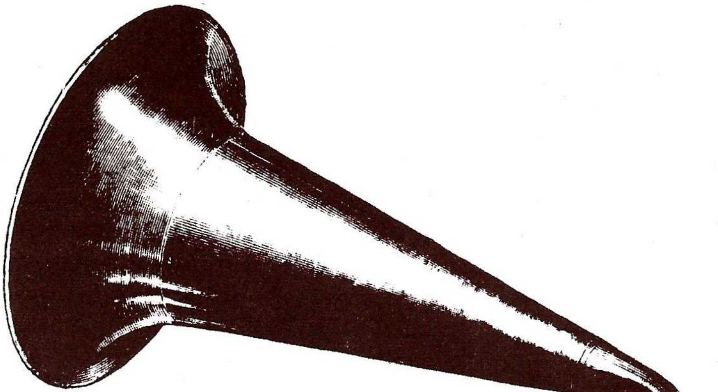
le petit archimède



MODELE N° 5 B.

Compagnie Française du GRAMOPHONE.

voir page 34

PA 33.34

NOVEMBRE-DÉCEMBRE 1976

Sommaire

NOS CONVENTIONS :

Facile

Difficulté moyenne

Pour les «grands»

RAYMOND QUENEAU (1903-1976)

La dernière fois que j'ai rencontré Raymond Queneau, c'était, il y a déjà quelques années, à un déjeuner de l'Ouvroir de Littérature Potentielle[1] (plus familièrement l'Oulipo) offert en son jardin par un des plus vieux amis de PA, grand maître ès échecs, en compagnie du prince du contrepet (un autre ami de PA), du champion du palindrome (en même temps recordman du lipogramme[2]) et de quelques autres personnages considérables, dont le chat du logis, dénommé Sire Pensif.

Je me souviens qu'on y parla de la plus courte phrase française contenant au moins une fois chaque lettre de l'alphabet, et de la plus longue contenant au plus une fois chaque lettre (je vous passe les noms savants).

Ces jeux n'étaient pas nouveaux pour Queneau, dont les quatre-vingt dix-neuf *Exercices de Style*, qui établirent sa réputation, datent de 1947. Il y pratique l'anagramme, l'homéoptote, l'aphérèse, la synchise et autres litotes pour conter à la plus grande joie du lecteur un fait anodin survenu sur la plate-forme d'un autobus parisien de la ligne S (aujourd'hui 84). *Zazie dans le métro*, à qui PA a rendu naguère hommage[3], a fait connaître au grand public cet écrivain au style si personnel.

L'ardeur avec laquelle Queneau triture la langue française s'explique quand on sait que c'était aussi un fin mathématicien. Parmi ses travaux originaux, on peut citer ceux sur les *suites s-additives*, suites formées d'entiers croissants dont chacun, à partir d'un certain rang, est la somme, d'exactement *s* façons, de deux termes antérieurs[4]. Et le nom de Queneau restera attaché à la publication de l'*Encyclopédie de la Pléiade*.

Je me plais à imaginer sa rencontre, aux Champs-Elysées, avec Lewis Carroll, autre mathématicien cher à PA et plus connu comme conteur.

J'imagine aussi une conversation entre Alice et Zazie. Qui sait ? ce sera peut-être le sujet de franglais du baccalauréat de l'an 2000 !

Z.L.

---

[1] Voir PA 17-18, p.31.
[2] Texte ne contenant pas une ou plusieurs lettres de l'alphabet.
[3] Voir PA 27-28, p.17.
[4] Journal of Combinatorial Theor[y] 1972, p.31-71.

LES REGLES DU GO (2)

Le lecteur dont la mémoire est tenace se rappelle que le Go se joue à deux sur une grille 19 x 19 .

R 1 Chaque joueur pose à son tour un de ses pions sur une intersection vide du go-ban. Comme nous le verrons, il est possible qu'ultérieurement ce pion soit capturé et enlevé du go-ban ; en dehors de ce cas, les pions posés ne se déplacent jamais.

Le but du jeu est d'encercler le plus grand territoire possible. Dans la situation de la figure 1 , le territoire des blancs est de 24 points (24 intersections vides) , celui des noirs est de 31 points ; les noirs ont donc gagné de :

31 - 24 = 7 points.

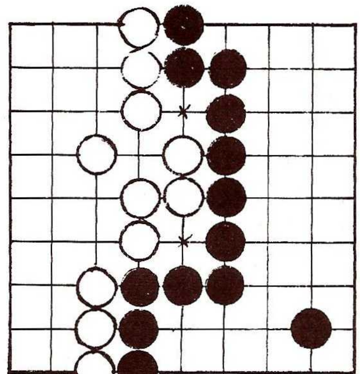


figure 1

On remarque dans cette partie (fictive et jouée sur un mini-goban) que deux intersections vides notées x , situées entre les frontières, n'appartiennent à personne (no man's land).

En observant la figure 1 , on peut se demander pourquoi les blancs n'ont pas tenté de créer un petit territoire à l'intérieur de la zone de droite encerclée par les noirs ;

les noirs auraient pu d'ailleurs se livrer à une tentative du même style dans la partie gauche du terrain. Ces réflexions nous conduisent à parler de la capture des pions.

On appelle LIBERTÉS d'un pion les intersections vides adjacentes à ce pion. Manifestement, un pion situé :
dans la région centrale possède quatre libertés (fig 2A),
sur le bord possède trois libertés (fig 2B),
dans le coin possède deux libertés (fig 2C).

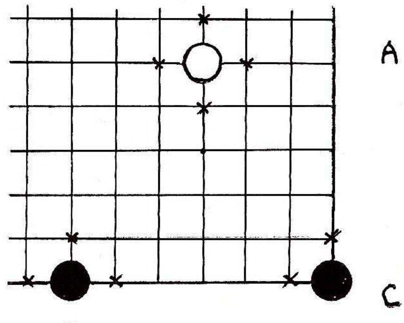
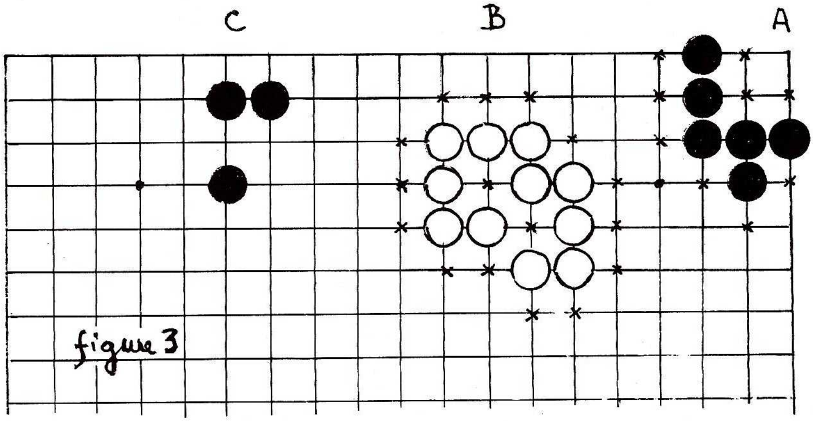


figure 2

On appelle GROUPE CONNEXE un ensemble de pions de même couleur reliés entre eux par un chemin de la grille ; la notion de LIBERTES se généralise instantanément à ces groupes connexes. Sur la figure 3, le groupe A possède 9 libertés (notées x) , le groupe B en possède 16 et le groupe C n'est pas connexe.



R 2 Lorsqu'un joueur supprime la dernière liberté d'un pion ennemi (ou d'un groupe connexe de pions ennemis) , il capture ce pion (ou ce groupe de pions) et l'ajoute à son tas de prisonniers. Le fait de poser le pion qui capture et la capture elle-même comptent pour un seul coup.

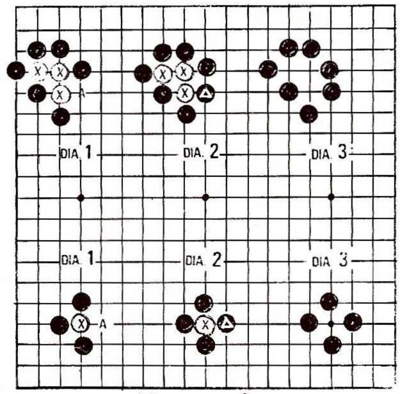


figure 4

La figure 4 montre deux exemples de captures :

DIA 1 : c'est aux noirs de jouer ; les pions blancs notés x n'ont qu'une seule liberté (on dit dans ce cas qu'ils sont en ATARI). Noir décide de capturer les blancs en jouant en A.

DIA 2 : Noir joue le pion noté △ et ...

DIA 3 : ... retire aussitôt les pions capturés qu'il rajoute à son tas de prisonniers.

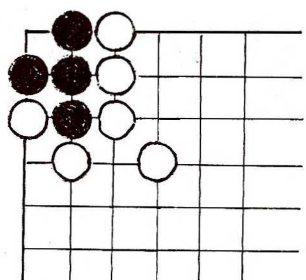


figure 5

R 3 Il est interdit de supprimer la dernière liberté d'un de ses propres groupes, sauf si ce coup capture un groupe ennemi.

Sur la figure 5 par exemple, les noirs n'ont pas le droit de jouer dans le coin ; ce coup, en effet, comblerait la dernière liberté du groupe noir. Les blancs, au contraire, en jouant dans ce coin capturent aussitôt les quatre pions noirs.

