le petit archimède

N° 21-22 Décembre 1975

Sommaire

Rubriques	Thèmes et divers		
	▲	Le dessin mystérieux (1)	3
	▲	Le calendrier perpétuel du Petit Archimède	4
●		Chronique de la tête en l'air	6
	▲	Les Jolygones (2)	8
	▲	L'A.A.A.	11
●		L'OPA et le LPA	12
	▲	Balance IV	18
●		Algorithmique	20
●		La page d'Alice	22
●		PA construit	23
	▲	Figures magiques (3)	26
●		Le Trioker	28
●		Echecs	30
	▲	Billards	32
●		Les PB du PA	33
	▲	Rectangles et Carrés	36
●		Le courrier des lecteurs	38

NOS CONVENTIONS :

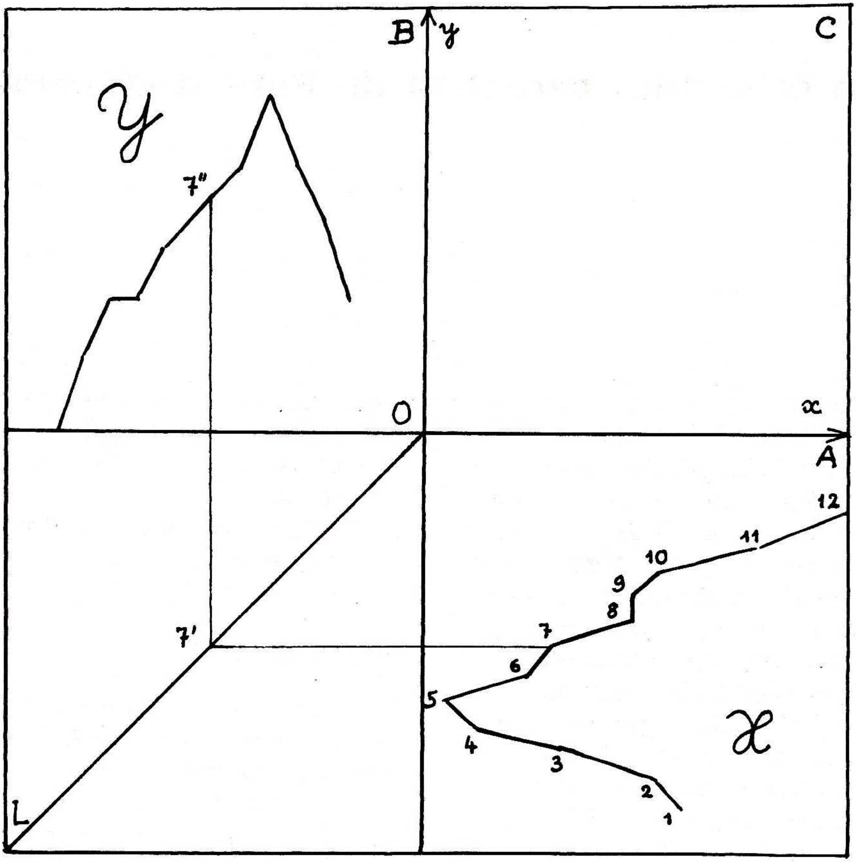
Facile

Difficulté moyenne

Pour les «grands»

Après 24 mois de collaboration avec la CEDIC grâce à laquelle le PA a pris l'aspect que vous lui connaissez, l'Association pour le Développement de la Culture Scientifique reprend à son compte l'édition du PA. Ceci ne doit perturber en rien le service des abonnés. Ne manquez pas de prendre connaissance de la 4e page de couverture en ce qui concerne les modalités d'abonnement.

le dessin mystérieux (1)



Par le point 7 de X, mène la parallèle à Ox ; elle coupe OL au point 7' ; par ce point on mène la parallèle à Oy qui coupe la courbe Y au point 7". Complète le rectangle dont 7, 7', 7" sont 3 sommets. Le point trouvé dans le carré OACB est noté $\vec{7}$

Opère de même avec les 12 points de X.

Relie ensuite les points dans l'ordre de 1 à 12 dans le carré OACB. Tu sauras alors ce qu'est

le dessin mystérieux (1)

Le calendrier perpétuel du Petit Archimède

L'ASSOCIATION POUR LE DEVELOPPEMENT DE LA CULTURE SCIENTIFIQUE édite depuis le 1er Septembre un calendrier perpétuel. C'est une magnifique carte postale qui permet de connaître le jour d'un évènement dès que tu connais l'année, le mois et le quantième.

Vous pouvez vous procurer ces cartes par paquet de cinquante (coût : 35 F ; il est suggéré de les revendre au profit d'un club, d'un foyer... au prix de 1 F l'unité).

Pour vous les procurer, envoyer chèque (port gratuit) à
A.D.C.S C.E.S. SAGEBIEN
80000 AMIENS
(CCP 4736 63 LILLE)
(en précisant au dos de votre chèque «cartes postales. n paquets»).

QUELQUES EXEMPLES NOTES SUR CETTE CARTE VOUS FERONT COMPRENDRE LE FONCTIONNEMENT DE CE CALENDRIER.

18 MARS 1871 (calendrier grégorien).
1871 donne la lettre A.
On cherche dans la ligne du mois la lettre A.
L'intersection de sa colonne avec la ligne de 18 donne S.
Le 18 MARS 1871 fut un Samedi.

ANNEES BISSEXTILES.

En général : fins du millésime en italique. Exception pour les millésimes terminés par 00. Les années bissextiles sont alors indiquées par le début du millésime en italique.
23 FEVRIER 1848 (calendrier grégorien).
Lettre A, que l'on trouve dans la ligne de Février (b).
La réponse est mercredi.

JULIEN-GREGORIEN.

L'ancien calendrier (julien) a été remplacé par le nouveau (grégorien) à des dates différentes selon les pays, avec suppression de 10 jours. En France, le lendemain du dimanche 9 décembre 1582 (julien) fut le lundi 20 décembre 1582 (grégorien).

Fin du millésime

0	1	2	3	4	5	6
00	01	02	03		*04*	05
06	07		*08*	09	10	11
	12	13	14	15		*16*
17	18	19		*20*	21	22
23		*24*	25	26	27	
28	29	30	31		*32*	33
34	35		*36*	37	38	39
	40	41	42	43		*44*
45	46	47		*48*	49	50
51		*52*	53	54	55	
56	57	58	59		*60*	61
62	63		*64*	65	66	67
	68	69	70	71		*72*
73	74	75		*76*	77	78
79		*80*	81	82	83	
84	85	86	87		*88*	89
90	91		*92*	93	94	95
	96	97	98	99		

	Début du millés.														Mois					
	Julien			Grégor.																
4	*0*	*7*	*14*		17	21	C	B	A	G	F	E	D	J				O	0
3	*1*	*8*	*15*				D	C	B	A	G	F	E			Mi			1
2	*2*	*9*	*16*		18	22	E	D	C	B	A	G	F		*Fb*		At		2
1	*3*	*10*	*17*				F	E	D	C	B	A	G	F	Ms			N	3
0	*4*	*11*	*18*	15	19	23	G	F	E	D	C	B	A			Jn			4
6	*5*	*12*	*19*	*16*	*20*	*24*	A	G	F	E	D	C	B				S	D	5
5	*6*	*13*	*20*				B	A	G	F	E	D	C	*Jb*	Al	Jt			6

V	S	D	L	Ma	Me	J	1	8	15	22	29	1
S	D	L	Ma	Me	J	V	2	9	16	23	30	2
D	L	Ma	Me	J	V	S	3	10	17	24	31	3
L	Ma	Me	J	V	S	D	4	11	18	25		4
Ma	Me	J	V	S	D	L	5	12	19	26		5
Me	J	V	S	D	L	Ma	6	13	20	27		6
J	V	S	D	L	Ma	Me	7	14	21	28		0
							Jour					

LE CALENDRIER PERPETUEL DU PETIT ARCHIMEDE

Chronique de la tête en l'air

La grande astronomie et l'humble

A lire les informations astronomiques qui trouvent parfois place dans la presse, on est saisi par un certain vertige ou un profond découragement. S'il faut dépenser des millions de dollars pour envoyer un satellite Viking sur Mars et avoir de meilleures informations sur la vie qui pourrait exister sur cette planète, alors l'astronomie n'est vraiment plus à la portée des amateurs ! Autre source de découragement tout aussi profond, les questions qui préoccupent les astronomes professionnels sont inaccessibles à l'amateur ignorant : dans un récent éditorial, J.-C. PECKER, Président de la Société Astronomique de France, reprend le problème de la «déflection des rayons lumineux au voisinage du bord solaire». Effet prévu par la relativité générale et qui fut observé par Eddington lors d'une éclipse en 1919. Aujourd'hui, la déviation apparente d'une radio-source lors du passage de ses rayons au voisinage du Soleil a été observée et elle confirme encore la théorie d'Einstein. Comment comprendre, apprécier la portée de tels phénomènes sans une profonde culture scientifique ?

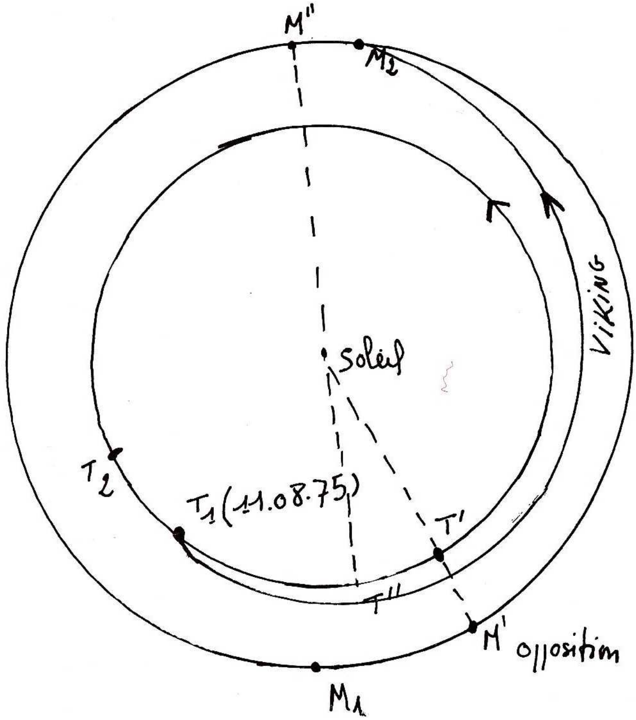
Est-ce pourtant une raison pour s'abandonner au vertige ou au découragement ? Il est vrai que nous n'atteindrons pas tous le niveau de connaissances à partir duquel sont possibles les grandes découvertes. Mais il y a une astronomie très humble qui n'est pas sans beauté ni sans promesses.

En astronomie, comme dans les romans policiers, il faut commencer par le commencement : lever la tête en l'air, comme je le répète ici jusqu'au radotage. Voici deux illustrations.

En août 1975, une comète découverte le 2 juillet par le Japonais Tobu Kobayashi devenait visible le soir, un peu au Sud-Ouest de la Grande Ourse. Avec des jumelles grossissant 8 fois, un de mes amis l'a bien observée, un peu déçu toutefois de ne distinguer qu'une sorte de tache sans la queue qui fait la réputation des comètes.

Peut-être a-t-il été desservi par un ciel brumeux comme cela se produit souvent au couchant pendant les grandes chaleurs. D'autres lecteurs du PA compléteront peut-être cette observation.

