf5mat*
Si	*1....Tf3*	*2. Dxf3mat*
Si	*1....Rd5*	*2. Dç6 mat*
Si	*1....Td3*	*2. Dé5 mat*

A noter que 1.....Rd3 n'est pas une défense puisque le mat de menace suit ce coup.

Problème n° 6 SENECA

Clé :	*1. Cb8 menace*	*2. Ta3*	*mat*
Si	*1....Fb5*	*2. ç3*	*mat*
Si	*1....Fd5*	*2. ç4*	*mat*
Si	*1....Fb3*	*2. çxb3*	*mat*
Si	*1....Fd3*	*2. çxd3*	*mat*

Les quatres mats sont donnés par le pion ç2. C'est le thème ALBINO remarquablement présenté. Il faut noter encore que : 1. Dç5 n'est pas la clé parce que sur : 1. ..Fç2 il n'y a plus de mat possible. C'est un attrait supplémentaire de ce merveilleux problème.

PETIT PHILIDOR

Jeu de la Vie

On dispose de quelques pions et d'un quadrillage (un damier par exemple). Les pions représentent une population et dans cette population il y a des règles de naissance et des règles de mort.

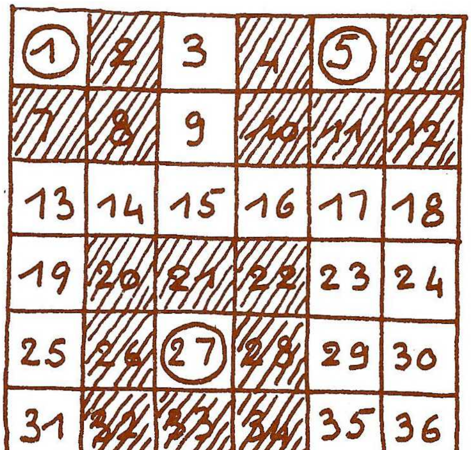
Toute case possède au plus 8 cases voisines.

Exemples :

La case n° 1 possède 3 cases voisines : les cases n° 2, 7 et 8.

La case n° 5 possède 5 cases voisines : les cases n° 4, 10, 11, 12 et 6.

La case n° 27 possède 8 cases voisines : les cases n° 20, 21, 22, 28, 34, 33, 32, 26.



1. Règle de naissance

Toute case libre ayant exactement 3 pions voisins donne naissance à 1 pion.

2. Règle de mort

a) Par isolement : tout pion qui possède 0 ou 1 pion voisin doit mourir.

b) Par étouffement : tout pion qui possède au moins 4 pions voisins doit mourir (4, 5, 6, 7 ou 8).

But du jeu : créer des populations qui survivront et se développeront sous l'effet des règles du jeu.

Action : au départ, un certain nombre de pions, au choix du joueur, sont disposés sur les cases du quadrillage au choix du joueur. (Choix imposé par le Joueur, ou disposition au hasard par tirage au sort). Suivre alors le protocole suivant :

1. Repérer les naissances
(en pointillé sur la figure 2).
2. Référencer les morts
(ronds barrés sur la figure 2).
3. Réaliser les naissances et éliminer les morts
(figure 3).
4. Recommencer à partir du 1 ...

Problèmes qui peuvent se poser :

*Au bout de combien de jours la population aura-t-elle disparu ?
*Comment placer 7 pions au départ pour que la population augmente ?
*Quelles sont les configurations stables (n'entraînant ni mort, ni naissance) ?
*Quelles sont les configurations périodiques ?
*Trouver d'autres règles de jeu.
*Imaginer ce jeu avec 2 joueurs ou plus.

A vous de trouver,
A vous de réinventer !

(Toute réponse ou suggestions à envoyer à J. Capron 12, rue André Chénier — Les Primevères 80000 Amiens).

Références :
Mathematical Games par Martin Gardner.
Ce jeu aurait été proposé par Von Neumann, il vous est indiqué par M. Dumont.

Fig 1. exemple : point de départ

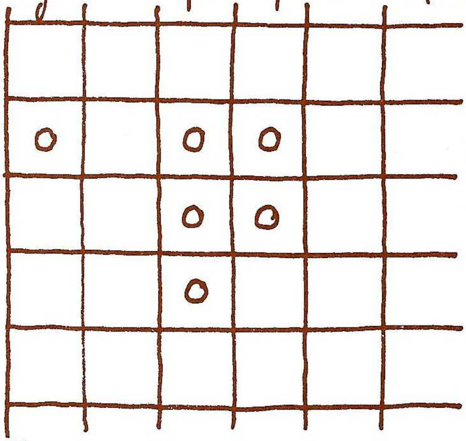


Fig 2. repérage

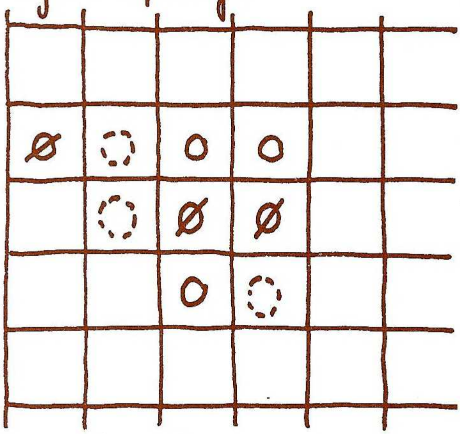
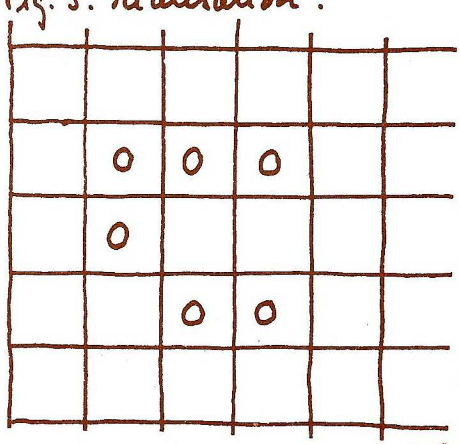


Fig. 3. réalisation.



Balance II

PA vous promet d'autres textes sous ce grand titre. Aujourd'hui, je reprends en somme les deux premiers exercices de PA 13 et vous propose des suites bien logiques.

Vous disposez :
– d'une balance Roberval
– de votre bon sens
– de douze boules de pétanque qui présentent toutes le même aspect extérieur (volume, couleur...). On sait que l'une d'entre elles a une masse **différente** *de celle des onze autres. Attention, j'ai bien dit* **différente** *(et non pas comme dans PA 13* **inférieure**).

Pouvez-vous à l'aide de cette balance me dire quelle est cette boule, si elle est plus lourde ou plus légère que l'une des autres ? Vous ne disposez pas non plus de masses marquées, de tares... et vous devez pouvoir faire ce «choix» en rendant ce nombre de pesées minimum.