La règle R 3 est essentielle.

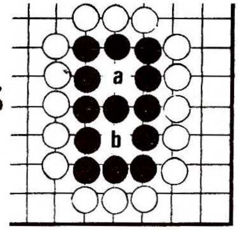
Observons quelques instants la figure 6 : le groupe noir, entièrement encerclé par les blancs, possède encore deux libertés : a et b . D'après la règle R 3 , Blanc n'a le droit de jouer ni en a , ni en b . Le groupe noir est donc IMPRENABLE, on dit qu'il a DEUX YEUX (situés en a et b) .

Théorème : Un groupe qui possède deux yeux est imprenable.

C'était le cas notamment du groupe B de la figure 3.

Il ne faudrait pas conclure de ce théorème que les deux joueurs vont s'efforcer de munir de deux yeux chacun de leurs groupes. Ce serait une perte de temps épouvantable. La vigilance des joueurs dans ce domaine se bornera à vérifier (de tête, bien sûr) qu'ils pourraient effectivement faire deux yeux si la nécessité s'en faisait sentir (i.e. si l'adversaire, par un manque de courtoisie évident, attaquait brutalement l'un des groupes avec la nette détermination de le capturer).

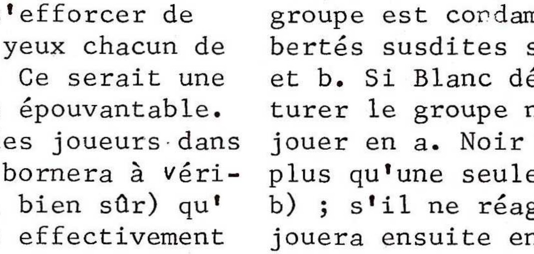
fig6



Sur la figure 1, les noirs n'ont pas fait leurs deux yeux, mais cette réalisation ne présenterait aucune difficulté. Il est essentiel de noter que, pour avoir DEUX YEUX, un groupe doit posséder au moins deux libertés INTERIEURES et NON adjacentes.

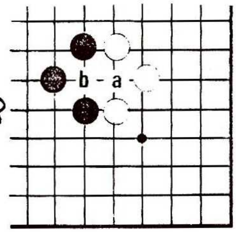
La figure 7 montre un groupe noir qui possède deux libertés intérieures adjacentes ; ce groupe est condamné ! Les libertés susdites sont notées a et b. Si Blanc décide de capturer le groupe noir, il va jouer en a. Noir ne possède plus qu'une seule liberté (en b) ; s'il ne réagit pas, Blanc jouera ensuite en b et les noirs seront pris. Si Noir capture le pion blanc (DIA 2) , il ne lui restera qu'une liberté (en a) où Blanc rejouera ensuite (DIA 3) .

fig7



Le lecteur à la fois perspicace et vicieux pense avoir découvert un cas évident de partie perpétuelle : celui de la figure 8. Supposons que Noir joue en a ; alors, Blanc (d'après R 3) peut jouer en b, puis Noir peut rejouer en a, etc, etc.... Une telle situation s'appelle un KO.

fig 8



R 4 Si un KO se déclare, il est illégal de reprendre immédiatement. Un coup ailleurs (au moins) doit être joué entre chaque reprise.

On peut déduire de R 4 qu'il faut au moins 3 KO pour déboucher sur une partie perpétuelle. La figure 8 montre un exemple de KO au centre du go-ban ; le lecteur consciencieux pourra construire des KO de bord ou de coin.

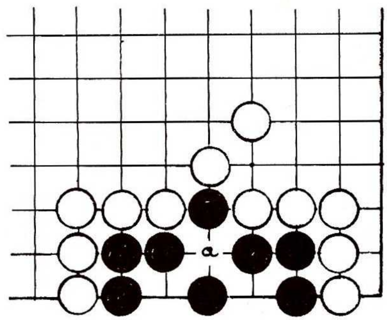


figure 9

Certains KO ont une valeur considérable : observons par exemple le cas de la figure 9 ; si c'est à Noir de jouer, il peut poser un pion en a. Son groupe est alors imprenable. Si au contraire, c'est à Blanc de jouer, il peut aussi jouer en a et capturer ainsi un pion noir. Le coup suivant, en jouant sur le bord, il pourra capturer 3 pions noirs et l'ensemble du groupe noir est perdu. Toutefois, Noir peut espérer une issue plus heureuse : après que Blanc ait joué en a, une situation de KO apparait, Noir va jouer AILLEURS un coup très menaçant ; si Blanc y répond, Noir pourra reprendre le pion blanc. Blanc, à son tour, va chercher ailleurs une MENACE de KO ... et l'issue de la bataille sera fonction du nombre de menaces significatives dont chaque antagoniste peut profiter.

Une partie de GO peut durer très longtemps. Plusieurs mois. Malheureusement, les obligations de la "civilisation" contemporaine imposent aux joueurs un rythme effréné. A notre avis, toutes les parties jouées depuis 1945 ont été bâclées ! Pour les TRES grands tournois (au Japon bien sûr), chaque joueur dispose de 9 heures de réflexion pour l'ensemble de la partie. En Europe, la situation est désespérée : deux ou trois heures tout au plus par joueur ! c'est ramener le GO au rang des jeux débiles (style belote, bataille).

R 5 Les joueurs ont toujours le droit de passer leur tour.

Passer son tour au cours d'une partie est catastrophique. Lorsqu'un joueur passe, c'est qu'il estime que la partie est terminée. De façon générale :

R 6 Une partie peut s'achever de trois façons différentes :

1 - Par l'abandon de l'un des joueurs.
2 - Lorsque les deux joueurs ont passé consécutivement.
3 - Lorsque l'on retombe sur une position déjà vue (partie perpétuelle).

Le déroulement général d'une partie et la façon dont on compte les points à la fin, seront illustrés sur la partie-exemple que nous allons jouer maintenant. Pour ménager la patience du lecteur et le courage du scribe, cette partie sera jouée sur un mini-goban 13 x 13 . Le débutant peut d'ailleurs jouer ses premières parties sur des petits gobans, mais très rapidement, il faut adopter les dimensions 19 x 19 réglementaires, où les problèmes de stratégie sont très différents.

<u>Exemple de partie</u> (figures 10 & 11)

Pour tirer profit de la description qui va suivre, il est indispensable que le lecteur reconstitue la partie pas à pas sur son goban (qu'il aura donc acheté ou bricolé auparavant).

Il est facile, dans les coins de réaliser rapidement des territoires sûrs avec peu de pions; c'est pourquoi les joueurs occupent tout de suite ces régions stratégiques avec leurs premiers coups (1 à 5). Le coup 5 garantit aux noirs un coin solide et vaste. Le coup 6 a pour but de réduire à peu de points ce coin que les noirs avaient occupé avec leur premier coup. La partie se poursuit de façon très calme, naïve même (naïveté volontaire, car nous savons bien que nos malheureux lecteurs ont l'esprit bridé par des siècles de jeu d'échecs). Le coup 23 menace le territoire blanc d'une invasion peu souhaitable. 24 porte ATARI au pion 23 et bloque cette tentative. La figure 12 montre ce qu'il adviendrait du territoire des blancs si ceux-ci omettaient le coup 26.

Le coup 28 est imprudent ; la sanction arrive aussitôt avec le 29 des noirs : un combat va s'engager. En réponse à 29, les blancs ont trois solutions (figure 13) : a , b ou c. La réponse en a est probablement la meilleure ; elle conduit à une situation analogue à celle de la figure 11. La figure 14 examine le cas de la réponse en b ; après le coup 35 des noirs, les blancs ne peuvent plus s'opposer à l'invasion de leur territoire.

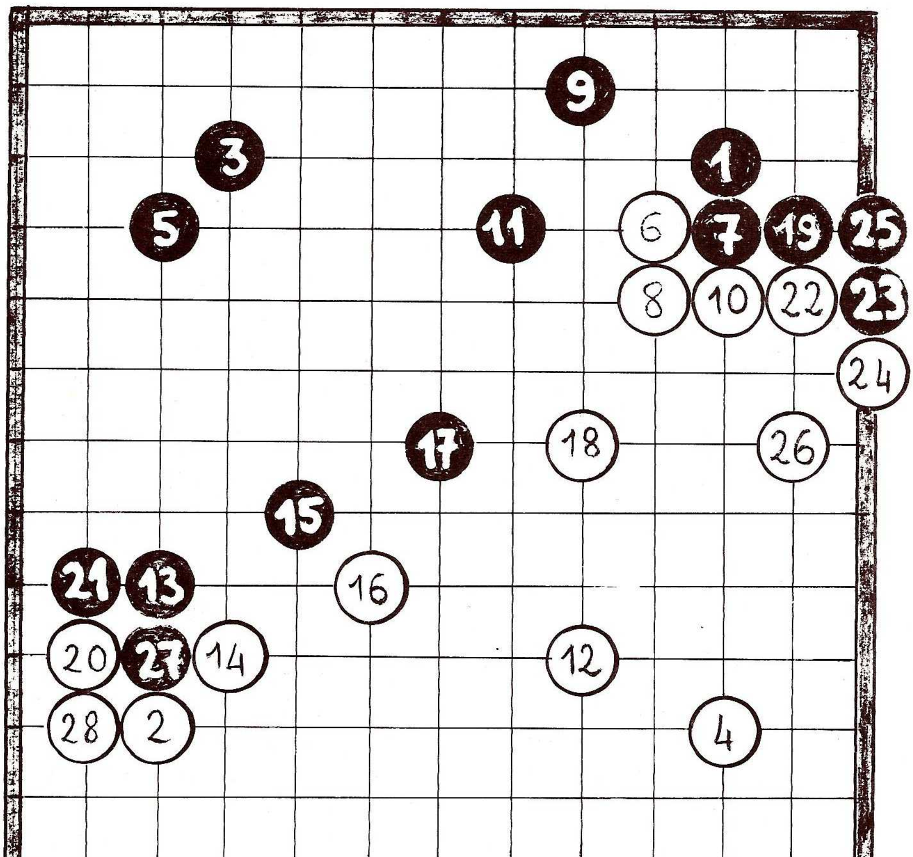


figure 10 (1 à 28)