T_1 M_1 positions le 11-08-75
T_2 M_2 positions le 18-06-76
T' M' positions lors de l'opposition
T" M" positions lors de la conjonction



Autre question à propos des Vikings. La figure ci-dessus fait comprendre que le satellite envoyé en août 75 donc avant l'opposition de Mars (début décembre 75), situation qui rend minimum la distance Terre-Mars (75 millions de kilomètres) arrivera sur Mars en juillet 76 avant la conjonction, situation qui rend la distance Terre-Mars maximum (275 millions de kilomètres). Or, pendant son voyage, ce Viking aura parcouru quelque 700 millions de kilomètres. Pour qui a la patience, en consultant un annuaire astronomique, de suivre au cours de l'année le mouvement des planètes, ce genre de question est sans mystère.

Or c'est en réalisant d'aussi humbles tâches qu'on aborde l'astronomie par le bon bout. A condition de lever la tête et de savoir lire.

K. MIZAR

Les Jolygones II*

*Voir PA 14, page 6

Si vous tenez absolument à faire des mathématiques, voici — pour les plus grands — quelques prétextes offerts par les jolygones :

— Pour quelles valeurs de A, J(A,1) est-il un polygone ?

Combien a-t-il alors de sommets ? de côtés ?

Combien de tours a-t-on fait pour le dessiner ?

— Lorsque J(A,1) n'est pas un polygone, quelle «surface» couvre-t-il ?

— Quelle est la «longueur» de J(A, k) lorsque $k < 1$?

— Pourquoi voit-on des spirales sur certains jolygones ? Connaissant A et k, sauriez-vous dire combien ?

— Sauriez-vous déterminer la position du point «asymptote» ?

— Y-a-t-il des transformations qui conservent J(A, k) pour $k = 1$? pour $k < 1$?

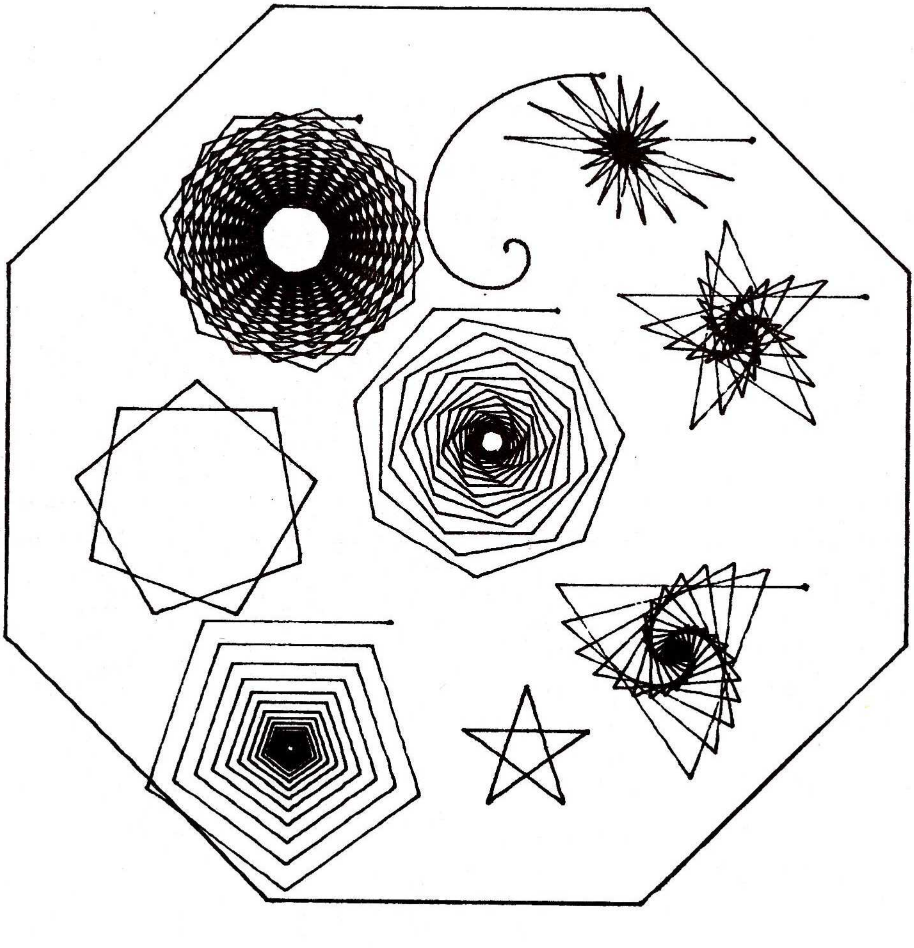
Reconnaissez-les !

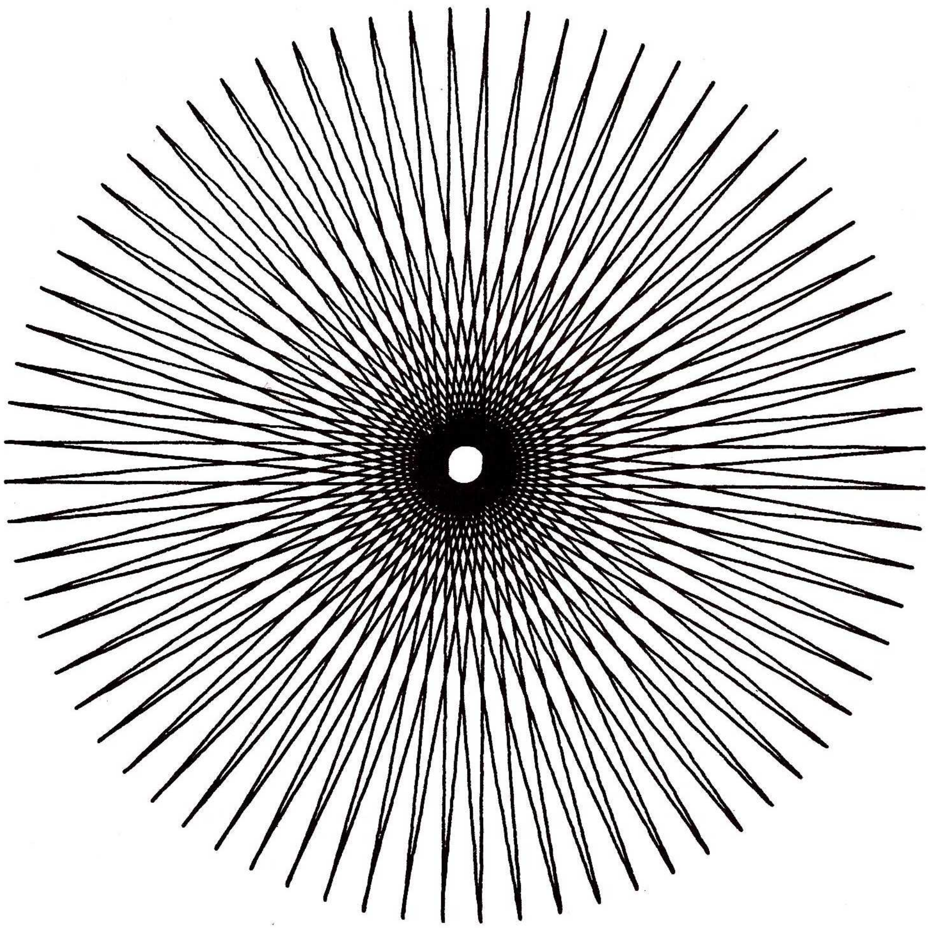
A l'intérieur de J(45,1) nous avons dessiné :

J (80,1)	*J (168, 0.95)*
J (144,1)	*J (147, 0.95)*
J (54, 0.995)	*J (125, 0.95)*
J (50, 0.98)	*J (72,0.95)*
J (5, 0.96)	

Retrouvez-les !

*P.A. attend d'autres jolygones, des réponses à ces problèmes, d'autres suggestions...





Est-ce un jolygone ? Lequel ?

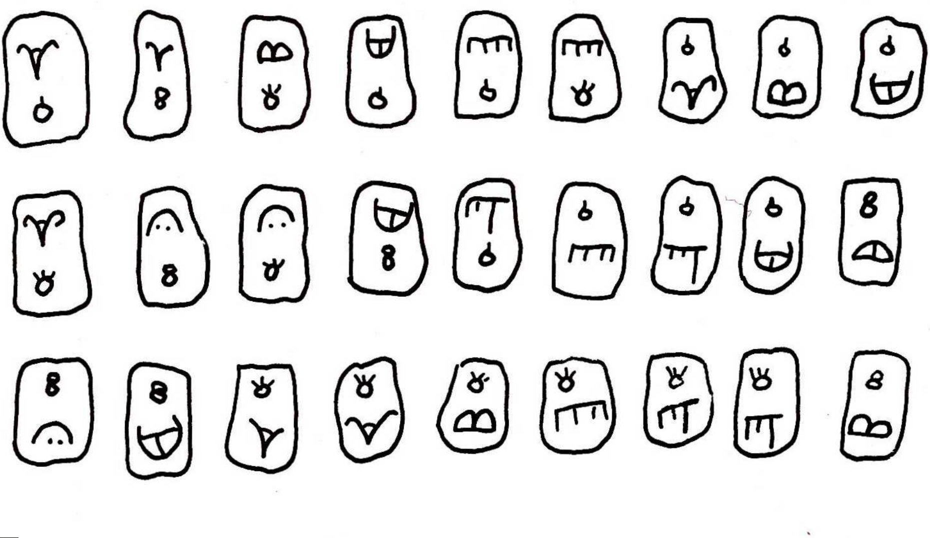
L'A.A.A.*

De récentes fouilles effectuées en Ananasie ont révélé l'existence d'une civilisation disparue depuis des millénaires et qui, d'après les inscriptions trouvées sur des pierres tombales semblait posséder une écriture idéographique rudimentaire.

Nous reproduisons ci-dessous les photos qui nous ont été aimablement communiquées par l'A.A.A.

Quelles hypothèses plausibles peut-on formuler dès à présent sur la grammaire de cette langue oubliée (plus précisément sur le code idéographique en usage) ?

Si comme tout le laisse prévoir, on parvient à mettre au jour encore de nombreuses pierres à double signe, analogues aux précédentes, quelle procédure de recherche proposeriez-vous pour exploiter ce précieux témoignage d'une civilisation à jamais disparue ?



Association Archéologique d'Ananasologie, universellement connue pour ses remarquables travaux sur les protoananasiens, ancêtres des ananas.

L'OPA et le LPA

Résumé des chapitres précédents

(voir PA 9, 11, 12, 13, 14, 15-16, 19, 20)

Le petit Archimède, ayant reçu pour son premier anniversaire un bel ordinateur tout neuf, mais dépourvu de mode d'emploi, est arrivé malgré tout à le faire marcher, à sa grande satisfaction. Le petit Basile, à qui il l'a montré, l'a considéré avec dédain et a sorti de sa poche un «ordinateur à bille» dont il a fait découvrir le fonctionnement au petit Archimède. Il lui a déclaré que son ordinateur, lui, avait de la mémoire !