Ce texte est beaucoup plus difficile que son homologue de PA 13. Il est «classique» et m'a été fourni, il y a déjà longtemps par J.J. Equay, de Compiègne.

PA 13 vous invite à étudier des boîtes de masses marquées. J'écris ce texte avant que ne me soient transmis vos éventuels courriers.

En cherchant un peu, PA a découvert d'autres boîtes :
– Il a vu au C.E.T. du bâtiment de Lunéville une «boîte de 600 gr»
1, 2, 2, 5, 10, 20, 20, 50, 100, 200, 200.
Cette boîte est d'origine allemande.
– Il a su qu'aux Etats-Unis, les physiciens utilisent une autre boîte
1, 2, 3, 5, 10, 20, 30, 50,...
– et il vous en présente une autre que faute de mieux il appelle provisoirement «la boîte-PA» (mais PA rendra à César ce qui lui appartient)
1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187,...

Je pose bien sûr les mêmes questions que dans PA 13. Comparer ces boîtes, leurs avantages, leurs inconvénients. Quelle est la plus grande masse M que je peux mesurer avec chacune en m'imposant bien sûr de mesurer toute masse entre 1 et M ?... Comparer aussi les «manières» de déposer les masses sur les plateaux lorsque vous cherchez à mesurer la masse d'un corps...

Un extrait de la seconde Edition (1624 je crois) d'un ouvrage de Claude Gaspar Bachet, sieur de Meziriac : quel est le plus petit nombre de poids nécessaire pour trouver le poids de tout objet, sachant qu'il est entier et compris entre 1 g et 40 g ?

Bonnes pesées
p.a.

Calculateurs prodiges

Un calculateur prodige exécute de mémoire des calculs numériques compliqués avec une vitesse stupéfiante. Comme pour les prouesses du sport ou du cirque, cette faculté résulte d'un don exceptionnel développé par un long entraînement.

Dans notre siècle le plus célèbre de ces calculateurs phénoménaux fut l'Italien Inaudi. Une commission académique avec Darboux et Henri Poincaré lui posa un jour des questions auxquelles il répondit en quelques minutes, voire en quelques secondes. Voici trois de ces questions (il s'agit de nombres entiers), que vous pourrez examiner à loisir :

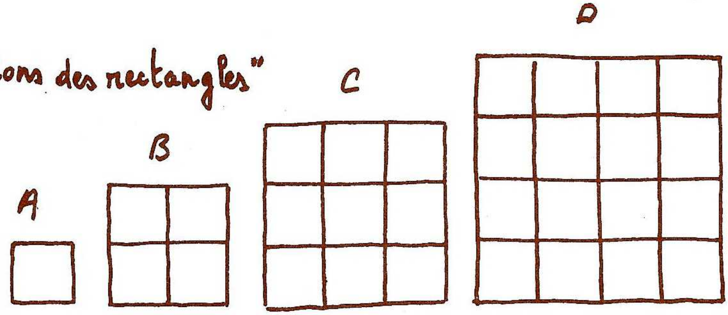
1. trouver le nombre dont la racine carrée et la racine cubique diffèrent de 18.
2. trouver un nombre de deux chiffres tel que la différence entre quatre fois le premier chiffre et trois fois le second égale 7 et que, renversé, le nombre diminue de 18,
3. trouver trois nombres dont la somme est 43 et celle de leurs cubes 17299.

Remarquons que pour la dernière question le triplet cherché est unique, et cela même si l'on supprime la première condition (somme 43). Signalons en passant la belle égalité :

$$3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3.$$

E. EHRHART, Strasbourg

"Comptons des rectangles"



En A, je compte 1 rectangle dont 1 carré
en B, je compte 9 rectangles dont 5 carrés
en C, je compte 36 rectangles dont 14 carrés
en D, je compte ? rectangles dont ? carrés continuez...

algorithmique

Voici un procédé assez rapide pour diviser A par B lorsque A < B et lorsque B se termine par 9 :
– soit à diviser 153 par 209,
– ces nombres vérifient la condition soulignée,
– on enlève à 209 son chiffre des unités : on obtient 20,
– on rajoute 1 : on obtient 21,
– on effectue la division entière :
– on accole le reste et le quotient : on obtient 67,
*– on recommence l'opération * mais en remplaçant 153 par 67, et ainsi de suite...*

$$\begin{array}{r|l} 153 & 21 \\ \cline{2-2} 6 & \mathbf{7} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 67 & 21 \\ \cline{2-2} 4 & \mathbf{3} \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 43 & 21 \\ \cline{2-2} 1 & \mathbf{2} \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 12 & 21 \\ \cline{2-2} 13 & \mathbf{0} \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 120 & 21 \\ \cline{2-2} 15 & \mathbf{5} \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 155 & 21 \\ \cline{2-2} 8 & \mathbf{7} \end{array} \ldots$$

et on a pour résultat :

$$\frac{153}{209} = 0{,}732057\ldots$$

Mis à part Poitiers, ce nombre ne vous rappelle rien ?
A vous de jouer maintenant... Que penseriez-vous de $\frac{55}{89}$? De $\frac{421}{999}$? De $\frac{1}{99}$? De $\frac{1}{89}$? (M. Fibonacci pointe son nez). Et de $\frac{1}{49}$? Ce dernier résultat est assez curieux, non ?
Les plus grands d'entre nos lecteurs pourront comprendre le «phénomène» en examinant $\frac{1}{98}$.

Cette méthode (ou encore algorithme) de calcul peut permettre d'établir un programme *pour ordinateur. Ce programme décrit la suite des instructions à exécuter, non pas dans le cas particulier des nombres 153 et 209 mais dans le cas général. Pour cela, on utilise un langage approprié à l'ordinateur que l'on a (ou que l'on n'a pas...).*

Donnons l'exemple d'un programme écrit dans le langage «LSE» :

```
1  LIRE A, B
2  U ← B − 10 x ENT(B/10)
3  SI A < B ET U = 9 ALORS
   ALLER EN 4 SINON TERMINER
4  D ← (B − 9)/10
5  DVS ← D + 1
6  DVD ← A
7  Q ← ENT(DVD/DVS)
8  R ← A − B x Q
9  AFFICHER Q
10 DVD ← 10 x R + Q
11 ALLER EN 7
12 TERMINER
```

Commentaires pour nos lecteurs :

Dressons un petit lexique :

— A et B sont les nombres de départ (153 et 209 dans l'exemple).

— U désigne le chiffre des unités de B.

— D désigne le nombre *des dizaines de B (20 dans l'exemple).*

— DVS désigne le diviseur (21 dans l'exemple).