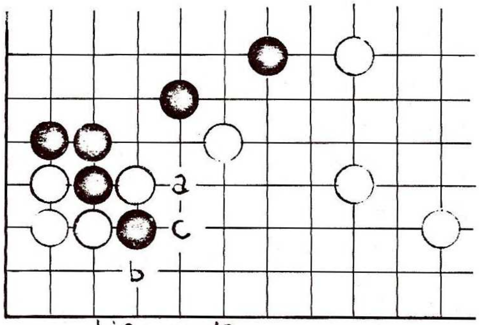


figure 13

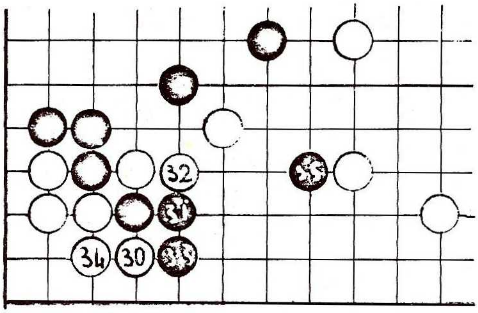


figure 14

En fin de compte (figure 11), les blancs ont choisi la réponse en c. En jouant 33 , les noirs semblent abandonner les pions 29 et 31. Ces pions néanmoins jouent un rôle important. Ils imposent aux blancs le coup 36 très défensif, qui permet aux noirs la séquence 37, 39 et 41 qui réduit sensiblement le territoire des blancs. Après le coup 41, la partie se calme à nouveau. Le coup 50 n'est pas bon ; il menace seulement de prendre UN pion (le pion 33), il y a encore des coups nettement plus importants et c'est pourquoi Noir préfère jouer ailleurs.

Avec ce coup 50, les blancs perdent donc l'initiative ; on dit que leur coup est GOTÉ. Au contraire, le coup 51 qui menace la prise de 3 pions blancs (et donc de tout le coin) nécessite une réponse, il garde donc l'initiative, on dit qu'il est SENTÉ. Le coup 54 gagne un prisonnier (le pion 33, que les blancs retirent aussitôt du goban et mettent soigneusement de côté).

On arrive dans la phase finale de la partie ; chaque joueur s'efforce de fixer définitivement les frontières à son avantage. Le lecteur qui ne comprend pas l'intérêt du coup 61 n'est pas futé! La figure 15 vient en aide au lecteur susdit. Le coup 67 prend un pion blanc (le pion 18). Les coups 71 et 72 sont des connexions obligatoires qui deviendront nécessaires lorsque les coups 74 et 75 auront été joués. Le coup 73 joué à l'ancienne position du coup 18 évite un KO sans grande valeur (1 point). Les coups 74 et 75 n'apportent de point à personne. Ce sont les DAMÉS que l'on joue uniquement pour éviter les erreurs dans le décompte des points. La partie est terminée.

Les pions 29, 31 et 35 qui ne peuvent pas créer un territoire imprenable (avec deux yeux) sont morts.

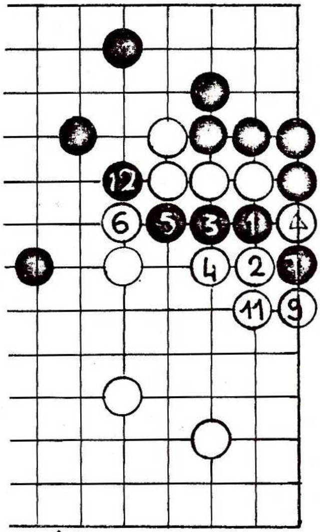


figure 12

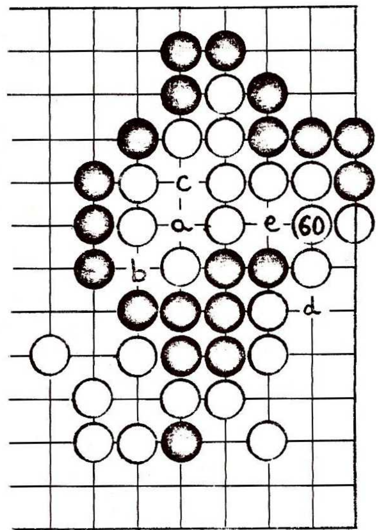


figure 15

7 prend le pion
10 joué en
12 capture quatre pions blancs (qui seront pris tôt ou tard).

NOTE : Après 7, suit le coup 9. Le nombre 8 a été oublié (c'est sans conséquence).

Si les blancs jouaient en b, les points a, c et d appartiendraient au territoire blanc. Mais les noirs jouent leur 61 en a. Les blancs ne peuvent pas répondre en b, sinon Noir jouant en C prendrait 4 pions. Si Blanc prend 61 en jouant en C, alors Noir joue en b, Blanc sauve son pion en rejouant en a, Noir joue en e et Blanc doit jouer en d pour ne pas perdre 15 pions. Finalement, le coup 61 a diminué le territoire de 3 points.

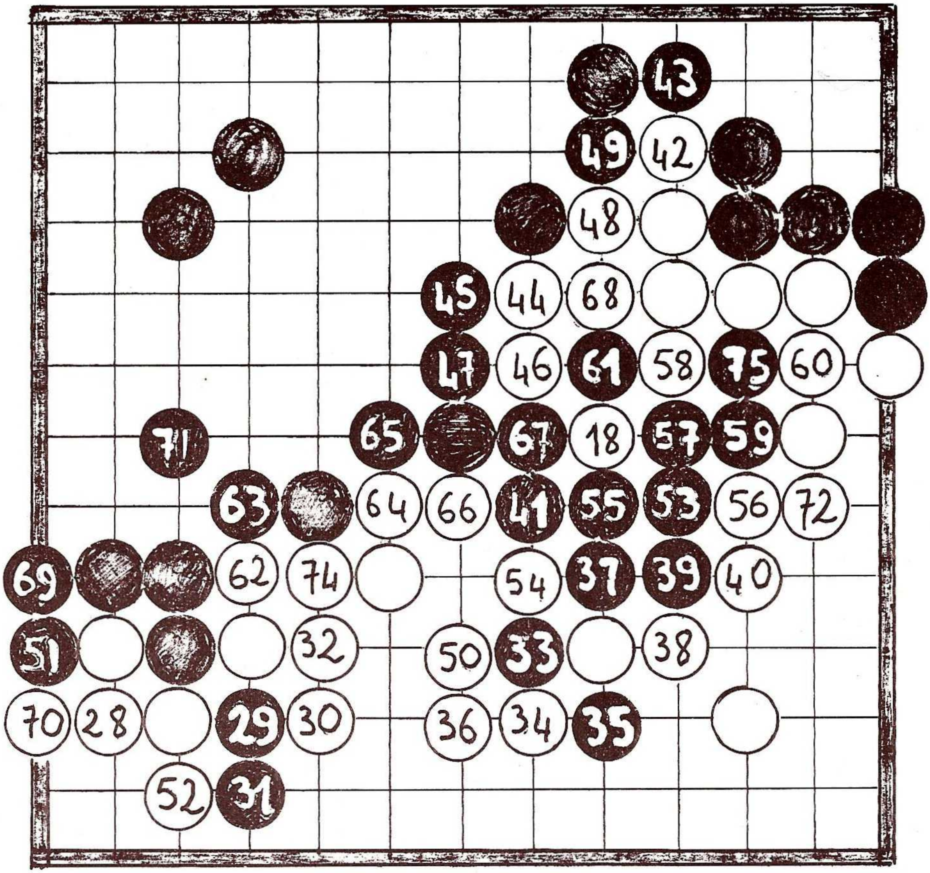


figure 11

73 en 18

R 7 A la fin de la partie, les pions morts sont retirés du terrain et considérés comme prisonniers.

Cette règle importante précise en l'occurrence que les blancs ne sont pas obligés de combler effectivement les libertés des pions morts pour s'en emparer.

Dans certains cas très complexes, des contestations pourraient éclater entre les deux joueurs, au sujet d'un groupe dont la vie (ou la mort) semble douteuse. De telles incongruités n'ont lieu qu'entre des joueurs TRES faibles!

On comprend maintenant à quel moment la partie est terminée. Après le coup 75, les blancs ont un triste choix :

1. Jouer dans leur propre terrain qu'ils vont donc réduire d'un point.
2. Jouer dans le terrain de l'adversaire et lui donner ainsi un prisonnier supplémentaire.

Conclusion : les blancs passent leur tour .... les noirs aussi.