— Je te l'ai dit : ton ordinateur répond toujours de la même façon quand tu lui poses plusieurs fois la même question.
— Et c'est heureux...
— Tu as vu que les réponses du mien ne dépendent pas seulement de la question posée, mais aussi de son état, en d'autres termes de ce qu'il a emmagasiné dans sa mémoire. Toi aussi, tu ne réagis pas toujours de la même façon à un interrogatoire : plus tu en sais, mieux tu réponds.
— Tu prétends que ton ordinateur est éduquable !
— Je n'irai pas jusque-là. Sa capacité est plutôt limitée, mais la tienne aussi.
— Merci tout de même. Mais tu ne vas pas prétendre que l'OPA n'a pas de mémoire !
— Hé ! Hé ! jusqu'à présent on pourrait en douter. Qui me dit que toutes les réponses n'ont pas été prévues à l'avance par le constructeur ?

Heureusement pour le petit Archimède, son parrain, celui qui lui avait offert l'ordinateur, entrait justement dans la pièce. Voyant son filleul en difficulté, il s'approche de la machine à écrire et commence le dialogue suivant :

```
1+2+3→A
A
      6
A+5→B
B
      11
A
      6
A+B→B
B
      17
```

— Voyez-vous, mes chers enfants, j'ai posé deux fois la question B et les réponses ont été différentes.
— OK boy ! Il a de la mémoire. Je ne dis plus rien.

— Voilà donc, dit le Petit Archimède, à quoi servent les lettres.
— Pas seulement. Regarde :

```
'A'→A
A
     A
```

— Oh ! oh ! laisse-moi essayer, parrain !

```
'BONJOUR'→A
A
     BONJOUR
```

— Attends la suite :

```
A,'MONSIEUR'
     BONJOURMONSIEUR
A,' ','BONJOUR'
     BONJOUR BONJOUR
'A'
     A
'AH',A
     AHBONJOUR
A↑3
     BON
A↓3
     JOUR
A↑1+2
     !!!
A↑(1+2)
     BON
```

Je m'aperçois que je ne vous ai pas présenté le parrain du petit Archimède. C'est un distingué professeur de théorie des équations du cinquième degré à l'Ecole des Tabacs et Cétacés (E.T.C.). Il est, à quarante ans, le benjamin de l'Académie des Sciences Marrantes et Inutiles (A.S.M.I.). Sous le nom de Zacharie de Lune, il jouit d'une notoriété flatteuse dans les milieux littéraires du Haut-Queyras. Je ne vous en dis pas plus sur lui aujourd'hui.

Les autres protagonistes de ce feuilleton, vous les connaissez : le petit Archimède et ses deux petits camarades : Basile Palsac et Charles Babbage. Le premier, vous l'avez deviné, est originaire de Clermont-Ferrand, et le second est le digne arrière-arrière-arrière-petit-fils de son arrière-arrière-arrière-grand-père Charles Babbage Sr (1791-1871), inventeur du premier ordinateur (lequel n'a jamais marché, mais cela ne diminue en rien son mérite). Nous vous parlerons de Charles Babbage Sr et de ses relations avec Lord Byron à une prochaine occasion.

Mais revenons à nos boutons et à nos touches.

Le LPA

Opérations		Relations	
+	Addition	=	Egalité
-	Soustraction	≠	Inégalité
×	Multiplication	<	Infériorité
÷	Division	≤	Infériorité ou égalité
*	Elévation à une puissance	>	Supériorité
⌊	Arrondi inférieur	≥	Supériorité ou égalité
⌈	Arrondi supérieur	∈	Appartenance
⊥	Minimum	⊂	Inclusion
⊤	Maximum	∨	Disjonction
,	Juxtaposition	∧	Conjonction
!	Factorielle	~	Négation

— Récapitulons, si vous le voulez bien, mes chérubins, les vertus de l'OPA.

Il manipule des nombres entiers et des nombres décimaux (pas trop grands : 10^{25} chiffres, c'est nettement trop pour lui). Il utilise diverses opérations *arithmétiques et diverses* relations *dont il écrit le résultat 1 ou 0 selon que les relations sont vérifiées ou non.*

— Là est beaucoup gaspillage, opina le petit Charles. Il est exactement le même quand tu écris x ou ⊥ en place de ∧.

— Très juste, Sir, à part que 3x9 et 3⊥9 existent, et non 3∧9. A ce propos, vous avez remarqué, mes enfants, bien sûr, que lorsque le résultat n'existe pas, l'OPA imprime trois points d'exclamation. Lorsque le résultat existe, mais est trop grand, ce sont trois points de suspension.

— Et les points d'interrogation, c'est quand la question est mal posée !

— Si tu veux, Basile. Le terme consacré en informatique est «syntaxe incorrecte».

— Et il y a encore d'autres opérations que celles de cette liste.

— Oui, beaucoup. Vous en avez vu quelques-unes (∩, ∪, ↑, ↓).

Il y a les opérations qui manipulent des textes et non plus des nombres. Et puis il y a cette fameuse mise en mémoire (→). Mais ce n'est pas fini. Voyez plutôt :

```
'2+2'→A
A
    2+2
A?
    4
'2+2'?
    4
'2+2'
    2+2
2+2
    4
2+2?
    !!!
```

— Aoh ! vraiment il est le même comme dans Alice through the Looking-Glass. *Souvenez-vous, quand le Blanc Chevalier chante un chant pour Alice ; il dit : le nom de ce chant est appelé* Haddocks' Eyes ; *mais le nom du chant réellement est* The Aged Aged Man, *et le chant réellement est* A-sitting On a Gate. *Ceci sonne dans LPA*

```
'ASITTINGONAGATE'→THEAGEDAGEDMAN
'THEAGEDAGEDMAN'→HADDOCKSEYES
HADDOCKSEYES
    THEAGEDAGEDMAN
HADDOCKSEYES?
    ASITTINGONAGATE
HADDOCKSEYES??
    ILLTELLTHEEEVERYTHINGICAN...
```

— Nous pouvons, comme vous voyez, stocker en mémoire non seulement des nombres, mais aussi des questions, ou comme on dit, des «instructions», et ensuite faire exécuter ces instructions.

— Et que dites-vous de ceci ?

```
'2+2'→A
'A'→B
'B'→C
'C'→D
'D'→E
E
    D
E?
    C
E??
    B
E???
    A
E????
    2+2
E?????
    4
E??????
    !!!
```

— Quel dommage que Lewis Carroll soit resté en si bon chemin !

Autre possibilité inédite : poser plusieurs questions :

```
2+2;3+9;10*2
    4
    12
    100
4→A;A×A→B;A+B
    20
'4→A;4×A+5→B;¯2×B+6'→P
P?
    ¯36
```

Nous avons stocké en P un «programme» de trois instructions et nous avons exécuté le programme P. Et maintenant, regardez un peu :

```
'⎕×3'→P
P?
5
      15
P?
9
      27
P?;6
      18
'⎕-⎕'→Q
Q?
5
3
      2
Q?;4;2
      2
```

Depuis quelques moments, le petit Charles était visiblement absorbé dans une réflexion intense. En voyant apparaître les dernières lignes, son visage s'éclaira et il bondit au clavier.

— Nous très aisément simulons le computeur petit, regardez. Laissez-nous appeler T le entrée-trou ; il est un nombre ou 0 ou 1. Laissez-nous similairement appeler X, Y, Z les gauche, droit et bas portes, avec la valeur 0 quand conduisant le marbre vers le gauche, 1 vers le droit. Quoi arrive dans quelconque cas est le suivant :

```
T=X→X
T≠Y→Y
```

Cela est, X devient droit si T et X sont droits ou si T et X sont gauches, et ainsi sur. Comme vers Z, il est un bout plus dur.

— What if you spoke English ?

— Ecoutez ! Z devient droit si Z est droit et... Aoh, je crois c'est en vérité

```
(Y∼∧T)∨(T∼∧X)≠Z→Z
```

avec les vieilles valeurs de X et Y, clairement.

— Et le trou de sortie ?

— Il simplement est

```
Y∨Z∧T∨(X∧Z)
```

— Eh bien, stockons ce beau programme

```
'⎕→T;Y∨Z∧T∨(X∧Z);Y∼∧T∨(T∼∧X)≠Z→Z;T=X→X;T≠Y→Y'→OPB
```

Et maintenant recommençons les expériences depuis le début :

$1 \rightarrow X \rightarrow Y \rightarrow Z$

Ça, c'est la mise dans l'état D. Jouons :
Bille à droite

```
OPB?;1
  1
```

Elle ressort à droite.
Bille à droite

```
OPB?;1
  1
```

Elle ressort à droite.
Bille à gauche

```
OPB?;0
  0
```

Elle ressort à gauche
Bille à droite

```
OPB?;1
  1
```

Elle ressort à droite
— Naturellement, nous pouvons savoir l'état à chaque coup :

```
X,Y,Z
  0 0 1
```

Nous en sommes à l'état H.
— Exact.

Et voilà nos quatre amis qui s'amusent comme des petits fous avec les deux ordinateurs, le petit Archimède essayant de rivaliser de vitesse avec le petit Basile — qui, je dois le dire, le distancerait facilement.

Arrivé au 99ème coup, tout le monde s'arrête pour souffler.
— Tout de même, Basile, ta boîte, tu l'appelles un ordinateur, c'est un peu exagéré.
— Il est de fait que l'OPA est capable de beaucoup plus de choses que l'OPB.

— Aussi telle une différence arriva d'être entre le Difference Engine *et le* Analytical Engine *de mon grand-grand-grand-grand-père Charles Sr. Le premier toujours faisait la même suite d'opérations, le dernier tu pouvais programmer.*
— Vive l'OPC !

Résumé des chapitres suivants

Il n'y a pas de chapitres suivants. Nous en resterons là avec l'ordinateur du petit Archimède et celui du petit Basile. En effet, la Rédaction a reçu un volumineux manuscrit intitulé «l'Ordinateur 12751» d'un jeune élève de Seconde du Lycée Louis-le-Grand. A partir de PA 23, c'est ce nouvel ordinateur qui sera dévoilé aux fidèles lecteurs de cette rubrique.

Si cependant vous voulez en savoir plus sur le Langage du Petit Archimède, le LPA, je vous conseille fortement de traverser le miroir d'Alice et de vous initier à son grand frère l'APL, que vous pourrez découvrir dans un charmant petit livre à couverture rose, facile à lire et agrémenté de dessins humoristiques, *l'Informatique par téléphone* de P. ABRAMS et G. LACOURLY (Hermann éditeur), et si vous avez vous aussi un grand frère, un père, un oncle, un cousin ou une cousine dans l'informatique, vous aurez peut-être la permission de tapoter un «terminal» avec le même plaisir que le petit Archimède.

J.C.H.

Balance IV*

Un texte vieux de trois cent cinquante ans vous montre que votre PA (voir PA 15/16, page 30) est toujours aussi jeune. Bien des questions intéressantes dans ce quatrième article d'un THEME que nous retrouverons bientôt.

Lu dans :
«Récréation Mathématique — PONT-A-MOUSSON par Jean APPIEN HANZELET Imprimeur et graveur de son Altesse et de l'Université». 1626

TEXTE SOUS SA FORME ORIGINALE

Combien de poids pour le moins, faudra il emploier pour poser toute sorte de corps, depuis i livre iusques 40, iusques 121, iusques 364, etc.

Par exemple, pour peser depuis iusques à 40, prenez quelques nombres en proportion triple, tellement que leur somme soit égale, ou tant soit peu plus grande que 40 comme font 1 — 3 — 9 — 27. Je dis qu'avec 4 poids semblables, le premier d'une livre, le second de 3, le troisième de 9, le quatrième de 27, vous peserez en la balance tout ce qu'on vous présentera depuis une livre iusques 40.