— DVD désigne le dividende qui, lui, changera à chaque fois (dans l'exemple : DVD vaut, tour à tour, 153, 67, 43, etc...).

— Q et R désignent respectivement le quotient et le reste de la division de A par D + 1 (eux aussi changent à chaque fois que l'on «remonte» ; dans l'exemple, Q et R valent 6 et 7, puis 4 et 3, etc.).

Signification de quelques lignes :

Ligne 2 : on est obligé de faire faire un calcul relativement complexe à l'ordinateur pour déterminer le dernier chiffre de B. (ENT (   ) est la fonction «partie entière de»). La flèche «←» dirigée de la droite vers la gauche n'est guère différente d'un signe «=». Elle indique simplement en plus le sens dans lequel se déroulent les opérations, du connu vers l'inconnu. Prenons un exemple :

$$A \leftarrow B + 6$$

signifie que l'on commencera par additionner 6 à la valeur de B (B ayant été lui-même défini auparavant) et que l'on affectera le résultat à A.

Ligne 3 : «ALLER EN 4» signifie «aller exécuter la ligne 4 et les lignes suivantes».

Lignes 5 et 6 : DVS (comme DVD) forme un tout. Il ne s'agit pas du produit de D par V par S !

Lignes 1 et 9 : elles assurent l'échange entre l'ordinateur et l'utilisateur ; prendre connaissance des données en ligne 1 ; fournir (un à un) les résultats en ligne 9.

Justification de cet algorithme

Comment obtenir le développement décimal illimité

$$\frac{A}{B} = 0,?????...?$$

Multiplions les deux membres par 10 :

$$10.\frac{A}{B} = ?,????... = ? + 0,????... \quad 1$$

qui est la somme du 1^er^ nombre du développement et d'un nombre plus petit que 1.

Désignons par D le nombre de dizaines de B.

Ainsi $B = 10 . D + 9$

Appelons Q le quotient et R le reste de la division de A par D + 1.

Par suite

$$10 . \frac{A}{B} = 10 . \frac{(D+1) . Q + R}{10 . D + 9}$$

ou encore (après un calcul simple)

$$10 . \frac{A}{B} = Q + \underbrace{\frac{10 . R + Q}{10 . D + 9}}_{< 1}$$

Q sera donc le 1^er^ chiffre du développement si l'on prouve (cf 1)

que $\frac{10 . R + Q}{10 . D + 9} < 1$

Mais ceci résulte des deux divisions euclidiennes :

$$\left.\begin{array}{l} A = (D+1) . Q + R \\ B = (D+1) . 9 + D \end{array}\right. \text{ avec } R \leqslant D$$

En effet, A < B (par hypothèse) a pour conséquence $Q \leqslant 9$.

Donc :

* *si Q était égal à 9, on aurait nécessairement* $R < D$

donc

$$10 . R + Q < 10 . D + Q = 10 . D + 9$$

si $Q < 9$

$$10 . R + Q \leqslant 10 . D + Q < 10 . D + 9$$

Nous avons ainsi prouvé que le premier chiffre du développement de $10 . \frac{A}{D + 9}$ *était le quotient entier de A par D + 1.*

Comment allons-nous obtenir le 2^e^ chiffre ?

C'est tout simplement le 1^er^ chiffre du développement de $\frac{10 R + Q}{10 D + 9}$.

Le raisonnement précédent s'applique : le 2^e^ chiffre est le quotient entier de 10 R + Q par D + 1 et ainsi de suite...

J.M.B.

(A l'origine de cet article, un texte de la revue soviétique Kvant).

Gouvernes et commandes

Dans PA 12 et PA 13, le dossier du mois montrait pourquoi vole un avion. Ce PA présente les commandes et les gouvernes grâce auxquelles le pilote fait manœuvrer son appareil.

Les différentes évolutions effectuées volontairement ou non en vol par un planeur ou un avion ont toutes, comme mouvement de base, une des rotations autour des trois axes qui passent par le centre de gravité.

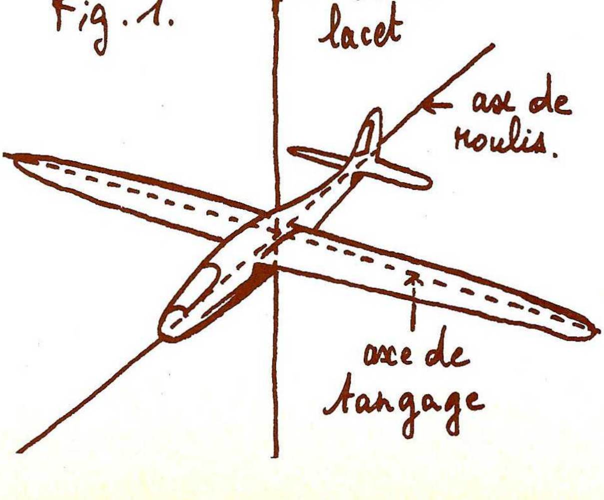
Quels sont ces trois axes ?

Quels sont les éléments fixes ou mobiles qui permettent de stabiliser l'appareil sur ces axes ? ou au contraire de provoquer une rotation ?

— 1. L'axe de tangage : le tangage est le mouvement de bascule, d'avant en arrière, d'arrière en avant. L'axe de tangage passe, perpendiculairement au fuselage, de façon parallèle à l'envergure (fig. 1).

L'appareil qui tangue voit varier son angle d'attaque par rapport au vent relatif. Il n'a pas de stabilité longitudinale. Par sa construction, l'appareil doit pouvoir se stabiliser longitudinalement, et retrouver l'équilibre longitudinal.

Fig. 1.



L'élément stabilisateur fixe est l'empennage horizontal, ou plan fixe horizontal, situé à l'arrière du fuselage. Toute variation de l'angle d'attaque de l'aile provoque sur l'empennage horizontal une portance, négative ou positive, qui tend, en agissant sur la stabilité de l'arrière, à contrarier le mouvement de bascule et à ramener l'appareil dans l'angle d'attaque normal et donc en équilibre longitudinal (fig. 2).

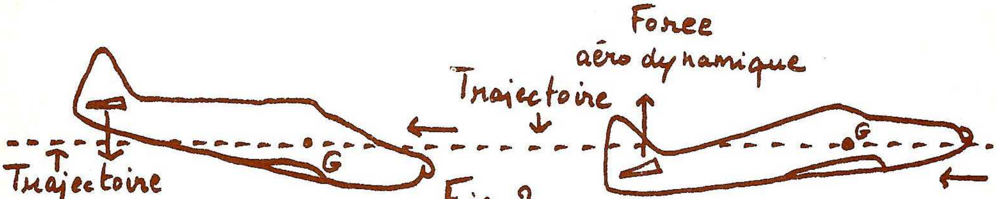


Fig 2.