Décompte des points :

	Blancs	Noirs
Territoire	41	58
Prisonniers	4 (les pions) (33,35,29,) (31)	1 *
Total	45	59

Les noirs ont donc gagné de 14 points.

* (le pion 18)

M. D.

NE PAS TREBUCHER SUR LES RACINES !

$$(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$$

$$(n+1)^2 - (2n+1) = n^2$$

retranchons $n(2n+1)$ aux deux membres :

$$(n+1)^2-(n+1)(2n+1) = n^2-n(2n+1)$$

ajoutons : $\frac{1}{4}\times(2n+1)^2$

$$(n+1)^2-(n+1)(2n+1)+ \frac{1}{4}\times(2n+1)^2 = n^2-n(2n+1)+ \frac{1}{4}\times(2n+1)^2$$

$$\left[(n+1)- \frac{1}{2}\times(2n+1)\right]^2 = \left[n-\frac{1}{2}\times(2n+1)\right]^2$$

l'extraction de racine donne :

$$n+1 - \frac{1}{2}\times(2n+1) = n - \frac{1}{2}\times(2n+1)$$

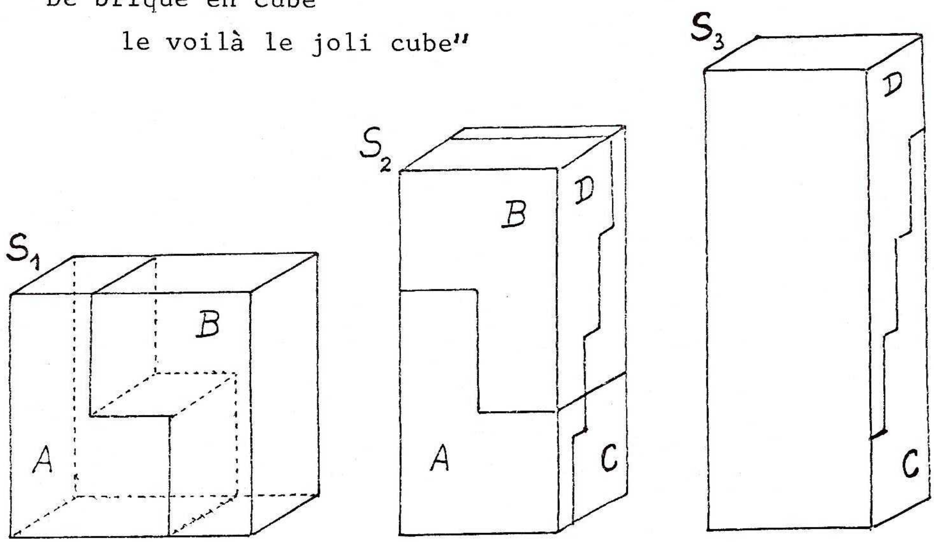
$$n + 1 = n$$

Tous les éléments de $\mathbb{N}$ sont égaux.

D'après "Mathematics and the imagination" de KASNER - NEWMAN

SECTIONS A PALIERS

"De brique en cube
le voilà le joli cube"



On coupe un cube S_1 en deux morceaux A et B par une section dite à un palier.
On forme alors un solide S_2 en juxtaposant A et B autrement.

On coupe S_2 en deux morceaux C et D par une section à trois paliers.

On forme la brique S_3 en juxtaposant C et D.

Une section à un palier a pour effet de multiplier une des arêtes par $\frac{3}{2}$ et une autre par $\frac{2}{3}$.

Une section à trois paliers multiplie une des arêtes par $\frac{5}{4}$ et une autre par $\frac{4}{5}$.

Une section à p paliers multiplie une des arêtes par $\frac{p+2}{p+1}$ et une autre par $\frac{p+1}{p+2}$.

Sauras-tu , par une démarche inverse , passer d'une brique de dimensions: 225 , 96 , 80 (en mm) à un cube d'arête $2^3.3.5$ au moyen de deux sections successives ayant un nombre convenable de paliers ?

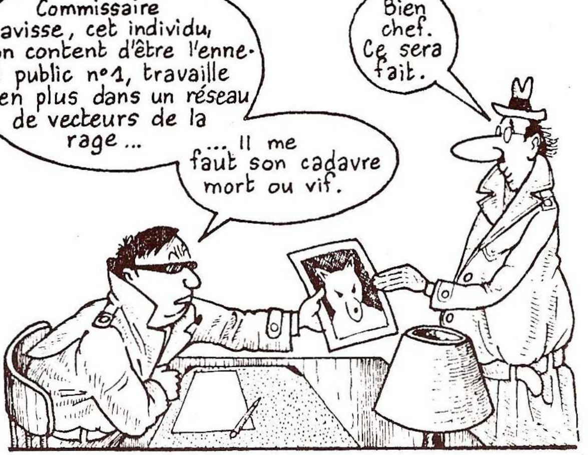
Dessine , en perspective cavalière, le solide $A \cap C$ dans S_2.

A.V

Inspiré par Kordiemsky " Les Sentiers de la Mathématique"