Par exemple, vous voulez peser 21 livres, mettez le poids de 9 livres d'un côté et dans l'autre bassin vous mettez 27 et 3 qui contrebalanceront 21 et 9 livres. En voulez-vous 20, mettez d'un côté 9 et 1 et d'autre part 27 et 3 et ainsi d'autres.

En la même façon, prenant les 5 poids 1, 3, 9, 27, 81 vous pourrez peser depuis une livre iusques 121. Prenant les 6 consécutifs 1, 3, 9, 27, 81, 243 vous peserez iusques 364 sans qu'il soit besoing d'avoir un poids de 2, 4, 5, 6, 7, 8, 20 livres n'y autres que les susnommez. Tout cela est fondé, sur une propriété de la proportion triple, commenceante par l'un, qui est que chasque nombre dernier contient tous les précédents deux fois et i par dessus.

**Balance I PA 13 page 4*
Balance II PA 15-16 page 30
Balance III PA 19 page 13

TRESOR

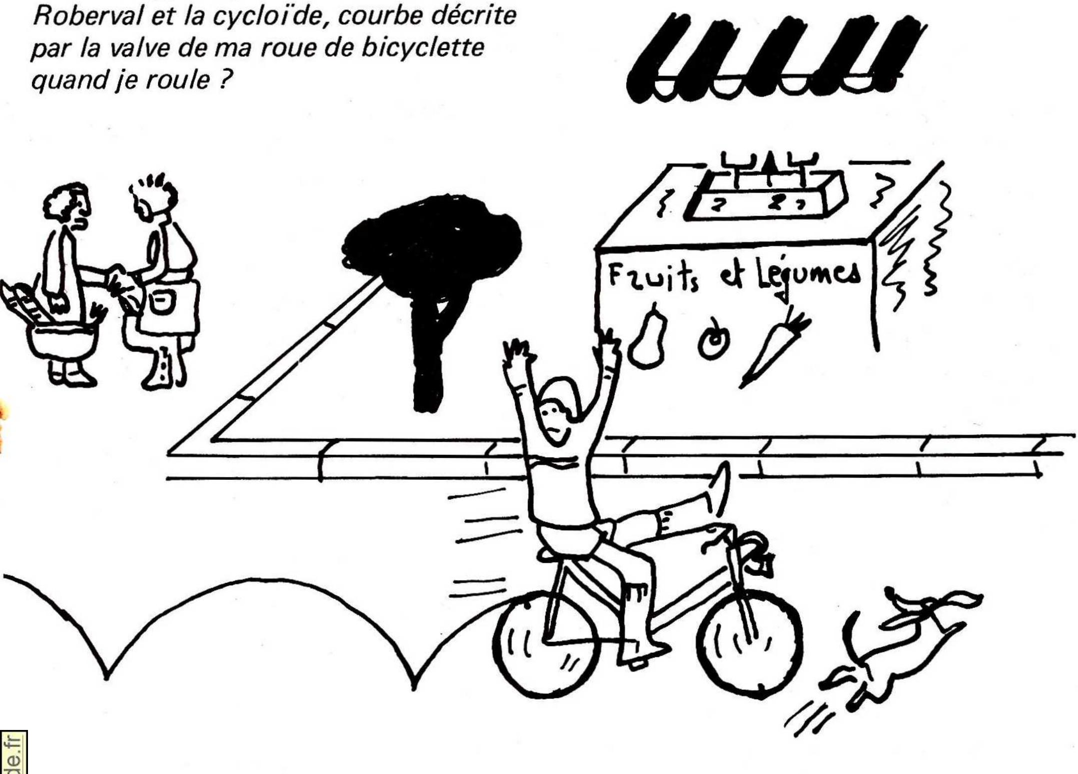
PA a trouvé un trésor (si seulement !) constitué de douze sacs de pièces d'or. Dans l'un seul de ces sacs toutes les pièces sont fausses et trop légères elles pèsent 9 g au lieu de 10 g. Il emportera le trésor seulement si en une seule pesée il découvre le sac de pièces. Comment va-t-il faire ?

PATATES

PA dispose d'une balance Roberval qui décèle une différence de masse d'1 mg entre 1 mg et 5 kg ; il dispose aussi de 50 patates. Est-il vrai qu'il pourra toujours mettre sur chaque plateau un tas de patates de manière à réaliser l'équilibre ?

HISTOIRE

Quel rapport y a-t-il entre la balance Roberval et la cycloïde, courbe décrite par la valve de ma roue de bicyclette quand je roule ?



Algorithmique

Prenons racine

«J'abaisse la tranche suivante
je double la racine
je cherche...» (Air connu)

Changeons d'air ! Voici une méthode peu connue :
Calcul des racines carrées par soustractions successives

Soit à calculer $\sqrt{601{,}8753}$.

Comme au bon vieux temps, on sépare en tranches de 2 chiffres à partir de la virgule : 6.01,87.53.

On prend la première tranche, c'est-à-dire 6, et on soustrait successivement tous les nombres impairs consécutifs, tant qu'on peut :

$$\begin{array}{r} 6 \\ -1 \\ \hline 5 \\ -3 \\ \hline 2 \end{array}$$

et c'est tout : on ne peut soustraire le nombre impair suivant, qui serait 5. Combien de nombres impairs avons-nous ainsi pu soustraire ? Réponse : 2.

On écrit ce 2 dans un coin, et... on abaisse le deuxième tranche (01) à côté du 2 qui restait de la première. Cela donne 201. On soustrait, comme tout à l'heure, les nombres impairs consécutifs mais en commençant par 41. *Pourquoi 41 ? Parce que le dernier nombre impair utilisé était 3, 3 + 1 = 4, donc 4 dizaines et 1 unité. On a le calcul suivant :*

$$\begin{array}{r} 201 \\ -41 \\ \hline 160 \\ -43 \\ \hline 117 \\ -45 \\ \hline 72 \\ -47 \\ \hline 25 \end{array}$$

C'est fini au bout de 4 soustractions. On garde ce 4 en mémoire, après le 2 ci-dessus, puis on abaisse la tranche suivante, 87, et on soustrait les nombres impairs qui se suivent à partir de : 47 + 1 = 48 dizaines et 1 unité, soit : 481. Et ainsi de suite.

Dans la pratique, ce calcul peut se disposer ainsi :

```
      6.01,87.53
     -1
     ----
      5
2    -3
     ----
      2.01
     -41
     ----
      1 60
     -43
     ----
4     1 17
     -45
     ----
      72
     -47
     ----
      25.87
     -4 81
     ----
      21 06
     -4 83
     ----
5     16 23
     -4 85
     ----
      11 38
     -4 87
     ----
      6 51
     -4 89
     ----
      1 62.53
     -49 01
     ----
3     1 13 52
     -49 03
     ----
      64 49
     -49 05
     ----
      15 44
```

Et alors, direz-vous ? on a fait 14 soustractions, et c'est tout. Où est la racine carrée dans tout cela ?

Eh bien, elle est là, sous vos yeux :

$$\sqrt{601,8753} = 24,53...$$

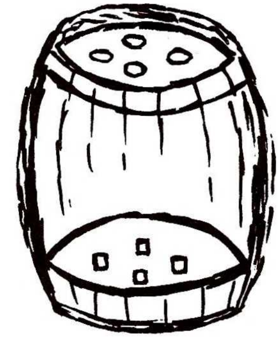
Et justement, vous l'avez trouvée en ne faisant que des soustractions. Et si vous n'êtes pas fatigués, vous pouvez continuer, abaisser la tranche suivante 00 à la suite du dernier reste 1544, et ainsi obtenir un résultat avec le degré de précision que vous pouvez souhaiter.

Vous pouvez aussi vous poser des questions : que représente ce 1544 (ou plutôt 0,1544 si l'on remet la virgule à sa place) ? Et enfin : comment marche ce procédé ?

La prochaine fois, je vous parlerai des racines cubiques, quatrièmes,... n-ièmes.

JMB

La page d'Alice



Le tonneau diabolique

Ce problème, publié dans «Mathématiques à l'école» (journal soviétique), avait été proposé à des Olympiades locales. Sa résolution ne nécessite pratiquement aucune connaissance mathématique mais a passionné de nombreux mathématiciens. Il est intéressant aussi de souligner que, souvent, de jeunes lycéens l'ont résolu plus rapidement que certains grands mathématiciens, comme l'a remarqué M. KLAKLA (de Cracovie) qui a fait une étude sur les comportements de recherche de ce type de problèmes.

Dans le fond d'un tonneau sont disposés 4 verres (aux sommets d'un carré centré sur l'axe du tonneau) ; son couvercle est percé de 4 trous exactement au-dessus des verres. On ne sait pas a priori quelle est la position des verres, *c'est-à-dire que chacun des 4 verres peut être soit à l'endroit :* 
soit à l'envers 

Le fond du tonneau tourne autour de son axe sans qu'on puisse voir de quel angle il a tourné, mais cet angle est toujours un nombre entier de quarts de tours, c'est-à-dire que le fond s'arrête toujours de manière que les trous soient au-dessus des verres. L'objectif du joueur est de mettre les 4 verres dans la même position *; pour cela il a le droit de plonger, à chaque arrêt du fond, chacune de ses* deux mains *dans un trou, de constater ainsi la position de 2 verres et de retourner 0, 1, ou 2 de ces verres ; mais il ne peut pas renouveler cette opération avant que le fond ne se remette à tourner. Lorsque les 4 verres sont dans la même position, une* sonnette *se déclenche, avertissant que le jeu est terminé. Et maintenant voici le problème : trouver un algorithme décrivant les opérations (choix des trous où plonger les bras, retournement des verres) à réaliser pour parvenir à entendre la sonnette après un nombre fini, très petit, de coups, quelles que soient les positions initiales des verres.*

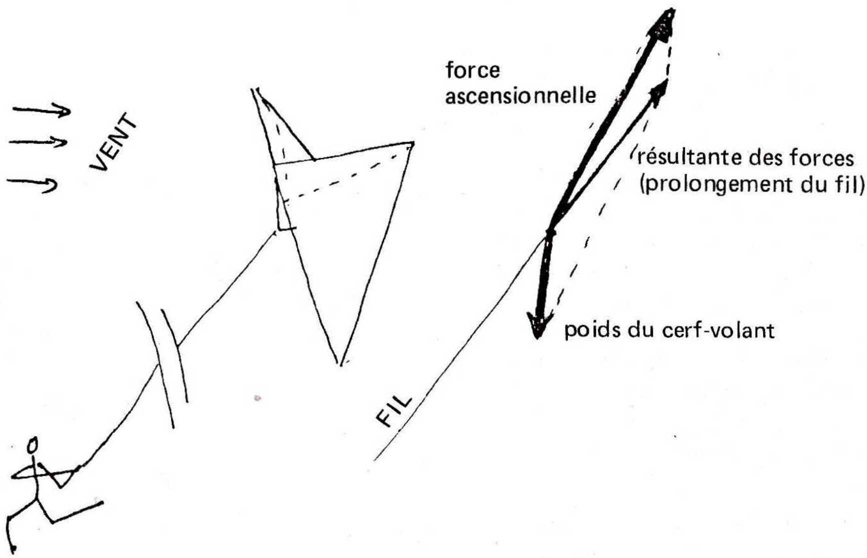
Après avoir résolu ce problème, je propose aux amateurs de s'attaquer à la recherche de la version un peu plus sophistiquée suivante :

La situation est la même, mais, cette fois, la sonnette ne se déclenche pas automatiquement ; c'est le joueur qui a la possibilité d'appuyer sur un bouton pour demander *si l'objectif est atteint : lorsqu'il a appuyé une lampe s'allume en vert si les 4 verres sont dans la même position (et alors il a terminé), en rouge sinon. Le problème consiste cette fois à déterminer une stratégie telle que le nombre de fois où le joueur fait appel à ce bouton soit minimum.*

ALICE

PA construit...