Influence de l'empennage horizontal sur la stabilité longitudinale.

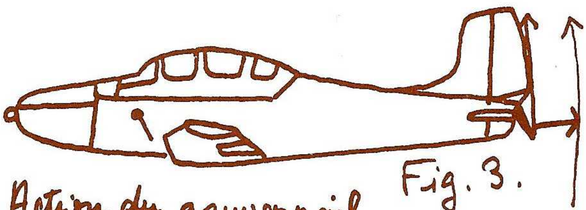


Fig. 3.

Action du gouvernail de profondeur, manche poussé

La gouverne qui permet au pilote d'utiliser cette possibilité de rotation est le gouvernail de profondeur. Pourquoi de profondeur ? Parce que c'est ce gouvernail qui va permettre à l'avion de piquer vers le bas ou de remonter. Comment cela ? Le gouvernail de profondeur est, en quelque sorte, la partie mobile de l'empennage horizontal. En modifiant la courbure de l'empennage et donc (!) en augmentant ou en diminuant la portance, la résultante aérodynamique se déplace vers l'avant ou vers l'arrière de l'appareil, celui-ci pique alors (vers le bas) ou se cabre (vers le haut) (fig. 3).

Action du gouvernail de profondeur, manche tiré

La commande qui permet d'agir sur le gouvernail de profondeur est le manche à balai : le pilote tire le manche vers lui, le gouvernail se lève, la portance de l'empennage diminue, la queue plonge, l'avant se cabre ; le pilote pousse le manche en avant, le gouvernail se baisse, la portance sur l'empennage augmente, la queue se soulève, l'avant pique.
A propos, que doit faire le pilote d'un appareil virant sur le dos pour faire remonter son appareil ? Tirer le manche vers lui ? Le pousser vers l'avant ?
— 2. L'axe de lacet : le lacet est ce mouvement de rotation autour de l'axe vertical. L'appareil a tendance à s'éloigner de sa trajectoire vers la droite ou vers la gauche, dans le plan horizontal. L'appareil s'écarte de sa route (figure 1).

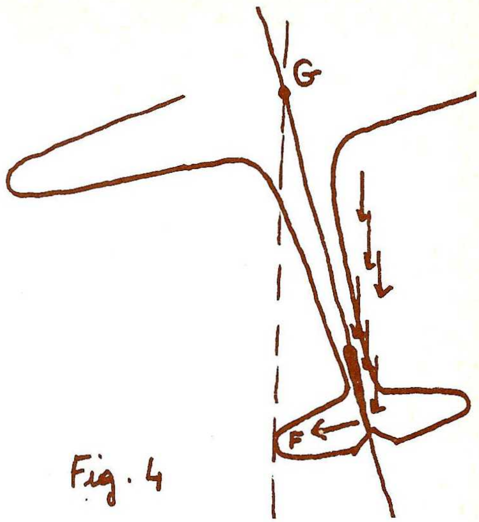


Fig. 4

Influence de l'empennage vertical sur la stabilité de route.

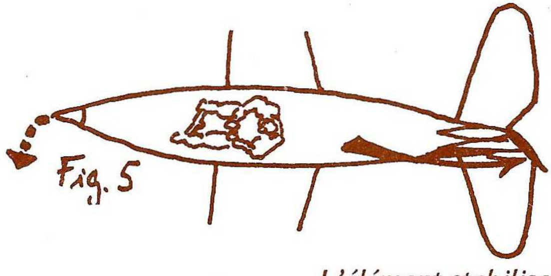


Fig. 5

Influence du gouvernail de direction sur la stabilité de route.

L'élément stabilisateur principal prévu pour contrebalancer le lacet est l'empennage vertical. En vol normal ce plan fixe est placé dans le lit du vent. Si l'appareil commence à faire un lacet, l'empennage vertical se trouve frappé par le vent relatif. La résistance de l'empennage tend à faire pivoter l'appareil, en sens contraire du lacet, pour le ramener dans sa bonne route, comme la plaque d'une girouette qui se remet automatiquement dans le lit du vent. Le fuselage joue aussi le même rôle (fig. 4).

Pour contrôler ou modifier la route autour de l'axe de lacet, le pilote agit sur le gouvernail de direction.
Le gouvernail de direction est la partie mobile de l'empennage vertical. Si cette gouverne va vers la gauche, l'air la frappe et la repousse vers la droite, provoquant ainsi un pivotement autour de l'axe de lacet : l'avant pivote vers la gauche. A l'inverse, si la gouverne est orientée vers la droite, l'empennage sera repoussé vers la gauche et l'avant pivotera vers la droite (fig. 5).
Le gouvernail de direction est commandé par le palonnier . (Qui nous expliquera comment ce mot est passé des voitures à chevaux à l'aviation ?)
Une pression du pied gauche actionne le gouvernail vers la gauche et... l'appareil pivote vers la gauche. Une pression du pied droit...

— 3. Tangage, lacet, reste le troisième axe possible de rotation, l'axe de roulis : l'appareil roule d'un bord sur l'autre autour de l'axe longitudinal qui traverse le fuselage d'un bout à l'autre. Le roulis compromet la stabilité latérale (fig. 1).
Le pilote agit sur les ailerons, ce sont des dispositifs mobiles placés au bord de fuite des ailes, à leur extrémité. L'aileron qui se lève entraîne une diminution de la portance, l'aile s'abaisse. L'aileron qui se baisse entraîne une augmentation de la portance, l'aile se lève. Or les ailerons sont montés de telle sorte que lorsqu'un aileron se lève (à droite par exemple) celui de l'autre aile (à gauche) se baisse. Le couple de force qui résulte des modifications de portance (diminution à droite, augmentation à gauche) incline l'avion ici vers la droite (fig. 6). Pour commander les ailerons, le pilote actionne le manche, ici, dans l'exemple, vers la droite, ou vers la gauche. Il agit ainsi sur le gauchissement. L'appareil est gauchi, dévié du plan horizontal ou se trouvaient ses ailes.

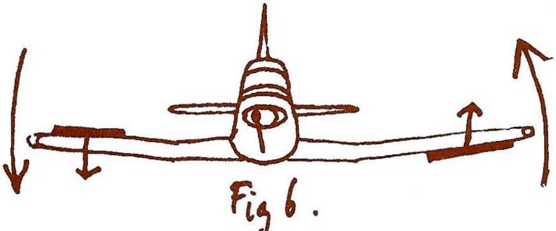
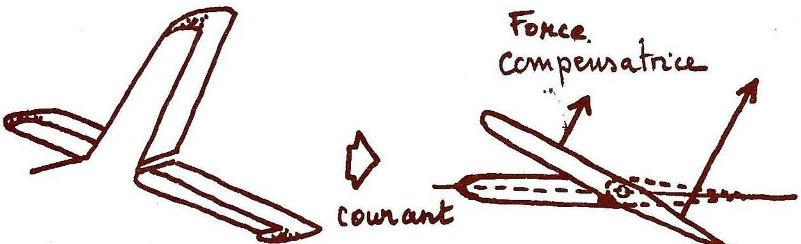


Fig 6.
Action des ailerons.