OPÉRATION CALAMITÉ

UNE ENQUÊTE-MARATHON DU COMMISSAIRE LAVISSE



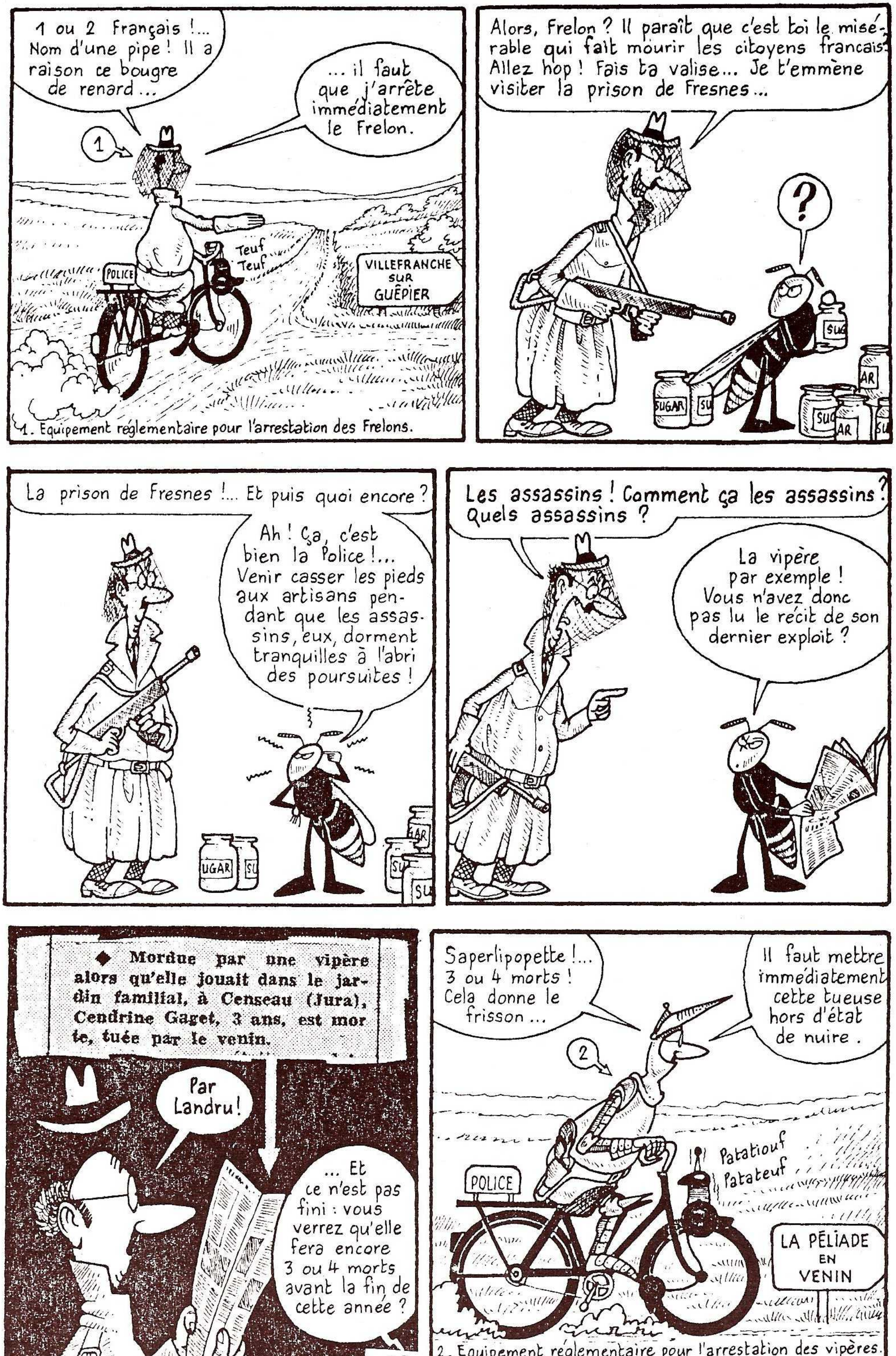
PIQURE MORTELLE

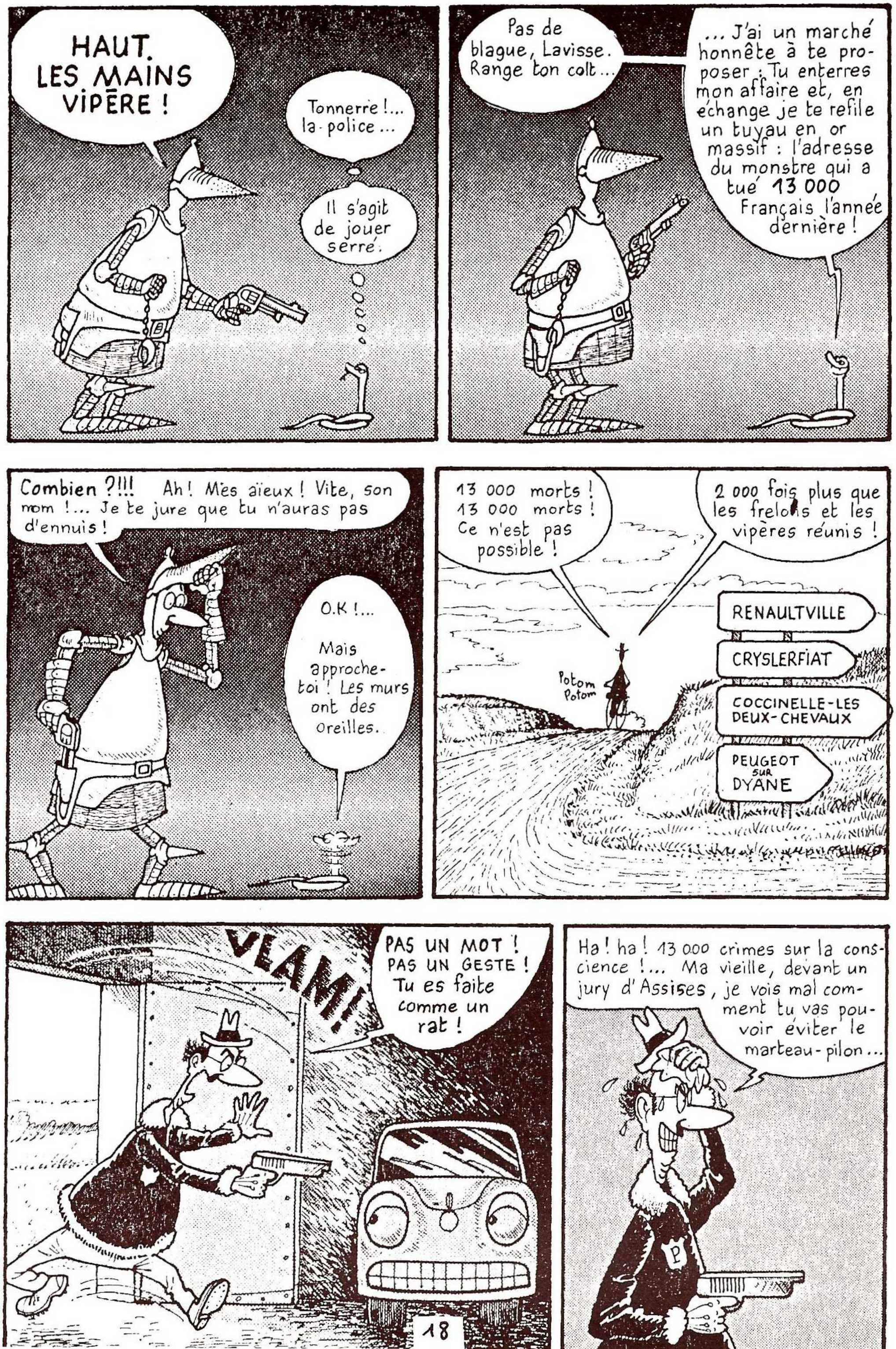
M. Placide Carlier, 51 ans, fabricant de pièces de précision pour une compagnie d'aviation, en rassemblant de la sciure dans son atelier, dérangea un frelon qui le piqua au poignet droit.

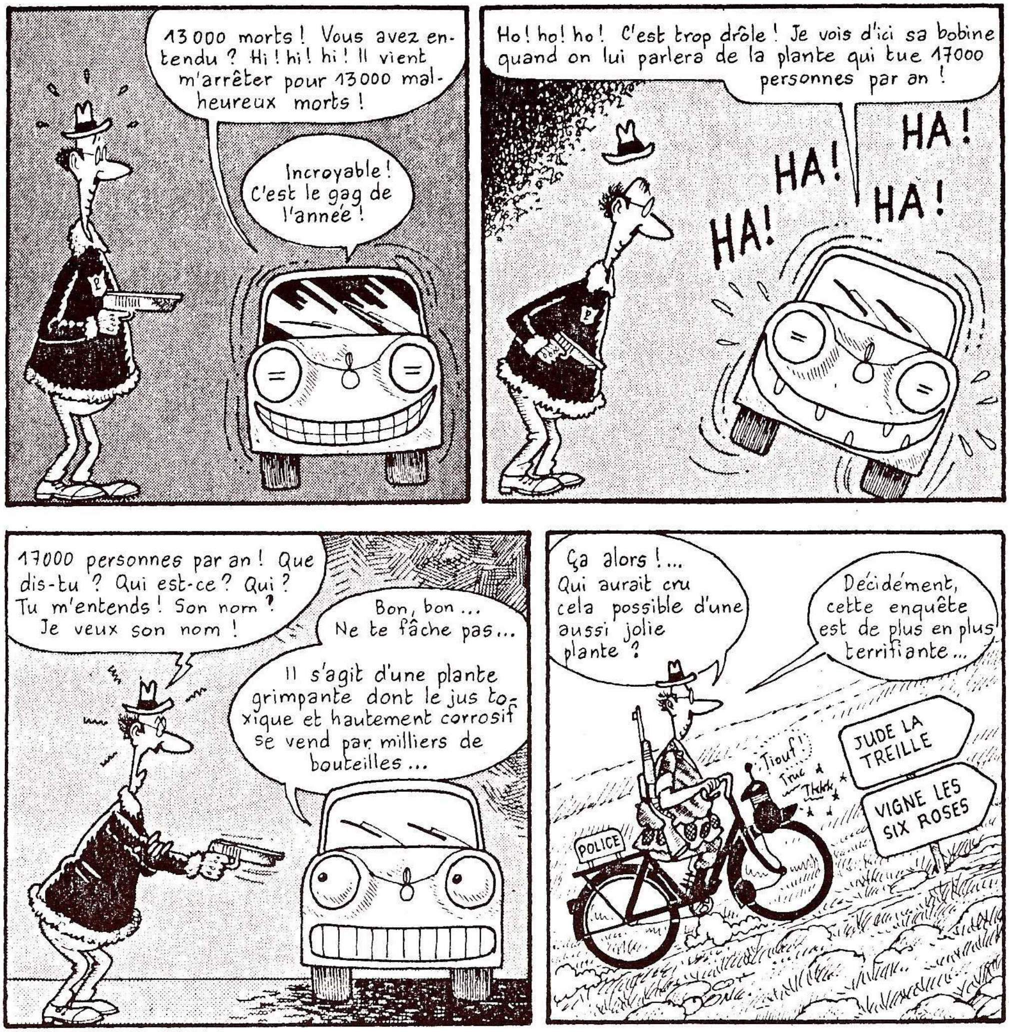
Sur le moment, M. Carlier n'y prêta pas attention, mais quelques minutes plus tard, il tomba sans connaissance.

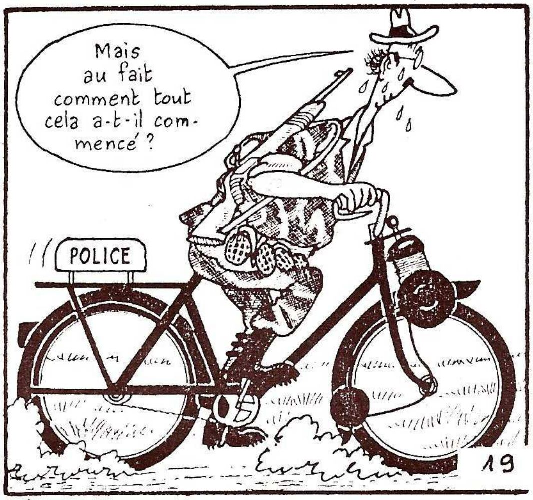
Son épouse prévint un docteur et une ambulance.

L'ambulancier tenta le bouche à bouche mais en vain. Lorsque le médecin arriva à son tour il ne put que constater le décès.


1 ou 2 Français !... Nom d'une pipe ! Il a raison ce bougre de renard...
... il faut que j'arrête immédiatement le Frelon.
1
Teuf Teuf
POLICE
VILLEFRANCHE SUR GUÊPIER
1. Equipement réglementaire pour l'arrestation des Frelons.
Alors, Frelon ? Il paraît que c'est toi le misérable qui fait mourir les citoyens français ? Allez hop ! Fais ta valise... Je t'emmène visiter la prison de Fresnes...
?
SUGAR
La prison de Fresnes !... Et puis quoi encore ?
Ah ! Ça, c'est bien la Police !... Venir casser les pieds aux artisans pendant que les assassins, eux, dorment tranquilles à l'abri des poursuites !
Les assassins ! Comment ça les assassins ? Quels assassins ?
La vipère par exemple ! Vous n'avez donc pas lu le récit de son dernier exploit ?
◆ Mordue par une vipère alors qu'elle jouait dans le jardin familial, à Censeau (Jura), Cendrine Gaget, 3 ans, est morte, tuée par le venin.
Par Landru !
... Et ce n'est pas fini : vous verrez qu'elle fera encore 3 ou 4 morts avant la fin de cette année ?
Saperlipopette !... 3 ou 4 morts ! Cela donne le frisson...
Il faut mettre immédiatement cette tueuse hors d'état de nuire.
2
Patatiouf Patateuf
POLICE
LA PÉLIADE EN VENIN
2. Equipement réglementaire pour l'arrestation des vipères.