Un cerf-volant



Le cerf-volant est sans doute l'un des jouets les plus passionnants. Tu peux bien sûr en acheter un, mais c'est tellement plus amusant de le construire toi-même.

Le cerf-volant est constitué d'un cadre de bois léger mais solide. Sur le cadre est fixée une feuille de plastique transparent (genre polyane, polyéthylène, etc.).

Si le plastique était opaque, le cadre devrait être invisible quand l'ensemble vole (il ne faut pas que le vent «rencontre» le cadre).

J'ai pris du plastique transparent car, une fois décoré (j'y ai peint un aigle) seul le motif est visible depuis le sol. De la sorte on a réellement l'impression de faire voler un aigle, ou un avion, ou... ce que tu voudras bien peindre sur le plastique (pour peindre le plastique, voir plus loin).

Construction du cadre

Il faut deux lattes de bois solide et léger (frêne par exemple) de 10 x 5 mm

1. la première de 85 cm de long
2. la seconde de 90 cm de long

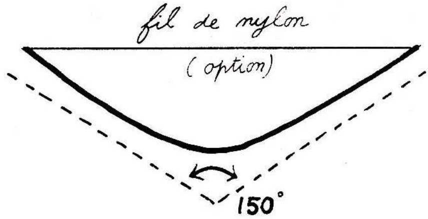


fig. 1

La latte de 85 cm constituera la partie avant-arrière. La latte de 90 cm constituera la partie transverse («ailes»). Il faut en repérer, par un trait de crayon, le milieu.

Cette latte transverse doit-être cambrée suivant la figure 1.

Pour faire cela tu peux :

a. ébouillanter la partie à plier (attention à la casse !), puis la courber précautionneusement et la maintenir à l'aide d'un gabarit.

b. tendre un fil de nylon entre les extrémités, comme si tu faisais un arc (très plat). La présence de ce fil ne sera pas gênante.

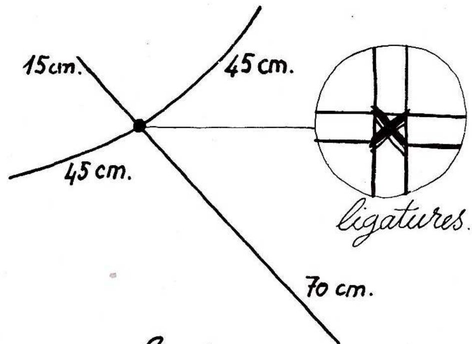


fig. 2

L'assemblage du cadre (figure 2) ne pose pas de problème. Il se fait par collage, ligatures, puis recollage de ligatures. Il est essentiel que le cadre soit :
1. rigidement assemblé
2. équilibré (pas un côté plus lourd que l'autre).

Pour vérifier cela, pose-le sur le ventre, les «ailes» en bout. Il ne doit pas basculer. Sinon il faut rétablir l'équilibre en coupant un peu le côté le plus lourd. Si tu as bien repéré le milieu de la baguette transversale, tu ne devrais pas avoir d'ennuis.

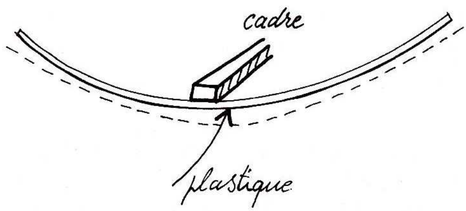


fig. 3

Mise en place de la voilure

Une fois l'assemblage du cadre bien fini (colle sèche)*, la voilure (= plastique transparent) peut être fixée sur le cadre.*

Attention à bien mettre le plastique du bon côté (voir figure 3).

Le plastique ne doit pas être ni tendu ni lâche. Juste ce qu'il faut. S'il fait quelques rides (petites) ce n'est pas grave.

Ne jamais coller de plastique sur le cadre directement.

Le plastique ne doit être fixé qu'aux extrémités du cadre (figure 4) avec du scotch.

Pour le détail de la fixation voir film ci-dessous (le dernier collage scotch est en noir). On termine l'extrémité de la voilure en la renforcant au scotch (2-3 épaisseurs). Eventuellement on coupe. La voilure doit dépasser la baguette de 3 cm environ.

Pour la boucle de fixation qui permet d'amarrer le cerf-volant au fil, voir dessin 5.

Le cerf-volant sera guidé par du fil de nylon (pêcheurs !) de 100 m. Je te laisse le soin de construire un enrouleur (planchette). Le fil se terminera par un crochet qui viendra se fixer dans la boucle. Le crochet réalisé en fil de fer assez fort aura la forme de la figure 6.

Lorsque l'ensemble est terminé, essaye-le. Si tu es satisfait, décore-le avec des couleurs vives. Tu peux y attacher une (ou plusieurs) queues (= ficelle de 1—2 m décorée avec des bouts de papier multicolore. Le papier alu fait un effet magnifique en plein soleil).

EMKAES

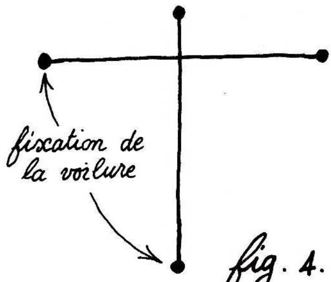
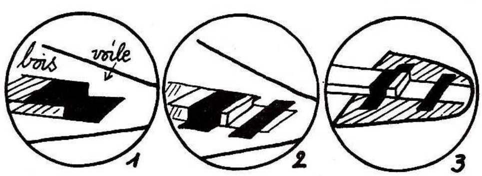


fig. 4.



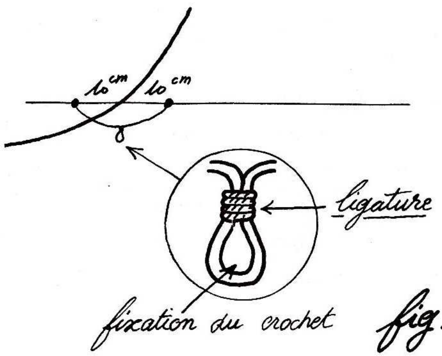


fig. 5.

fig. 6

Figures magiques III

Cube magique d'ordre 3

Soit un système d'axes orthonormés (OXYZ) et l'ensemble $\{0,1,2\}$.

On considère les points dont les coordonnées appartiennent à cet ensemble. Il y en a bien sûr 27. (Schéma 2).

Nous allons donner à chacun de ces points un nom : ce sera un nombre naturel (compris entre 0 et 26). Et pour cela nous utiliserons le système de numération de position à base 3 que vous connaissez nécessairement ! En effet si $a \in \{0,1,2\}$, *si* $b \in \{0,1,2\}$ *et si* $c \in \{0,1,2\}$, *tout naturel au plus égal à 26 peut s'écrire abc (en base 3) (petite liberté : 0 s'écrit donc 000, 1 s'écrit 001,... 3 s'écrit 010, 4 s'écrit 011...). D'accord !*

Mais à un point de coordonnées (x, y, z) quel naturel abc faire correspondre ?

(Ou comment établir une bijection entre cet ensemble de points et cet ensemble de naturels pour obtenir un cube magique !)...

Je vais d'abord vous présenter une opération dans l'ensemble $\{0, 1,2\}$ *par sa table ; je la note* $\oplus$ *[schéma 3].*

Tiens c'est un carré magique(sans compter les bords du carré 3 x 3 bien sûr).*

Tiens, c'est un carré latin !

Tiens, c'est l'addition en base trois sans les retenues !

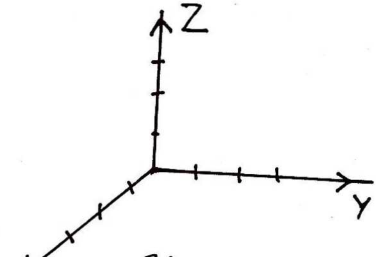


Schéma 1

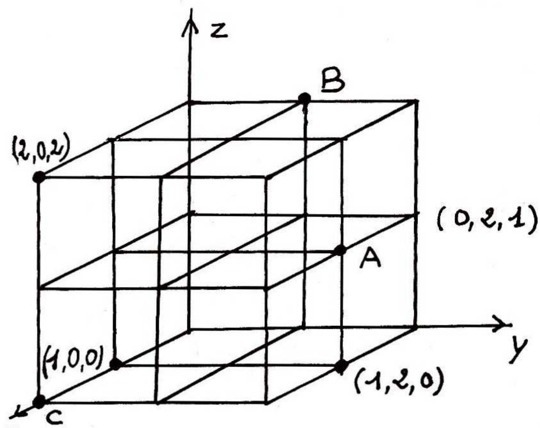


Schéma 2.

$\oplus$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

Schéma 3

Tout cela est vrai et voici alors une seconde opération notée $\ominus$ définie par $a \oplus b = c$ *est équivalent à* $a = c \ominus b$

exemple :

$2 \oplus 2 = 1$ *ou* $2 = 1 \ominus 2$
$1 \oplus 1 = 2$ *ou* $1 = 2 \ominus 1$
$2 \oplus 1 = 0$ *ou* $2 = 0 \ominus 1$

Contrôlez la table de cette opération (schéma 4) et entraînez-vous à ces opérations. Nous allons en avoir besoin.

$\ominus$	0	1	2
0	0	2	1
1	1	0	2
2	2	1	0

Schéma 4

Voici donc la «loi» permettant d'établir la bijection recherchée entre l'ensemble des 27 premiers naturels chacun écrit en base trois sous la forme $\overline{abc}$ *et l'ensemble des points, chacun connu par ses coordonnées (x, y, z).*

$\overline{a\,b\,c} \longrightarrow (x, y, z)$ *avec*

$$x = b \oplus c \ominus 1$$
$$y = c \oplus a \ominus 1$$
$$z = a \oplus b \ominus 1$$

Exemple : 6 s'écrit en base trois $\overline{020}$ *donc* $a = 0, b = 2, c = 0$ *ce qui nous donne*

$$x = 2 \oplus 0 \ominus 1 = 1$$
$$y = 0 \oplus 0 \ominus 1 = 2$$
$$z = 0 \oplus 2 \ominus 1 = 1$$

Sur le schéma 2, j'ai appelé A ce point (1, 2, 1).

De même

$21 \longrightarrow B$; $9 \longrightarrow C$ ...

*Un carré est dit magique si la somme des nombres est la même sur chaque ligne et chaque colonne. (Voir PA 8, PA 11, PA 13 (couverture)).

Et vous voilà prêt à noter pour chaque point un naturel. Il ne s'agit plus que d'un peu de patience !

— Si le cube obtenu est magique, combien doit-on obtenir pour somme commune à chaque ligne, colonne, diagonale ?

Notre cube est-il magique ?

Qu'en pensez-vous ?

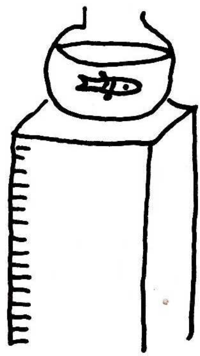
p.a.