Un mot sur les compensateurs

Les gouvernes et les commandes se trouvent soumis à des forces considérables. Pour diminuer l'effort à faire pour les commander, les gouvernes sont équipées de compensateurs : une partie de la gouverne est placée en avant de la charnière sur laquelle elle pivote, cette partie située à l'avant produit un «moment» qui allège d'autant l'effort à exercer pour mouvoir les gouvernes. Ces compensateurs, ou «tab» équipent le gouvernail de profondeur, celui de direction ainsi que les ailerons (fig. 7).



Surface compensatrice Fig. 7
(gouvernail de profondeur)

N.B. : Le manche à balai peut être soit un simple manche, soit un demi-volant : en tournant ce volant, le pilote agit sur le gauchissement ; en le poussant vers l'arrière ou en le ramenant à lui, le pilote agit sur la profondeur.

Un problème particulier : le virage

En fait, les actions sur les trois sortes de commandes se combinent, se conjuguent : ainsi, le virage exige de conjuguer les gouvernes.

Pour tourner vers la droite, ou vers la gauche, le pilote agit sur le gouvernail de direction. Mais si les ailes restent dans un plan horizontal, l'appareil tend à poursuivre sa trajectoire : il dérape, son centre de gravité s'éloigne de l'arc de cercle que voudrait lui faire décrire le pilote,... et cela à cause d'une certaine force centrifuge : dans laquelle la vitesse intervient avec des valeurs portées au carré, selon la formule :

$\frac{MV^2}{r}$ *où M = masse, V = vitesse et r = rayon de courbure du virage.*

En vol horizontal sans changement de route, la portance assure la sustentation et fait équilibre au poids de l'appareil.

Dans un virage, à la force verticale - le poids - dirigée vers le bas, s'ajoute la force horizontale qui tend à éloigner l'appareil vers l'extérieur du virage. La résultante de ces deux forces est plus importante que la sustentation. Pour augmenter la sustentation, le pilote va incliner son appareil vers le centre du virage, en agissant sur les ailerons. Il va ainsi créer une force centripète. La sustentation est alors la résultante de deux forces : une force verticale de bas en haut, (qui s'oppose au poids) et une force horizontale qui s'exerce vers l'intérieur du virage (et qui s'oppose à la force centrifuge). Si l'appareil s'incline trop, il fait une glissade vers l'intérieur du virage (contraire : dérapage).
A vitesse constante plus le rayon de courbure diminue, plus la force centrifuge augmente (voir formule) et plus l'inclinaison doit augmenter pour permettre à l'appareil d'équilibrer cette force.

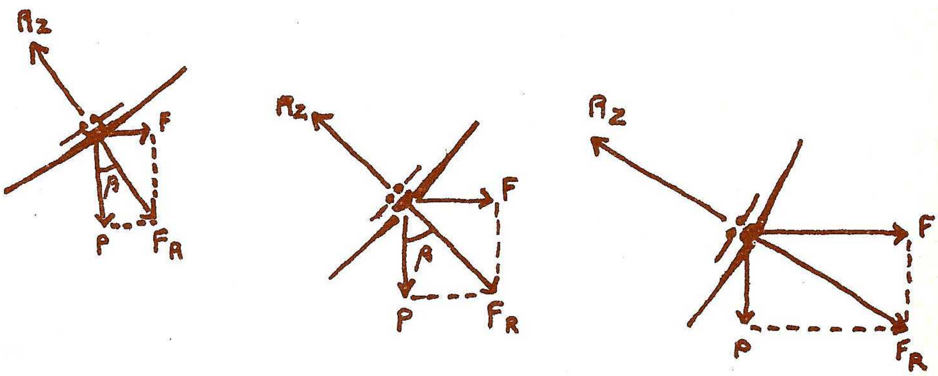


Fig 8.

Variation de l'inclinaison latérale et de la sustentation necessaires avec l'augmentation de la force centrifuge F.

A rayon constant, plus la vitesse augmente (et donc plus la force centrifuge augmente) plus l'inclinaison doit augmenter.

Dans un virage à l'horizontale le pilote agit sur le manche vers la droite ou vers la gauche et de ce fait sur les ailerons, pour donner à l'appareil une inclinaison correcte. Il agit encore sur le manche en le tirant vers lui et de ce fait sur le gouvernail de profondeur pour cabrer légèrement l'appareil. Il agit sur le palonnier et de ce fait sur le gouvernail de direction. En fait ces trois manœuvres doivent être conjuguées avec beaucoup de finesse (fig. 9).

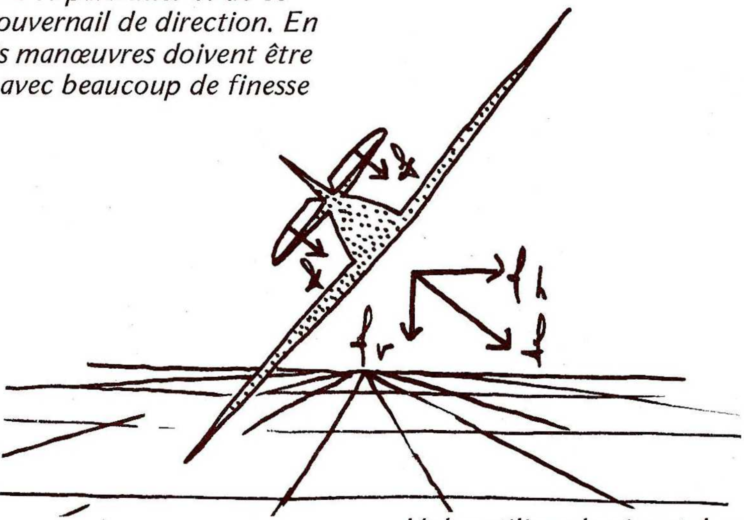


Fig. 9.
f_h composante horizontale
f_v composante verticale

Vol rectiligne horizontal, vol de montée, vol de descente, virage à l'horizontale, virage en montée, en descente, virage serré, piqué, modification d'allure : chaque manœuvre exige du pilote qu'il sache rééquilibrer les forces en jeu... P.A. n'a fait que proposer quelques points de départ. Ceux des lecteurs qui voudraient aller plus loin pourront consulter les manuels de préparation au brevet d'initiation aéronautique, en particulier les deux livres du manuel 2 (Livre 1 : Action de l'air sur les corps en mouvement et Livre 2 : Notions de mécanique du vol).