HAUT. LES MAINS VIPÈRE !
Tonnerre !... la police ...
Il s'agit de jouer serré.
Pas de blague, Lavisse. Range ton colt...
... J'ai un marché honnête à te proposer : Tu enterres mon affaire et, en échange je te refile un tuyau en or massif : l'adresse du monstre qui a tué 13 000 Français l'année dernière !
Combien ?!!! Ah ! Mes aïeux ! Vite, son nom !... Je te jure que tu n'auras pas d'ennuis !
O.K !... Mais approche-toi ! Les murs ont des oreilles.
13 000 morts ! 13 000 morts ! Ce n'est pas possible !
2 000 fois plus que les frelons et les vipères réunis !
Potom Potom
RENAULTVILLE
CRYSLERFIAT
COCCINELLE-LES DEUX-CHEVAUX
PEUGEOT SUR DYANE
VLAM !
PAS UN MOT ! PAS UN GESTE ! Tu es faite comme un rat !
Ha ! ha ! 13 000 crimes sur la conscience !... Ma vieille, devant un jury d'Assises, je vois mal comment tu vas pouvoir éviter le marteau-pilon...
P





C'était un extrait du n° 33-34 de La Hulotte des Ardennes. La Hulotte a changé d'adresse (La Berlière, 08240 Buzancy), mais son tarif d'abonnement est toujours de 27F par an et son CCP 1010.64C Châlons.

L'ECHIQUIER INFINI...

PA 17-18 proposait ainsi ce problème :

On se propose de numéroter les cases de la manière suivante :

En (0 ; 0) j'écris 0 .

Pour toute autre case j'écris le plus petit entier naturel possible : il ne doit pas être écrit à sa gauche dans la ligne ni en dessous dans la colonne (voir exemples).

Quel est le nombre écrit en (1000 ; 100) ?

Un bon conseil : s'il y a longtemps que tu as cherché ce problème, prends une feuille quadrillée et commence à remplir l'échiquier jusqu'à ce qu' .... un certain nombre "d'évidences" t'apparaissent.

Tu auras ainsi découvert, ou redécouvert, que :

* les cases (1,0) et (0,1) contiennent forcément 1. Et que 0 est à nouveau disponible pour (1,1). D'où la figure 1.

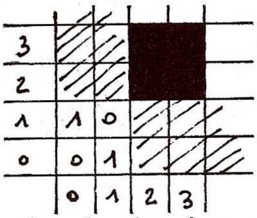


fig 1

* les bandes hachurées ne contiendront pas 0 et 1 : 2 et 3 doivent donc être affectés aux cases (2,0) (2,1) et à leurs symétriques (0,2) (1,2) ;
- 2 et 3 sont encore disponibles dans la colonne 3 à condition de les placer dans l'ordre décroissant ;

3	3	2		0			
2	2	3	0	1			
1	1	0	3	2	5	4	
0	0	1	2	3	4	5	
	0	1	2	3	4	5	6

* le carré noir étant extérieur aux bandes il redevient possible - et nécessaire - d'y utiliser 0 et 1 et la règle du jeu va imposer la reproduction du premier carré $\boxed{2 \times 2}$ rempli.

* on a alors rempli un carré $\boxed{4 \times 4}$ avec les seuls naturels 0,1,2,3 qui sont sur ses bords.
* ce carré, A, est l'intersection de 2 bandes dans lesquelles 0,1,2,3 sont désormais interdits (figure 2).

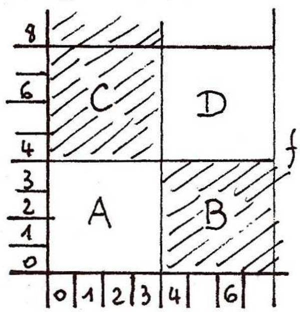


fig2

* pour remplir les carrés $\boxed{4 \times 4}$ B et C le plus petit naturel utilisable est 4 ; à ceci près la situation est la même qu'au début du jeu : il suffit donc d'ajouter 4 à chaque élément de A (à la translation géométrique correspond la "translation numérique" "ajouter 4" qui conserve les relations d'ordre imposées par la règle du jeu).
* et D ? C'est A !

* Ecrivons hardiment :

$$B = C = A + 4 \qquad D = A$$

* on a alors rempli un carré $\boxed{8 \times 8}$ avec les seuls entiers qui sont sur ses bords.

..... Tu piaffes et tu vas protester si je recommence la chanson ? Bon ! Alors un effort vers les sommets d'où l'on voit les grandes lignes du paysage !

Je sens le besoin d'appeler "carrés complets" le carré 2 x 2 (fig. 1), le carré A (fig. 2), le carré 8 x 8 (fig. 2), bref tout carré de dimension 2^n contenant la case (0,0). L'analyse ci-dessus nous autorise à affirmer :

le carré complet de dimension 2^n :

* est partagé en quatre carrés A,B,C,D tels que

A carré complet de dimension 2^{n-1}

$B = C = A + 2^{n-1}$

$D = A$

* a ses cases codées (x,y) avec

$x < 2^n \qquad y < 2^n$.

Et maintenant à la pêche ! (j'écris sur le port de Toulon)

Notons f (1000; 100) l'entier écrit dans la case (1000; 100).

- Quel est le plus petit carré complet qui contient cette case ?
- Le carré de dimension 2^{10} puisque $2^9 \leqslant 1000 < 2^{10} = 1024$
- Cette case est-elle dans B, dans C ou dans D ?
- Dans B puisque :

$$x = 1000 \geqslant 2^9 \quad \text{et} \quad y = 100 < 2^9 = 512$$

- Alors ?
- Alors j'utilise "$B = A + 2^9$ " et je dis :

$$\begin{aligned} f(1000 \ ; \ 100) &= 2^9 + f(1000 - 2^9 \ ; \ 100) \\ &= 2^9 + f(488 \ ; \ 100) \qquad (1) \end{aligned}$$

* Continuons !

$2^8 \leqslant 488 < 2^9$
$100 < 2^8 = 256$ $\qquad f(488 \ ; \ 100) = 2^8 + f(232;100) \qquad (2)$

$2^7 \leqslant 232 < 2^9$
$100 < 2^7 = 128$ $\qquad f(232 \ ; \ 100) = 2^7 + f(104;100) \qquad (3)$

$2^6 \leqslant 104 < 2^7$
$2^6 \leqslant 100 < 2^7$ carré D $\qquad f(104 \ ; \ 100) = f(104-64 \ ; \ 100-64) = f(40 \ ; \ 36) \qquad (4)$

$2^5 \leqslant 40 < 2^6 = 64$
$2^5 \leqslant 36 < 2^6$ $\qquad f(40 \ ; \ 36) = f(8 \ ; \ 4) \qquad (5)$

$2^3 \leqslant 8 < 2^4 = 16$
$4 < 2^3$ $\qquad f(8 \ ; \ 4) = 2^3 + f(0 \ ; \ 4) = 2^3 + f(4 \ ; \ 0) \qquad (6)$

$2^2 \leq 4 < 2^3$ $\qquad$ $f(4 ; 0) = 2^2 + f(0 ; 0)$

$0 < 2^2$ $\qquad$ $= 2^2$ $\qquad$ (7)

$$\boxed{\begin{aligned} f(1000;100) &= 2^9 + 2^8 + 2^7 + 2^3 + 2^2 \\ &= 512 + 256 + 128 + 8 + 4 = 908 \end{aligned}}$$

- Tout ça sent fortement le binaire !

- Oui, 2^9 c'est "la plus forte" unité binaire de 1000 !

- Si nous écrivons 1000 et 100 en binaire ?

- $\overline{1000}^{10}$ = I III IOI OOO

$\overline{100}^{10}$ = I IOO IOO

- ....

- C'est lumineux ! "2^9 " - le premier I - je le prends parce qu'il n'est pas dans 100 donc on est dans le carré B !

Il faut passer dans A, donc retrancher 512 à 100, donc barrer le premier I et on regarde 100 : même situation ! 2^8 on le prend, 2^7 aussi ! Ici ça change: deux "I" ça veut dire qu'on est dans D donc on passe dans A sans rien "retenir". Donc "I" et "I" égale "O" !

- ça y est : voilà la loi de composition interne de ces "carrés" complets ! On écrit en binaire et on fait :

$0 + 0 = 0 \qquad 1 + 0 = 0 + 1 = 1$

$1 + 1 = 0$

- c'est l'addition modulo 2 chiffre par chiffre ! Et voilà "l'associativité" prouvée ! On a bien des groupes ! (Comme me l'a soufflé une jeune Archimédienne de 4e qui se demandait comment prouver l'associativité).

Un Archimédien qui voulait aussi voir des groupes (je me demande encore pourquoi ???) m'a soufflé "est-ce que ces carrés ne seraient pas les groupes des espaces vectoriels sur $\mathbb{Z}/2$? " Eh oui ! les grands verront que nos groupes sont isomorphes à :

$$\mathbb{Z}/2 \ , \ (\mathbb{Z}/2)^2 \ , \ (\mathbb{Z}/2)^3 \ldots$$

Mais pour revenir à f(x,y) concluons - pour ceux qui aiment les formules :

$$f(x,y) = \sum | U_n - U'_n |$$

où U_n et U'_n sont les unités binaires d'ordre n de x et y.