Ce texte est écrit d'après un document de J. Viricel. J'ai volontairement adopté un ton et une écriture qui devraient permettre aux plus jeunes de nos lecteurs de comprendre cet article. (Je n'ai malheureusement pas pu le tester avec des élèves ; je sais aussi qu'il ne peut être compris qu'après une profonde compréhension de notions (comme les coordonnées) plus élémentaires). PA attend donc du courrier ! Et pas seulement de ses jeunes abonnés, car il y a beaucoup à dire ici pour les «grands».

Le Trioker

Dans PA 20, vous avez trouvé la solution détaillée des «treize pièces ayant au moins un sommet trois». C'est très important en Trioker, mais je suis d'accord pour reconnaître que c'était indigeste. Pour compenser, voici une chronique plus détendue, avec des puzzles proposés par des lecteurs.

Bien entendu, je vous donne ici des silhouettes muettes pour que vous ayez le plaisir de chercher à les construire en juxtaposant vos pièces. Mais si vous n'arrivez pas très vite à une solution correcte, je vous conseille de bien regarder la silhouette incomplète formée par vos pièces : vous trouverez parfois le début d'un autre puzzle... La figure 91 est un Petit Chat en 24 pièces que je trouve adorable, et qui n'est pas difficile. En effet, vous voyez qu'il y a beaucoup de sommets de pièces isolés (les bouts des pattes, les deux oreilles, le bout de la queue). Pour chacun de ces sommets isolés la valeur portée sur votre pièce est indifférente : c'est donc une «liberté» qui vous est offerte. On retrouvera cette notion plus tard.



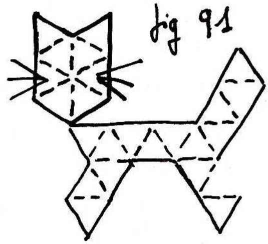


fig 91

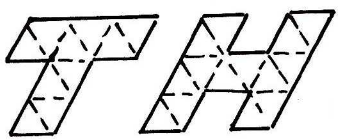


fig 92

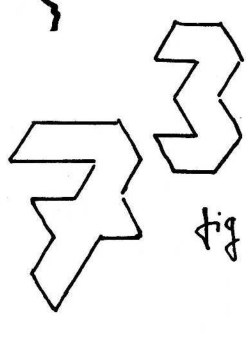
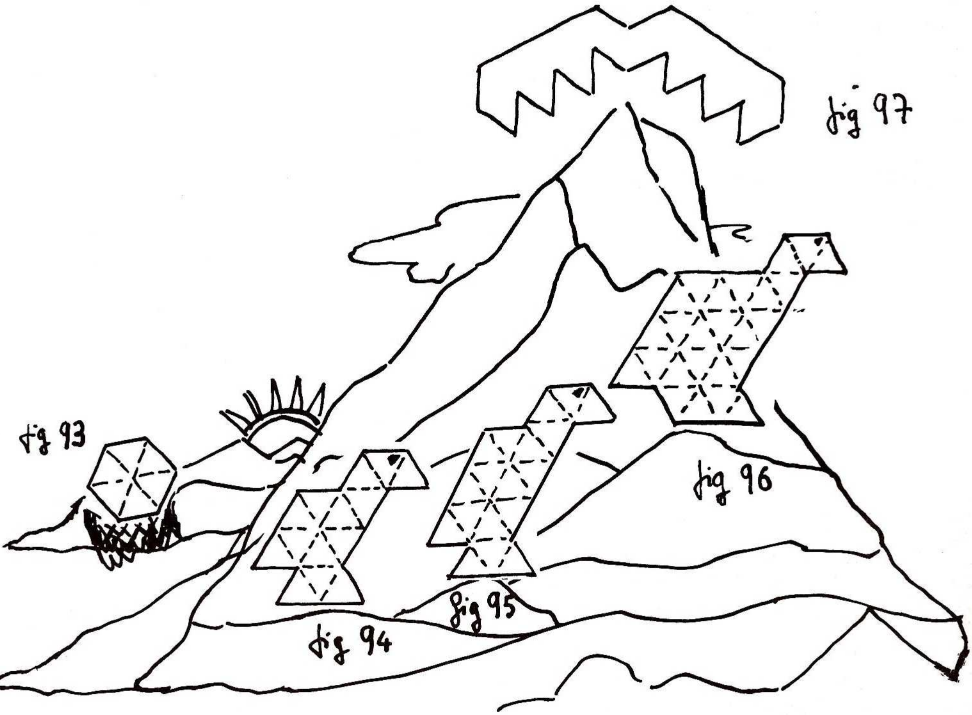


fig 98



La figure 92 est due à un lecteur anonyme qui précise — horreur ! — que ce puzzle en deux lettres a été mis au point durant une révision d'Anglais... Méfiez-vous de ces deux lettres qui exigent toutes vos 24 pièces : il vous arrivera de démolir la lettre T pour construire la lettre H, et réciproquement...

Ensuite, je suppose que c'est pendant une révision de Sciences Naturelles que Georges LARPAN, de Châtillon, a mis au point la « Vie de l'Aigle Royal». Vous avez figure 93 l'œuf en 6 pièces, sans difficultés. Il y a même beaucoup de solutions différentes : je ne les détaille pas ici, car vous trouverez ce «problème» résolu (avec bien d'autres puzzles, jeux et problèmes) dans le livre «Surprenants Triangles» qui vient de paraître (Cedic, Paris). Le jeune Aiglon en 14 pièces (figure 94) est encore facile. Il grandit et devient l'Aigle en 18 pièces de la figure 95. Enfin, voici l'Aigle Royal en 25 pièces de la figure 96. La 25^{e} pièce est le triangle supplémentaire que l'on ajoute à vos 24 pièces logiques pour certains jeux — ici pour permettre de terminer l'Aigle Royal — Curieusement, dès que cet aigle s'envole, il n'a plus que 22 pièces (figure 97)...

Mais surtout n'oubliez pas le Concours qui va bientôt s'achever : pour gagner la boîte du Trioker offerte par l'Editeur Robert Laffont, envoyez-moi d'urgence un puzzle représentant le plus grand nombre possible. La figure 98 est là comme simple exemple, mais vous pouvez sûrement faire mieux... Dépêchez-vous !

M. TRIOKER

Echecs VII

Miniatures et mérédiths

Pour cette reprise de la chronique «échecs», Petit Philidor vous rappelle les règles fondamentales du problème en deux coups.

— Dans tous les diagrammes présentés, les blancs sont en bas, et jouent vers le haut. (C'est important pour la marche des pions).

— Les blancs jouent les premiers un coup appelé : Clé. Ce coup est unique et lui seul permet de mater au coup suivant quelle que soit la réponse noire. Si cette règle n'est pas respectée, le problème est démoli et n'a aucune valeur.

— Après le coup de clé les noirs jouent et sur chaque coup possible les blancs font mat.

— Si le coup de clé n'institue aucune menace, le problème est un blocus et tous les coups noirs possibles doivent mener à un mat.

— Les couples coup noir-coup blanc matant sont appelés : variantes ; ces règles élémentaires montrent une première division dans le problème : les «blocus» et les «menaces».

Il existe une autre distinction fondée sur le nombre de pièces. On appelle : MINIATURE un problème comportant au maximum 7 pièces blanches ou noires et MEREDITH, du nom du célèbre compositeur américain, un problème comportant au plus 12 pièces.

Petit Philidor vous propose donc de résoudre une miniature et un Méréдith. Le petit nombre de pièces rend la recherche de la clé assez facile.

Le numéro 13 de W. SPECKMANN est une jolie œuvre du célèbre spécialiste allemand de la miniature. Le numéro 14 du Professeur GLAESER m'a été confié par son auteur, lui-même petit archimédien convaincu, pour première publication dans cette chronique. Petit Philidor est certain que vous aimerez ce très joli problème.