Les PB du PA.

Dans la série : «les mathématiques, ça ne tombe pas du ciel, mais ça peut vraiment servir à quelque chose», je vous propose tout d'abord un énoncé qui nous a été envoyé par un fidèle ami du PA, M. Puissegur. Ce problème n'a pas été inventé pour les besoins de la cause, mais il s'est réellement posé à M. Puissegur quand il était ingénieur.

PB 24. *Une colonne repose sur un socle en maçonnerie ayant la forme d'un tronc de pyramide à base carrée. Il a fallu donner à cette fondation une hauteur de 3 m pour trouver le «bon sol». La petite base a 1 m de côté (voir figure 1). La colonne transmet une force totale de 66 tonnes.*

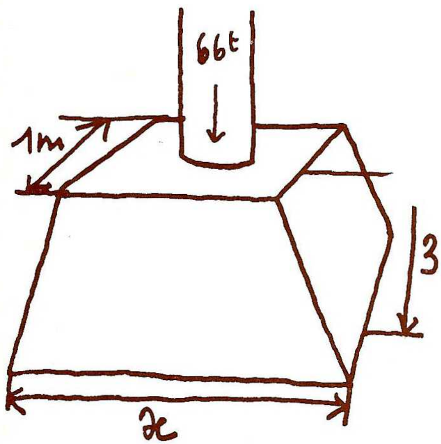


Fig. 1.

La densité de la maçonnerie de fondation est 2 (2 tonnes par mètre cube). Le sol peut supporter une pression de 20 t/m². Quel côté faut-il donner à la grande base ? (Bien entendu, il faut tenir compte du poids de la fondation).

Si vous ne savez pas calculer le volume du tronc de pyramide, ne vous en faites pas : demandez à un copain de terminale. Avec un peu de chance, il saura peut-être que les intégrales peuvent servir à cela aussi. Ou alors, cherchez dans le dictionnaire. Une fois ce point éclairci, ce PB est du niveau de Seconde.

Pour nos jeunes lecteurs, voici un vieux problème :

PB 25. Problème des Pandectes. *A un repas commun, Caïus fournit 7 plats, et Sempronius en fournit 8. Survient Titus qui partage avec eux le repas, puis remet à Caïus 14 deniers et à Sempronius 16. Ce dernier proteste contre cette répartition et porte la question devant un juge. Quel doit être le jugement ?*

Enfin, puisque les math, cela sert aussi à chercher de curieuses propriétés des nombres, voici un énoncé qui nous a été fourni par l'éminent Archimédien R. Cori, lequel, bien qu'exerçant sous des cieux plus cléments, reste cher à nos cœurs :

PB 26. *Existe-t-il deux nombres irrationnels x et y tels que x^y soit rationnel ?*

SOLUTIONS

PB 19, PA 12 (le professeur en vacances)

Imaginons que, le lendemain, un ami du professeur parte du village à 18 h et refasse exactement la marche que le professeur a faite la veille. Comme ils parcourent le même sentier à la rencontre l'un de l'autre, ils se croiseront nécessairement, et une seule fois si aucun des deux n'est revenu sur ses pas. Ce qui revient à dire que, si le professeur n'est pas revenu sur ses pas, il se trouvera une fois et une seule au même endroit que la veille à la même heure. S'il est revenu sur ses pas, cela peut se produire plusieurs fois.

Pour nos plus grands lecteurs, on peut donner une solution plus «mathématique», je veux dire moins intuitive. On peut considérer la distance du professeur au village comme une fonction de l'heure. Cette fonction est continue, et strictement monotone s'il ne revient jamais sur ses pas. On applique alors des propriétés des fonctions continues...

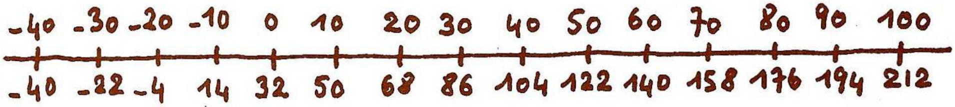
PB 20, PA 12 (Celsius —Farenheit)

D'après les sources bien informées, l'eau bout à 100° C et à 212° F ; elle gèle à 0° C et à 32° F. J'appelle x le nombre qui repère une certaine température dans l'échelle Celsius et y le nombre qui la repère dans l'échelle Farenheit, je vais chercher y en fonction de x (j'aurais pu chercher x en fonction de y mais il faut faire l'un ou l'autre). Je vois d'abord que quand x augmente de 100, y augmente de 212 − 32 = 180. Donc la fonction cherchée a un taux de variation constant, égal à : $\frac{180}{100} = \frac{9}{5}$. *C'est donc une fonction affine de coefficient directeur 9/5. On pouvait s'en douter, car il s'agit en fait d'un changement de graduation régulière sur une droite.*

On a donc : $y = \frac{9}{5}x + b$. *On trouve b en remarquant que y = 32 quand x = 0. Donc b = 32. En définitive :*

$y = \frac{9}{5}x + 32$. *Pour savoir si une température peut être repérée par le même nombre dans les deux échelles, il faut chercher si l'on peut avoir x = y, soit :*

$x = \frac{9}{5}x + 32$. *Après de très simples calculs, on trouve x = − 40, ce que l'on peut vérifier graphiquement (figure 2). Peut-on maintenant résoudre le même problème avec d'autres échelles de température ?*



PB 18, PA 12. *Je vais vous faire une confidence : j'ignore la solution de ce problème. C'est vous dire, amis lecteurs, que votre collaboration, un instant interrompue, doit absolument reprendre pour que cette rubrique puisse se développer, pour que nous ayons des énoncés intéressants... et leurs solutions !*