M. MOTTE

Voir aussi Courrier des Lecteurs lettre L89 page 44.

CYLINDRES APLATIS

En collant l'un sur l'autre deux bords opposés d'une feuille rectangulaire, sans la tordre, on obtient une surface cylindrique, appelée ici cylindre. Le bord d'une règle reste en contact avec le cylindre suivant des "droites" appelées génératrices.

Peut-on appliquer un cylindre sur un plan sans en déchirer la surface ?

L'écrasement du cylindre entre des plans parallèles aux génératrices donne des solutions banales.

L'écrasement du cylindre entre des plans perpendiculaires aux génératrices est-il possible sans déchirure ?

Alexandre le Grand qui savait (voir le Larousse) trancher des questions difficiles (noeud gordien) en peu de temps, se serait assis sur un cylindre comme la collerette de papier de la figure 2.

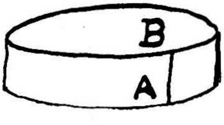


fig 2

Plus près de nous, la mode vers 1890 proposait le port du chapeau-claque que des ressorts cachés faisaient en un éclair passer de la forme normale à la forme plate, ou inversement.

L'accordéon, le lampion, le soufflet entre deux wagons SNCF ne réalisent pas vraiment l'aplatissement du cylindre. Par contre, le soufflet de l'appareil photo 1880-1940 suggère une solution.

Préparons une bande de papier rectangulaire étroite sur

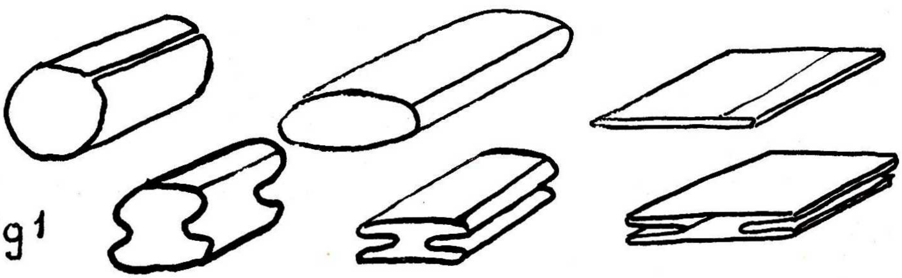


fig 1

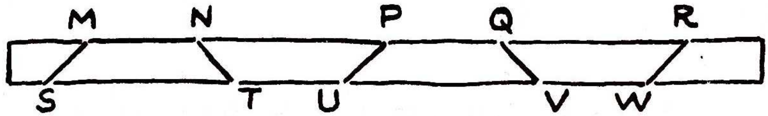
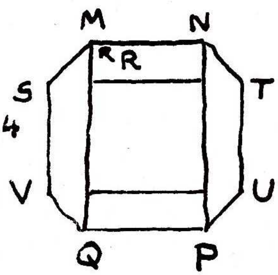


fig 3

laquelle on a dessiné 4 trapèzes isocèles superposables ayant des angles aigüs de 45°. (fig 3)

En marquant les plis MS, NT, PU, tous du même côté, on peut coller l'un sur l'autre les trapèzes rectangles des bouts comme l'indique la couronne carrée de la fig. 4.

fig 4



Les proportions indiquées : MN = 3 ; ST = 5 ; largeur 1 permettent une construction effective si l'unité n'est pas trop petite : 2 ou 3 cm par exemple.

On prépare plusieurs de ces couronnes. Deux suffiront à faire comprendre.

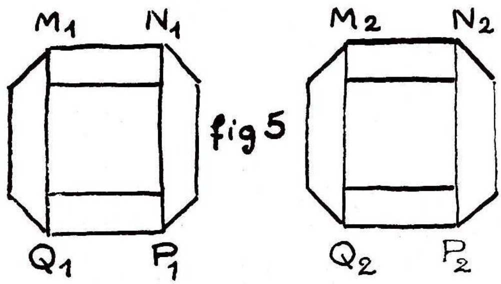


fig 5

On accole M_1Q_1 et N_2P_2

N_1P_1 et M_2Q_2

puis M_1N_1 et N_2M_2

P_1Q_1 et Q_2P_2

il a fallu, bien sûr, retourner une de ces couronnes.

De Toulon nous arrive une solution plus facile à réaliser: On prend un rectangle de bristol (fig. 6).
On marque les plis en demi-profondeur avec une lame de rasoir sur le côté qui deviendra l'extérieur du pli (les plis intérieurs sont marqués i).

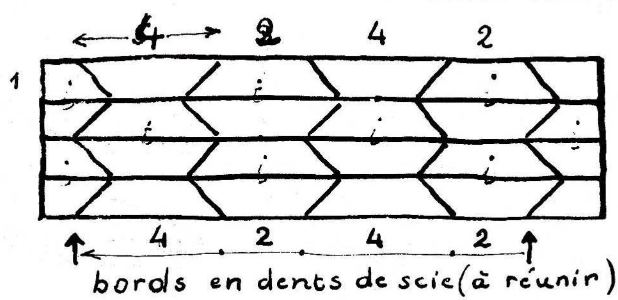
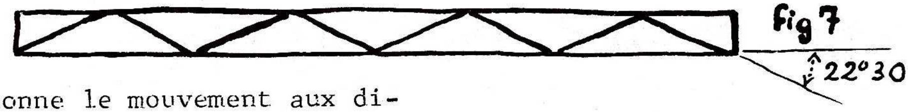
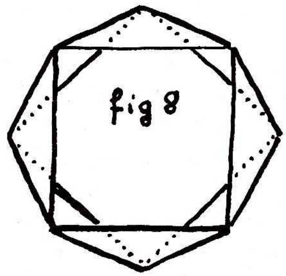


fig 6



On donne le mouvement aux divers plis par des pincements légers.
On réunit les trapèzes rectangles des bouts, de manière à ce que les dents de scie se correspondent. En accentuant les pincements préparés, le cylindre va s'aplatir. Si la lame de rasoir est discrète, on obtient un bon résultat.



Il y a d'autres découpages possibles des bandes étroites ou des rectangles (figures 7 et 8 par exemple).

D'après E. EHRHART

FAISONS CONNAITRE PA

Veuillez m'adresser.....dépliants publicitaires à l'adresse suivante.

NOM *Prénom*

Adresse d'expédition

Code postal *Ville*

Bureau distributeur

Date *Signature*

A renvoyer à ADCS-Publicité, CES Sagebien, 80000 Amiens

VOYEZ P.47 UN AUTRE MOYEN DE FAIRE CONNAÎTRE PA

LE TEMPS QUI PASSE

LE CALENDRIER PERPETUEL DU PETIT ARCHIMEDE

Vous commencez sans doute à connaître notre Calendrier Perpétuel, publié dans le PA 21-22, et édité aussi en carte postale bicolore. Plusieurs lecteurs se sont plaints de difficultés d'utilisation. Le mode d'emploi porté sur la carte était fatalement limité par la place disponible. Reparlons-en donc.

Une date, par exemple le 14 juillet 1789, se compose pour nous de 4 éléments : le début du millésime (17), la fin du millésime (89), le mois (juillet), le jour (14). Vous remarquez que, sur le tableau, le début du millésime est indiqué à gauche, la fin du millésime en haut, le mois à droite, et le jour en bas à droite.

La partie "début-du-millésime" se subdivise en deux : julien, grégorien. Qu'est-ce à dire ? Tout simplement ceci : depuis l'an 45 avant notre ère, était en usage un calendrier édicté par Jules César, et nommé "julien" en souvenir de lui. Ce remarquable calendrier présentait néanmoins une petite imperfection, ce qui a amené en 1582 une réforme du calendrier appelée "réforme grégorienne" parce qu'adoptée par le pape Grégoire XIII : à cette époque, c'étaient les papes qui décidaient de ces choses. Cette réforme est entrée en vigueur à des dates différentes dans les divers pays : c'est pourquoi, dans notre calendrier perpétuel, les débuts-de-millésime 16 à 20 figurent une fois en Julien et une fois en Grégorien.

Nous reviendrons plus longuement sur cette question dans un prochain PA. Il nous suffit pour l'instant de savoir que, pour ce qui concerne notre pays, toutes les dates jusqu'au 9 décembre 1582 sont en Julien, toutes les dates à partir du 20 décembre 1582 sont en Grégorien, et toutes les dates situées entre ces deux-là n'ont jamais existé, car la réforme grégorienne s'est accompagnée de la suppression de dix jours.

Revenons au 14 juillet 1789. Au croisement entre la ligne du début-de-millésime 17 (Grégorien) et de la fin-du-millésime 89, on trouve la lettre D. C'est ce qu'on appelle la "lettre dominicale" de l'année 1789. Dans la partie "mois" , à droite, les noms des mois figurent, en abrégé, dans l'ordre, de haut en bas. Juillet s'y écrit Jt. Sur la ligne de Jt, je cherche la lettre dominicale de 1789, la lettre D. Elle arrive en avant-dernière position. Fixons la colonne de cette lettre : c'est l'avant-dernière colonne. Cherchons maintenant le numéro du jour cherché (14) dans la partie "jour" , en bas à droite. Il figure sur la dernière ligne. L'intersection de cette ligne et de la colonne que nous venons de trouver donne "Ma" : Mardi. Le 14 juillet 1789 fut un mardi.