PETIT PHILIDOR

SOLUTION DES PROBLEMES

Problème n° 11 de SIMAY & MOLNAR

Jeu Apparent

1...... f6xé5 ou f6xg5 2. Dxf7 mat

Clé : 1. Txg4 Blocus

Si 1....... Rxg4 2. Df3 mat))
mats ajoutés
Si 1....... Rxç5 2; Dd5 mat ((

Si 1....... fxé5 2. Fd7 mat)
mats changés
Si 1....... fxg5 2. Txg5 mat (

Problème n° 12 de G. BALLO

Jeu Apparent

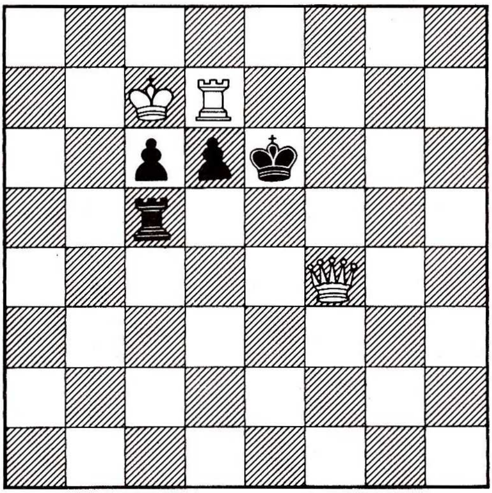
1...... é5 2. Df5 mat

Clé : 1. Dh1 Blocus

Si 1....... Ré5 2.Fg7 mat
(mats ajoutés
Si 1....... Rg6 2.Dh6 mat

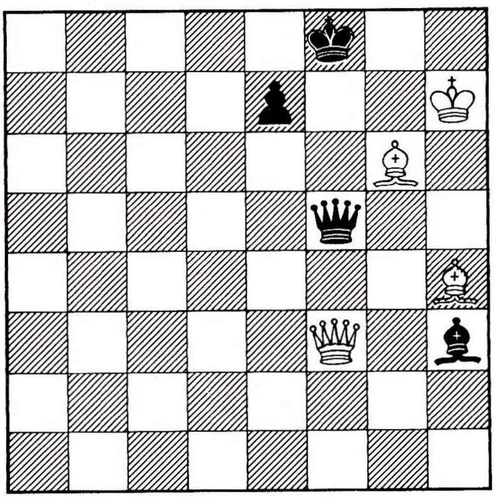
Si 1....... é5 2.Dh6 mat) mat changé

Problème n° 13 Dr WERNER SPECKMANN
K.N. Nachriten 1939



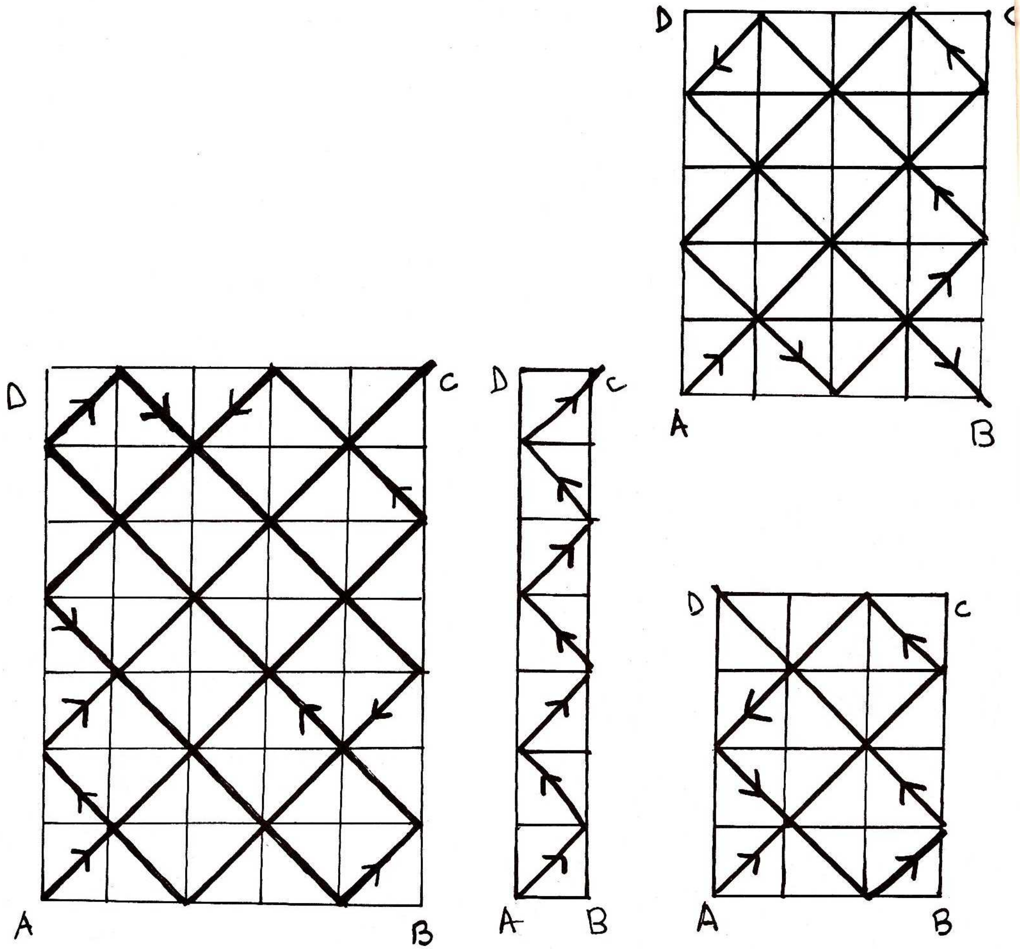
Les blancs font mat en 2 coups

Problème n° 14 Prof. GLAESER
Inédit



Les blancs font mat en 2 coups

Billards



Ces billards rectangulaires ont pour dimensions un nombre entier d'unités. De plus la boule est toujours frappée du coin A sous un même angle d'un demi-droit. Elle rebondit donc en faisant le même angle sur chaque côté.

Les dimensions des billards de cette page permettent à la boule de «sortir» par divers coins.

Pour 5-7 elle sort en C
Pour 1-n elle sort en C ou D
Pour 3-4 elle sort en D
Pour 4-5 elle sort en B
Qui nous dira pour quelles dimensions du rectangle elle sort en A ? et en B ? et en C ? et en D ?

Texte composé sur une idée de Castor (Québec).

Les PB du PA

Voici tout d'abord un petit problème de dénombrement, sur une idée de notre Président, Y. Roussel :

> **PB 37.** *Le numéro de code postal d'un bureau distributeur est un nombre de 5 chiffres. Le nombre formé par les deux premiers chiffres est le numéro du département : il va de 01 (Ain) à 95 (Val d'Oise). Les trois autres chiffres sont quelconques. Combien peut-on former de tels numéros ? Y en a-t-il beaucoup qui ne soient pas encore utilisés ?*
>
> *Le Mas d'Azil, dans l'Ariège, a pour numéro 09290. Si l'on renverse l'ordre de ses chiffres, il ne change pas : c'est un* palindrome. *Combien peut-il exister de tels palindromes parmi les numéros de code postal ? Pouvez-vous en citer qui soient effectivement utilisés ?*

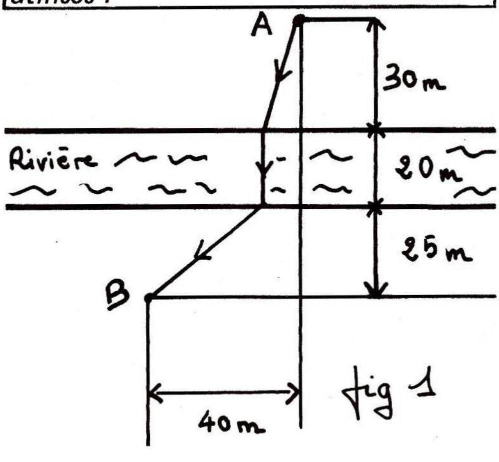


fig 1

Décidément, un rien suffit pour que notre vieille palindromanie nous reprenne !

L'énoncé suivant nous vient de M. Odier. Pour en chercher la solution, le mieux serait de disposer effectivement du matériel qui y est décrit, de faire quelques tentatives, puis de réfléchir.

> **PB 38.** *On a 27 «briques» de dimensions 0,5 dm, 1 dm, 2 dm. Fabriquer, avec ces briques, un cube de 3 dm d'arête.*

Enfin, un problème de minimum que l'on peut traiter à l'aide de la Géométrie de Troisième ou Seconde.

> **PB 39.** *On a deux points A et B situés sur les deux berges d'une rivière (voir figure 1 pour les distances respectives). On veut se rendre de A à B en suivant le trajet de longueur totale minimum, mais en traversant la rivière perpendiculairement aux berges (pour se mouiller le moins possible, sans doute). Quel itinéraire doit-on emprunter ? Quelle sera la distance parcourue ?*

SOLUTIONS

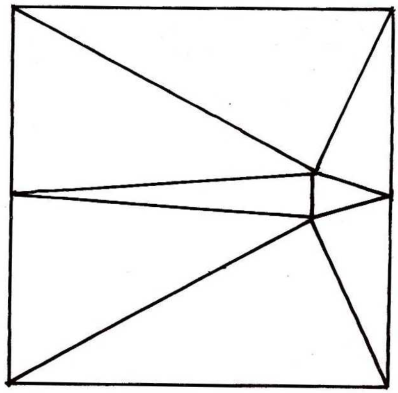


fig 2

PB 28, PA 17-18 (Acutangles). *Il s'agissait de partager un carré en « triangles aigus » (dont tous les angles soient aigus). Le nombre de ces triangles n'était pas précisé. J'aurais aimé recevoir diverses solutions, avec 10, 11, 12, 14 triangles ou plus, mais... rien ! Alors, voici la solution de Martin Gardner, dans « Nouveaux divertissements mathématiques » (Dunod éditeur).*

Le carré est partagé en 8 triangles. Il est impossible de faire mieux, c'est-à-dire de diminuer ce nombre.

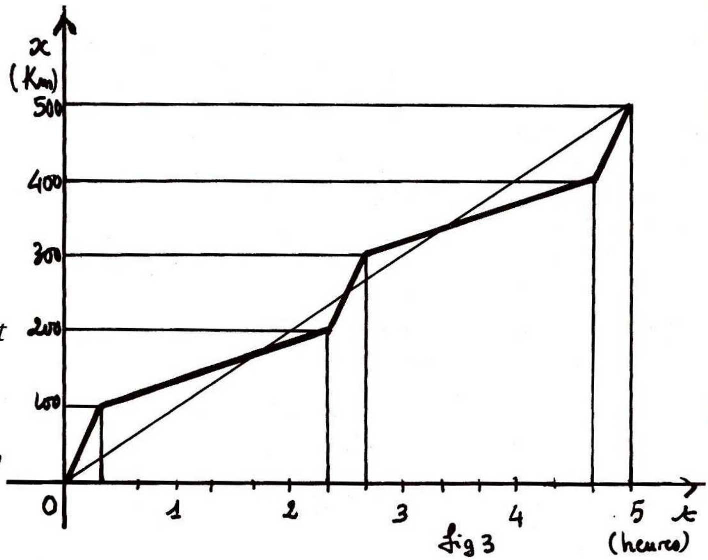


fig 3

PB 30, PA 19 (Un train parcourt 500 km en 5 h).

Raisonnons comme dans le PA 19. La distance x parcourue par le train est une fonction du temps t : soit $x = f(t)$. On a $f(0) = 0$ (départ à l'instant 0) et $f(5) = 500$ (500 km parcourus en 5 h). L'objet du problème est de savoir s'il existe durant le trajet un laps de temps de 1 h pendant laquelle le train a parcouru 100 km. Avec nos notations, cette question devient : existe-t-il un instant t_o tel que

$f(t_o + 1) - f(t_o) = 100$?

Considérons donc la fonction $g(t) = f(t + 1) - f(t)$. Elle est définie lorsque t varie entre 0 et 4. Considérons les cinq nombres :

$A = g(0) = f(1) - f(0)$: *distance parcourue pendant la première heure.*
$B = g(1) = f(2) - f(1)$: *distance parcourue pendant la deuxième heure.*
$C = g(2) = f(3) - f(2)$: *distance parcourue pendant la troisième heure.*
$D = g(3) = f(4) - f(3)$: *distance parcourue pendant la quatrième heure.*
$E = g(4) = f(5) - f(4)$: *distance parcourue pendant la cinquième heure.*

On a : $A + B + C + D + E = f(5) - f(0) = 500$: distance totale parcourue. Donc les cinq nombres ne sauraient être tous strictement plus petits que 100, sans quoi leur somme serait plus petite que 500. Il existe donc une valeur t_1 de t telle que $g(t_1) \geqslant 100$.

De même, ces cinq nombres ne peuvent être tous strictement plus grands que 100. Il existe donc t_2 tel que $g(t_2) \leqslant 100$.

La fonction g étant, comme f, une fonction continue, elle ne peut prendre les valeurs $g(t_1)$ et $g(t_2)$ sans prendre toute valeur intermédiaire, et en particulier la valeur 100. Donc il existe t_o tel que $g(t_o) = 100$, ce qui revient à dire que notre train a parcouru exactement 100 km entre les instants t_o et $t_o + 1$, donc pendant une heure.

Ce PB pourra paraître un peu compliqué. Une fois n'est pas coutume ! Notons toutefois qu'un exercice qui lui ressemblait fort a été posé au Baccalauréat il y a quelques années.

La suite était un peu plus délicate. On demandait s'il existait **forcément** *un laps de temps de 2 h durant lequel le train aurait parcouru 200 km. Cette fois, la réponse est non : Pour vous en convaincre, considérez le trajet dont le graphique est représenté sur la figure 3. Vous pouvez voir que le train parcourt bien 500 km en 5 h, qu'il lui arrive plusieurs fois de parcourir 100 km en 1 h (à vous de trouver entre quelles et quelles heures), mais qu'il ne parcourt jamais 200 km en 2 h : je vous le laisse vérifier.*

Je n'en dis pas plus sur ce sujet. Si cela vous intéresse, essayez de généraliser, de répondre aux questions suivantes :
Existe-t-il un laps de temps de 1 h 30 mn pendant lequel il ait parcouru 150 km ? Existe-t-il un laps de temps de 1 h 15 mn pendant lequel il ait parcouru 125 km ? Nous y reviendrons **ssi** *un lecteur manifeste de l'intérêt pour cette question.*

PB 31, PA 19 (Moyennes). *40 km/h à l'aller, 60 km/h au retour. Combien ont conclu : 50 km/h dans l'ensemble. Et pourtant... Si par exemple le parcours aller est de 120 km, l'aller se fait en : $\frac{120}{40} = 3$ h. Le retour, de 120 km lui aussi, se fait en $\frac{120}{60} = 2$ h. En tout, on a fait $120 + 120 = 240$ km en $2 + 3 = 5$ h, ce qui donne une moyenne de : $\frac{240}{5} = 48$ km/h, ce qui est moins que prévu. Le résultat aurait bien sûr été identique si j'avais considéré une longueur de parcours autre que 120 km.*

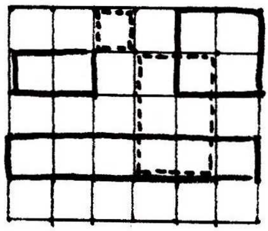
Nous avons ici un exemple d'un cas où il faut calculer la «moyenne harmonique», qui est toujours plus petite que la «moyenne arithmétique», celle que l'on calcule spontanément, mais qui ne convient pas pour toutes les situations.