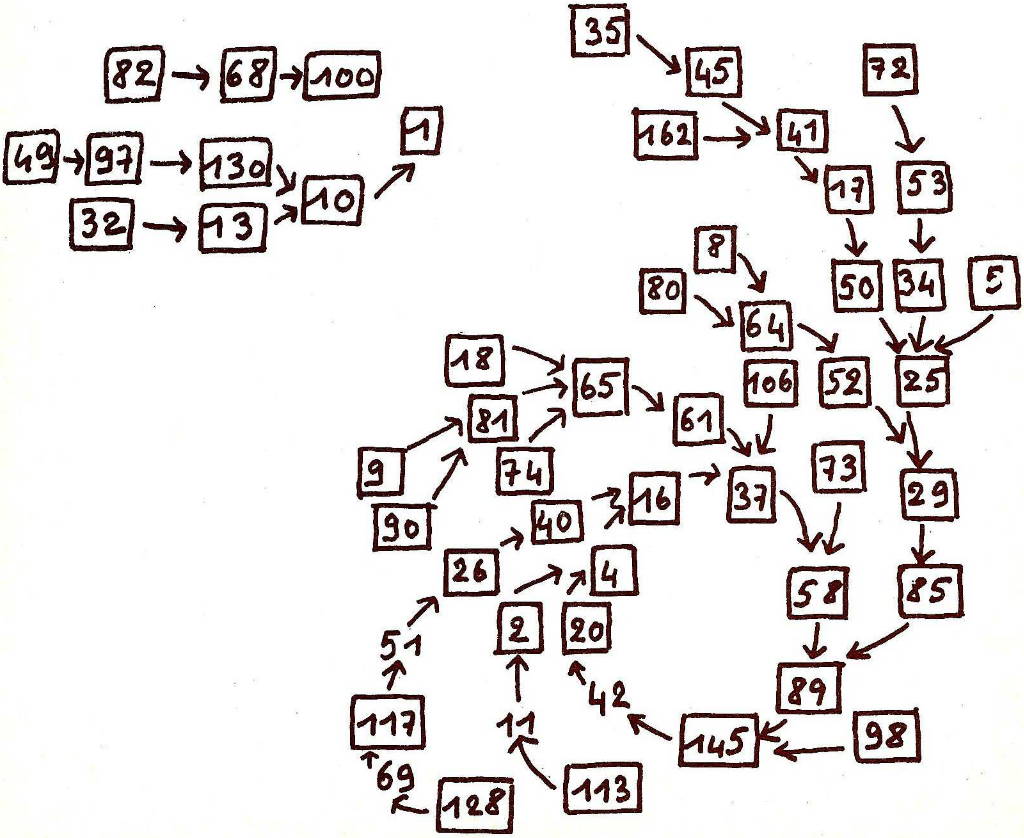
Il ne me reste donc plus qu'à vous rappeler mon adresse :

Roger Cuculière
Lycée d'Etat mixte
205 rue de Brément
93130 Noisy-le-Sec

Courrier des lecteurs.

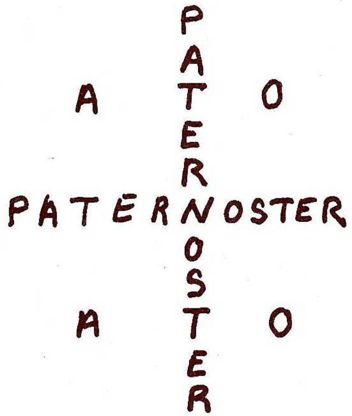
R68 — à un texte bien ancien — de J.M. Becker - L.T.E. 88000 Epinal. (Rappel : on demandait d'écrire un nombre ; de prendre le carré de chacun des chiffres du nombre, puis de faire la somme de ces carrés. Au nombre obtenu, on fait subir le même traitement, c'est-à-dire qu'on prend le carré de chacun...).

Pour les nombres de 1 à 100, voici ma réponse : La Tornade Infernale !

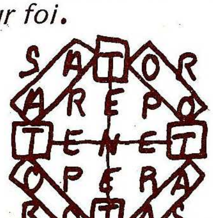


L69 – de Mme Quéré 92220 Bagneux

Cher Petit Archimède,
Tu t'interroges sur le sens du fameux carré magique : Sator etc. Ce sens est incertain et n'offre guère d'intérêt. Arepo est sans doute un mot celte (pas latin en tout cas) et signifierait charrue. Ce qui donne : le semeur tient avec peine les roues de la charrue. Mais voici plus piquant :
Les 25 lettres du carré permettent d'écrire 2 fois les deux premiers mots du Notre Père (en latin bien sûr) et de la manière suivante :



Restent 2 A et 2 O. Ce sont les lettres sacrées du Christ (je suis l'alpha et l'omega). Il est probable que le carré a été composé d'après ce modèle. Au temps des persécutions, il fallait bien dissimuler la signification chrétienne. Cependant même sous sa forme carrée, les initiés pouvaient relever les allusions à leur foi.



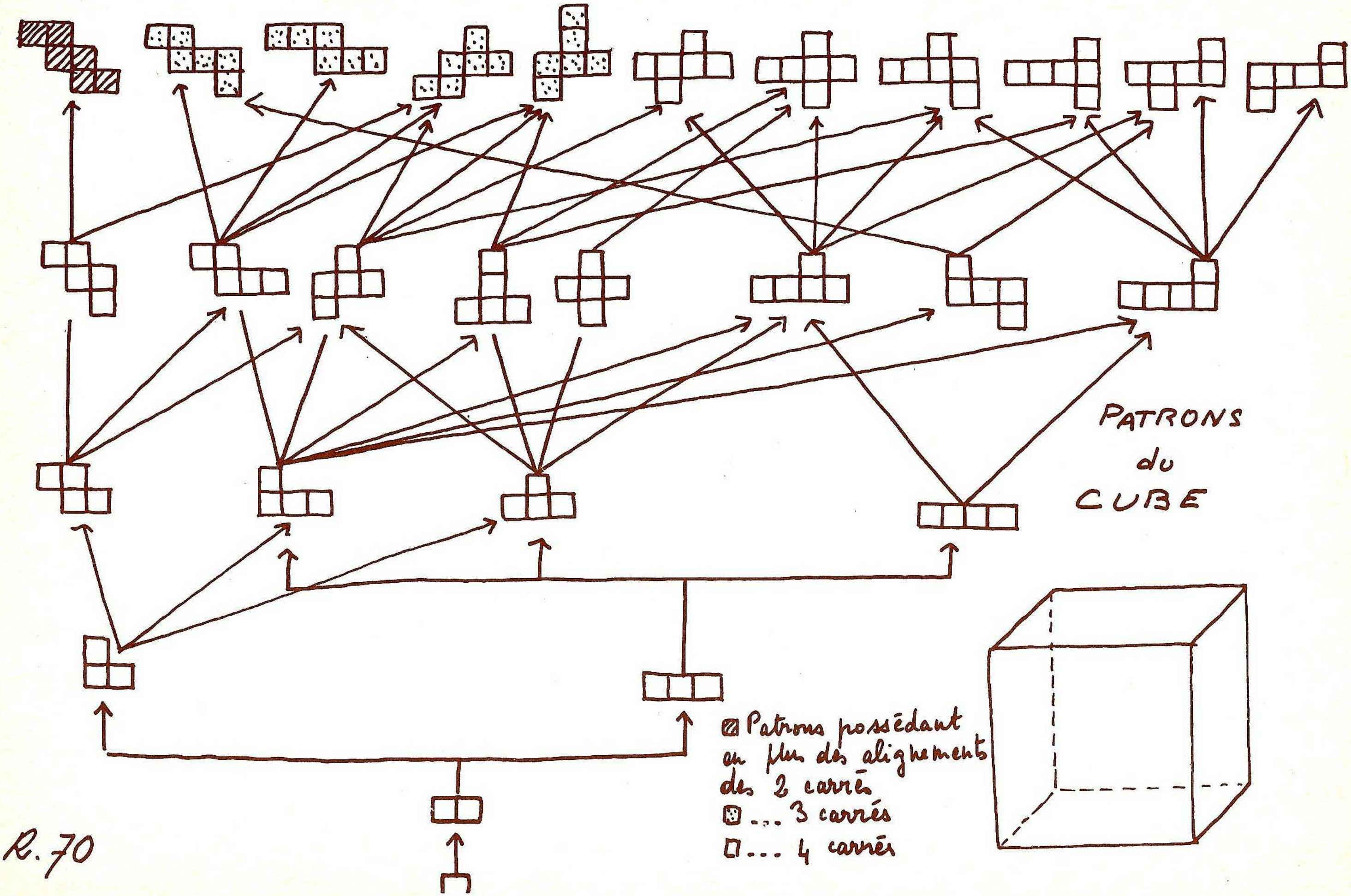
Le T (le Tau grec) est utilisé comme symbole de la croix dès le début du 2e siècle.
On retrouve les 2 A et les 2 O en bonne place. Ces explications sont dûes à un savant allemand Grosser et datent de 1925. Pour plus de détails, se reporter par exemple à Roderic Durkerley : le Christ (Idées NRF, livre de poche,page 86 et suivantes).
Enfin, je signale que cette formule est très utile contre les morsures de chiens et serpents et facilite les accouchements ! (C'est pourquoi on la retrouve pendant des siècles sur divers manuscrits).

Bien amicalement

R69 – Merci de vos explications. Y a-t-il accord unanime sur cette interprétation ? ... Nous reparlerons certainement de ce «carré».

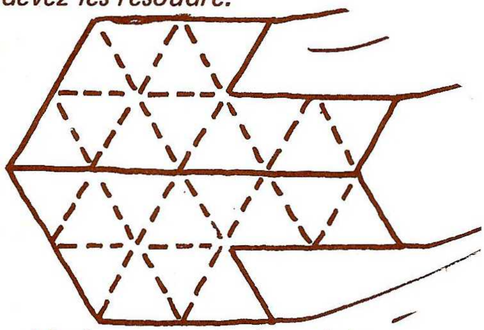
R70 – de M. Weissenburger
(PA 8 page 164 demande de fournir tous les hexaminos correspondant au développement du cube. Voici plus qu'une réponse à la demande formulée).

(page 46)

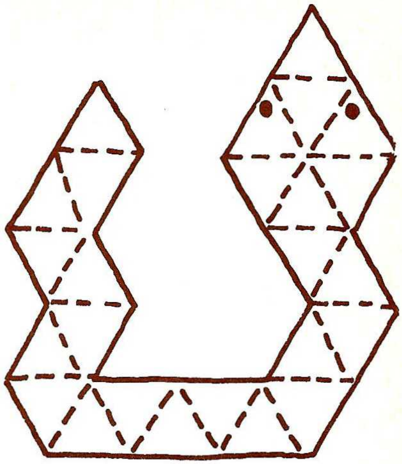

PATRONS
du
CUBE
▨ Patrons possédant en plus des alignements des 2 carrés
⚀ ... 3 carrés
□ ... 4 carrés
R. 70

...Et voilà le Courrier du Trioker,

...Toujours le Courrier du Trioker, mais ici c'est le monde renversé ! D'habitude, c'est nous qui proposons des problèmes, et vous les lecteurs qui devez les résoudre.

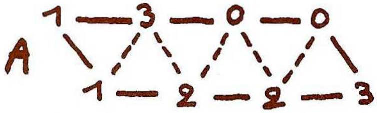


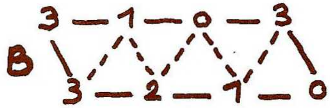
L'avion en papier (envoi de G. Garin). C'est un puzzle difficile utilisant toutes vos 24 pièces : vous êtes prévenus !

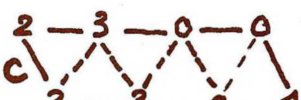


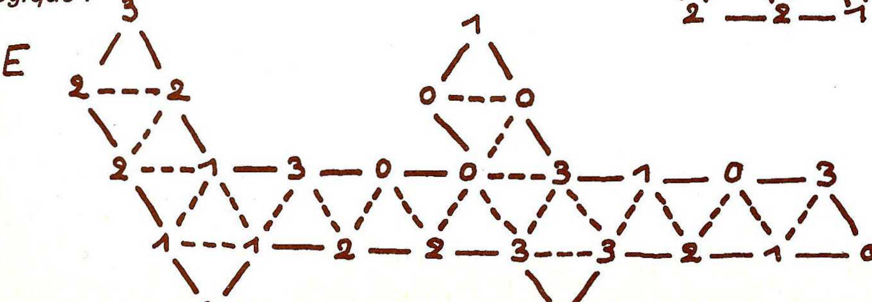
Le serpent «Naja» de Claude Porge. Qu'en pensent nos amis de «Sciences Nat.» ?

Mais nous avons reçu de Xavier Dewez, de Bruxelles, un problème de «logique Trioker» qui semble très joli. Xavier affirme : «Voici figures A, B, C et D quatre séquences de 6 pièces correctement juxtaposées, à partir des 24 pièces de votre Trioker. Ces quatre séquences peuvent être déplacées «en bloc» pour former, par exemple, la silhouette de la figure «E». Mais le problème est ailleurs. Xavier affirme qu'il existe une «logique» à l'origine de la répartition des 24 pièces dans les 4 sous-ensembles A, B, C, D. Mais quelle est cette logique ?









LE PETIT ARCHIMEDE

10 numéros par an (les abonnements pour 1975 partent du n° 11 inclus)

– ABONNEMENT
- individuel : 30 F
-groupés : à partir de 10 abonnements : 25 F par abonnement
Les abonnements groupés sont envoyés à un seul des abonnés.

Abonnement de Soutien : 100 F
Abonnement de Bienfaiteur : 500 F

NOM : ______________________ *Prénom :* ______________________

Adresse d'expédition : ______________________ *N°* ______________

Code Postal : ______________ *Ville :* ______________________

Bureau distributeur : ______________

Ci-joint ☐ *chèque bancaire*
☐ *chèque postal*
☐ *mandat* *de* __________ **F**

A l'ordre de : **CEDIC 93, avenue d'Italie - 75013 PARIS**
CCP 32 687 60 La Source

Signature : *Date :*

adresser toute correspondance à courrier des lecteurs :

Courrier des lecteurs : **Y. ROUSSEL**
CES Sagebien - 80000 AMIENS

Directeur de la publication : F. Robineau

N° double 15-16 – Le numéro 7 F