Notre courrier se fait maigre. C'est la pénurie, et bientôt ce sera la crise ! Envoyez donc d'urgence solutions, idées d'énoncés et contributions diverses, toujours à :
CUCULIERE Roger
Lycée d'Etat Mixte
205, Rue de Brément
93130 NOISY-LE-SEC

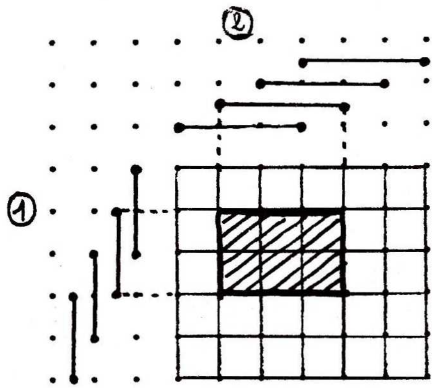
Rectangles et Carrés

PA n° 1 page 3

Rappel du texte :



> *Sur le réseau à maille carrée ci-contre, on peut dessiner les contours d'un grand nombre de rectangles. Nous en avons dessinés cinq. Combien peut-on en dessiner en tout ? (Ne pas oublier qu'un carré est un rectangle).*



Voici un rectangle dessiné sur le grand rectangle initial : c'est l'intersection de deux bandes : l'une de largeur 2 suivant le côté ①; l'autre de largeur 3 suivant le côté ② .

Vous voyez qu'il existe quatre bandes de largeur 2 suivant le côté ① ; de même on pourrait dessiner quatre bandes de largeur 3 suivant le côté ②.

Récapitulons le nombre de ces bandes suivant les deux côtés :

Côté ①	largeur de la bande	1	2	3	4	5
	nombre de bandes	5	$\boxed{4}$	3	2	1

Côté ②	largeur de la bande	1	2	3	4	5	6
	nombre de bandes	6	5	$\boxed{4}$	3	2	1

Ceci nous permet d'affirmer qu'il existe 4 x 4 = 16 rectangles de dimensions 2 (suivant ①) et 3 (suivant ②).

Récapitulons toutes les possibilités dans un tableau.

côté ②

			1	2	3	4	5	6	← largeur de la bande
		x	6	5	4	3	2	1	← nombre de bandes
	1	5	30	25	20	15	10	5	105
	2	4	24	20	16	12	8	4	84
côté ①	3	3	18	15	12	9	6	3	63
	4	2	12	10	8	6	4	2	42
	5	1	6	5	4	3	2	1	21
			90	75	60	45	30	15	$\boxed{315}$

Nous dénombrons donc 315 rectangles ou carrés dans ce grand rectangle !...

Mieux encore : vous pouvez trouver rapidement le nombre total de **carrés** *que l'on peut y dessiner :*

$$30 + 20 + 12 + 6 + 2 = 70 \text{ carrés...}$$

Une petite remarque pour généraliser notre problème :

$$315 = (5 + 4 + 3 + 2 + 1) \times (6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1)$$

Alors vous pouvez maintenant trouver le nombre des rectangles ou carrés que l'on pourrait dessiner dans un grand rectangle dont les dimensions sont respectivement a et b.

(a = 5 ; b = 6 dans notre cas de figure).

A. MYX

Qui peut donner la formule permettant de calculer le nombre R (a, b) de rectangles ? Le nombre C (a, b) de carrés ?

b		
4	10.....	R (a, b)
3	6.....	
2	3 9.....	
1	1 3 6 10.....	
	1 2 3 4 5 a	

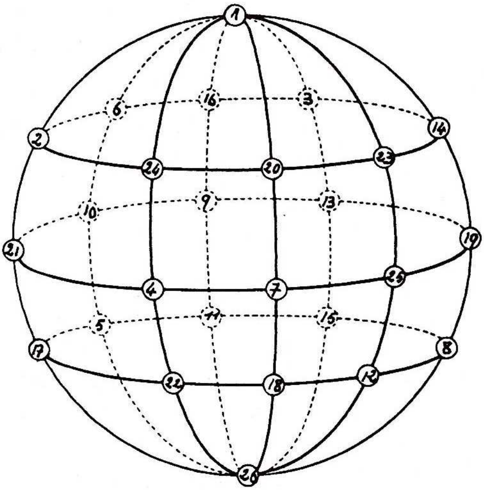
b		
3		C (a, b)
2	?	
1		
	1 2 3 4 a	

Peut-on trouver une relation de récurrence pour chacun de ces nombres, comme il en existe pour les combinaisons ?

On répondra ainsi à PA 15-16 page 31.

p.a.

Le courrier des lecteurs

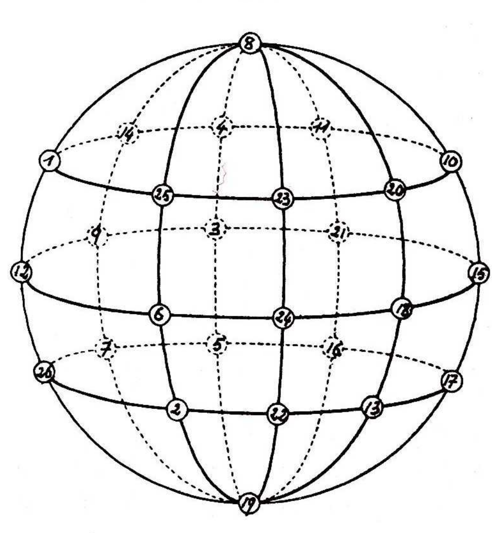


L77 - La sphère infernale (couverture de PA 13), de L. et J.L. CAMUS de 54210 Saint-Nicolas de Port et de P. BILLAUD 79000 Niort.

R77 - Bien sûr, il existe de nombreuses solutions à cette sphère infernale. Un jeune lecteur un peu pressé, oubliant que les pôles appartiennent à chaque méridien (et bien sûr à aucun des trois parallèles de notre sphère), nous avait fourni «la preuve» que ce problème était impossible !

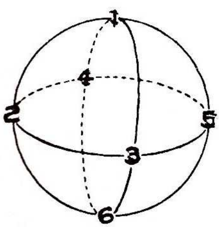
J'ignore aussi le nombre de solutions de ce problème mais vos remarques, Monsieur Billaud, trop fragmentaires encore je crois pour être publiées, laissent envisager sur ce sujet et sur celui d'un «algorithme de remplissage» de cette sphère des rebondissements certains. Attendons.

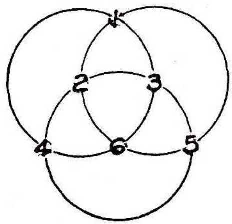
De quelles classes sont les élèves qui ont fourni ces solutions ?

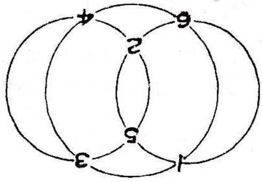


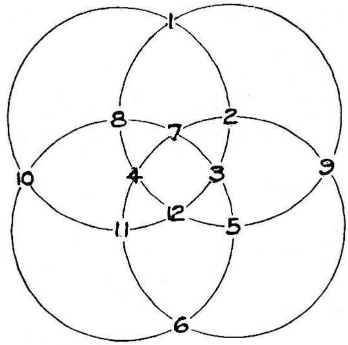
Et voici un problème très voisin: les «cercles magiques».

Placer les nombres de 1 à 6 de façon à obtenir pour chacune des 3 premières figures le même total pour chaque cercle. Même question avec les 12 premiers nombres pour la dernière figure. (Notre jeune abonné que nous remercions beaucoup signale qu'il a pris ces textes in Dover Publications. W.S. Andrews - Magic Squares and cubes).









L78 - de M. Moneuse 62200 Boulogne-sur-Mer.

Je me suis intéressé aux nombres croisés du PA 17-18. Je vous propose des solutions pour le premier.

Soient :

$$\begin{array}{ccc} & a & b \\ c & d & e \\ f & g & h \end{array}$$

les nombres cherchés

Ce qui donne horizontalement :

$3 + a - b = 1\,;\ c + d + e = 8\,;\ f + g - h = 5$

et verticalement :

$3 \times c - f = 9\,;\ a \times d + g = 5\,;\ b - e + h = 5$

Si l'on suppose que les nombres relatifs ne sont pas connus, on obtient les conditions

$$c \geqslant 3 \quad a \times d \leqslant 5 \quad c \times d \leqslant 8$$

Le choix d'une valeur pour c limite les valeurs possibles pour d (0,1 ou 2). On trouve ainsi les solutions suivantes :

——— $a = 11$ $b = 13$, $c = 3$, $d = 0$, $e = 8$, $f = 0$, $g = 5$, $h = 0$

——— $a = 0$, $b = 2$, $c = 4$, $d = 2$, $e = 0$, $f = 3$, $g = 5$, $h = 3$

——— $a = 8$, $b = 10$, $c = 4$, $d = 0$, $e = 8$, $f = 3$, $g = 5$, $h = 3$

——— $a = 1$, $b = 3$, $c = 5$, $d = 1$, $e = 3$, $f = 6$, $g = 4$, $h = 5$

——— $a = 2$, $b = 4$, $c = 5$, $d = 1$, $e = 3$, $f = 6$, $g = 3$, $h = 4$

R78 - Bravo et merci. Le reste de votre lettre pour un futur PA.

LE PETIT ARCHIMEDE

Revue de l'Association pour le Développement de la Culture Scientifique.
10 numéros par an (les abonnements pour 1975-1976 partent du n° 21 inclus).

COMITE DE REDACTION

J.M. BECKER	*M.L. DEHU*	*M. ODIER*
P. CHRISTOFLEAU	*J.C. HERZ*	*M. SCHAEFFER*
R. CUCULIERE	*A. MYX*	*G. WALUSINSKI*

Courrier des lecteurs :
Adresser toute correspondance à
Y. ROUSSEL — CES SAGEBIEN 80000 AMIENS

ABONNEMENT

Abonnement de Soutien : 100 F
Abonnement de Bienfaiteur : 500 F
Abonnements Ordinaires :
- *individuel : 30 F*
- *groupés : 25 F par abonnement (minimum : 10).*

Les abonnements groupés sont envoyés à un seul des abonnés.

DEMANDE D'ABONNEMENT

NOM : *Prénom :*

ADRESSE D'EXPEDITION :

CODE POSTAL : *VILLE :*

BUREAU DISTRIBUTEUR :

Cette demande est à adresser $\boxed{\textit{exclusivement}}$ *à*
ADCS - Abonnement - CES SAGEBIEN 80000 AMIENS
Joindre chèque ou mandat à l'ordre de
ADCS - CCP 4736-63 Lille

REVUE EDITEE PAR L'ADCS — Le Directeur de la publication J.C. HERZ
Imprimé par SEROFSER 6, Rue Sauval 75001 PARIS
Dépôt légal : Décembre 1975

N° 21-22 Le numéro 7 F