Voilà pour une année normale une année de 365 jours. Voyons maintenant un autre exemple : le 21 février 1944. Sur le calendrier perpétuel, on reconnaît que 1944 est bissextile à ce que sa fin-de-millésime (44) est en italique (en rouge sur la carte postale). La lettre correspondant à 1944 est A. Il faut chercher cette lettre dans la ligne de Février. Mais on trouve deux fois Février dans la partie "Mois" . Une fois avec l'abréviation "Fb" , en italique. C'est bien sûr celle-ci qui est valable pour les années bissextiles. On cherche donc la lettre A dans la ligne de "Fb" : c'est la cinquième de la ligne. On repère sa colonne, et l'intersection de cette colonne avec le jour 21 nous donne : L. Le 21 février 1944 était un lundi.

Tout cela est difficile à expliquer par écrit, mais assez facile à exécuter soi-même : essayez donc et écrivez-nous. De toutes façons, ce Calendrier Perpétuel est susceptible de plusieurs utilisations, que vous développerons dans les prochains numéros.

R. C.

3,14159265358979323846264338327950288419716939 9...

...ça vous dit quelque chose ?

Regardez donc à la page 43.

Echecs

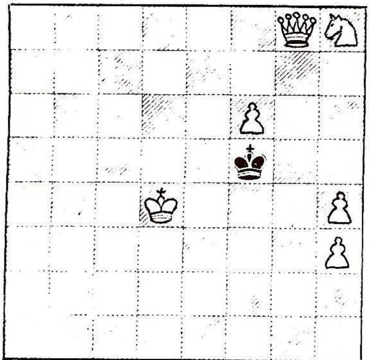
(13)

LES PROBLEMES AUX ECHECS

- Le problème d'échecs est une position dans laquelle les blancs jouent les premiers et peuvent annoncer le mat en un nombre de coups annoncé.
- Dans tous les diagrammes présentés les blancs sont en bas et jouent vers le haut (c'est important pour la marche des pions).
- Le premier coup des blancs est appelé clé. Dans un problème correct ce coup est unique : lui seul conduit au mat dans le nombre de coups indiqué, je dis bien au mat et non au gain de la partie. Si les noirs ont la possibilité de retarder ne serait-ce que d'un coup le mat, le problème est démoli ou bien peut-être est-il raisonnable de penser que vous n'avez pas trouvé la clé.
- La solution des problèmes en 2 coups proposés commence donc par l'indication de la clé : premier coup des blancs. Deux cas peuvent alors se présenter : ou bien ce coup crée une menace de mat au coup suivant (dans l'hypothèse où les noirs joueraient un coup indifférent) ou bien ce coup ne crée aucune menace et on a un problème blocus. La solution doit comporter l'indication de la menace ou encore "blocus".
- La clé ainsi trouvée, il faut noter les variantes, c'est-à-dire tous les coups noirs qui parent la menace suivis des coups blancs matants puisque le mat doit toujours avoir lieu au 2° coup blanc dans un problème en 2 coups. Dans le cas d'un blocus, il faut noter tous les coups noirs possibles suivis des coups blancs matants.
- La notation des coups se fait en "algébrique". Les pièces sont désignées par leur initiale majuscule : Roi : R , Dame : D , tour : T , fou : F , cavalier : C , pour le pion on ne met rien. Ces initiales sont suivies du repère de la case d'arrivée définie par un couple de :
$\{a,b,ç,d,è,f,g,h,\} \times \{1,2,3,4,5,6,7,8,\}$, les lettres étant placées horizontalement, les chiffres verticalement de bas en haut. Ainsi au début d'une par-

tie (les blancs sont toujours en bas , je le répète), le roi blanc est en è1, les 2 tours blanches en a1 et a8 , la dame noire est en d8 , les cavaliers noirs en b8 et g8 , etc...

- Pour vous aider je vous donne la solution complète du problème de Neukomm.



Neukomm
les blancs font mat en deux coups.

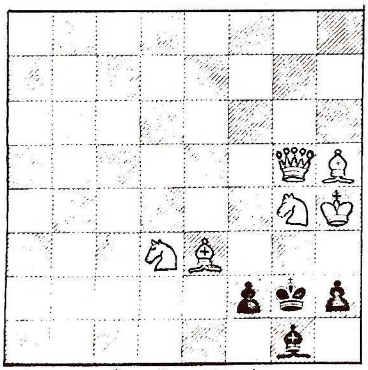
Clé : 1. Da2 blocus.
Ce qui signifie que la Dame blanche va à la case a2. L'indication blocus signifiant que les blancs sont incapables de faire mat si les noirs ne jouent pas, mais les noirs sont obligés de jouer et ils ont deux coups à leur disposition :
Si 1 .... Rf4 2. Df2 mat
Cette ligne se lit : si les noirs jouent leur roi en f4 , les blancs au 2° coup mettent leur dame en f2 et font mat.

De même :
Si 1 .... Rxf6 2. Df7 mat
se lit : si les noirs jouent : roi prend pion f6, les blancs au 2° coup mettent leur dame en f7 et font mat.

Vous avez noté que le signe x signifie prend.

Après la clé ces 2 coups du roi noir sont les seuls à sa disposition, ils forment - avec les coups blancs matants - les 2 variantes de ce joli problème.

Je vous propose deux jolies compositions avec peu de pièces ce qui facilite bien sûr la recherche de la clé. Les 2 problèmes portent l'indication Good companions 1920 dont je vous parlerai dans une prochaine chronique.

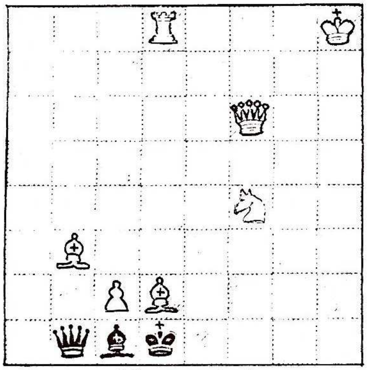


n° 24 Charles Watney
Good Companion 1920
les blancs font mat en 2 coups

Dans le n° 24 de Watney la clé est fournie par un très petit mouvement d'une pièce mineure qui vient renforcer la concentration blanche. Les variantes principales sont fournies par les pions noirs qui arrivant à la première rangée peuvent se promouvoir en pièce de leur choix. Je profite de

l'occasion pour signaler que dans les problèmes seules les promotions en dame et cavalier sont en général differenciées.
Dans le n° 25 de White, la clé est fournie par la dame qui d'une grande enjambée va se cacher dans un angle.

Bonne recherche donc.
Petit Philidor.



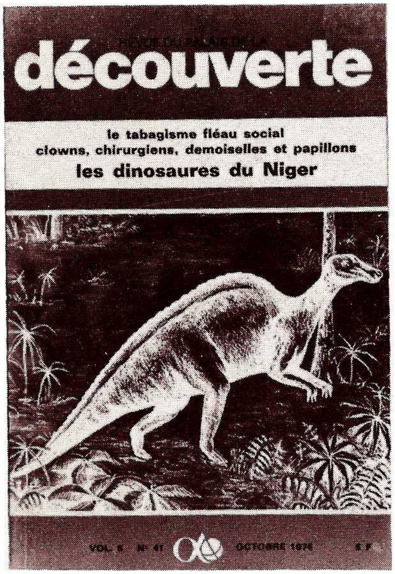
n° 25 Alan White
Good Companion 1920
Les blancs font mat en deux coups.

UN PROBLEME DE FIN D'ANNEE :
LES HUIT TOURS ...

251	230	262	359	498	205	181	257
372	351	383	480	619	326	302	378
132	111	143	240	379	86	62	138
211	190	222	319	458	165	141	217
124	103	135	232	371	78	54	130
260	239	271	368	507	214	190	266
139	118	150	247	386	93	69	145
253	232	264	361	500	207	183	259

"Placer huit tours de façon qu'aucune d'elles ne soit en prise.
"Additionner les nombres portés sur les huit cases ainsi définies.

Bonne Année.



ABONNEZ-VOUS

à la revue du palais

de la découverte

dans chaque numéro vous trouverez :

- **un panorama sur l'actualité scientifique,** chronique de Fernand LOT,
- le texte intégral d'une des **conférences du samedi,**
- le commentaire des **expositions temporaires** qui permet de bénéficier pleinement des expositions,
- des rubriques sur les **expériences** présentées dans les salles, sur l'activité des **clubs de jeunes,**
- des **nouvelles** des musées,
- des **récréations scientifiques,**
- le programme détaillé de **toutes les activités du Palais de la Découverte.**

Les abonnements souscrits avant le 10 du mois comprendront le numéro de ce mois ; les abonnements souscrits après le 10 du mois seront servis à dater du mois suivant.

Tarif pour une année (10 numéros mensuels plus 1 ou 2 numéros spéciaux) 45 F (Etranger 65 F) Abonnement de soutien 90 F.

Règlement par chèque bancaire ou postal à l'ordre du :
PALAIS DE LA DECOUVERTE, C.C.P. 906548 PARIS - avenue Franklin. D. Roosevelt, 75008 PARIS.

PRIX SCIENTIFIQUE PHILIPS POUR LES JEUNES

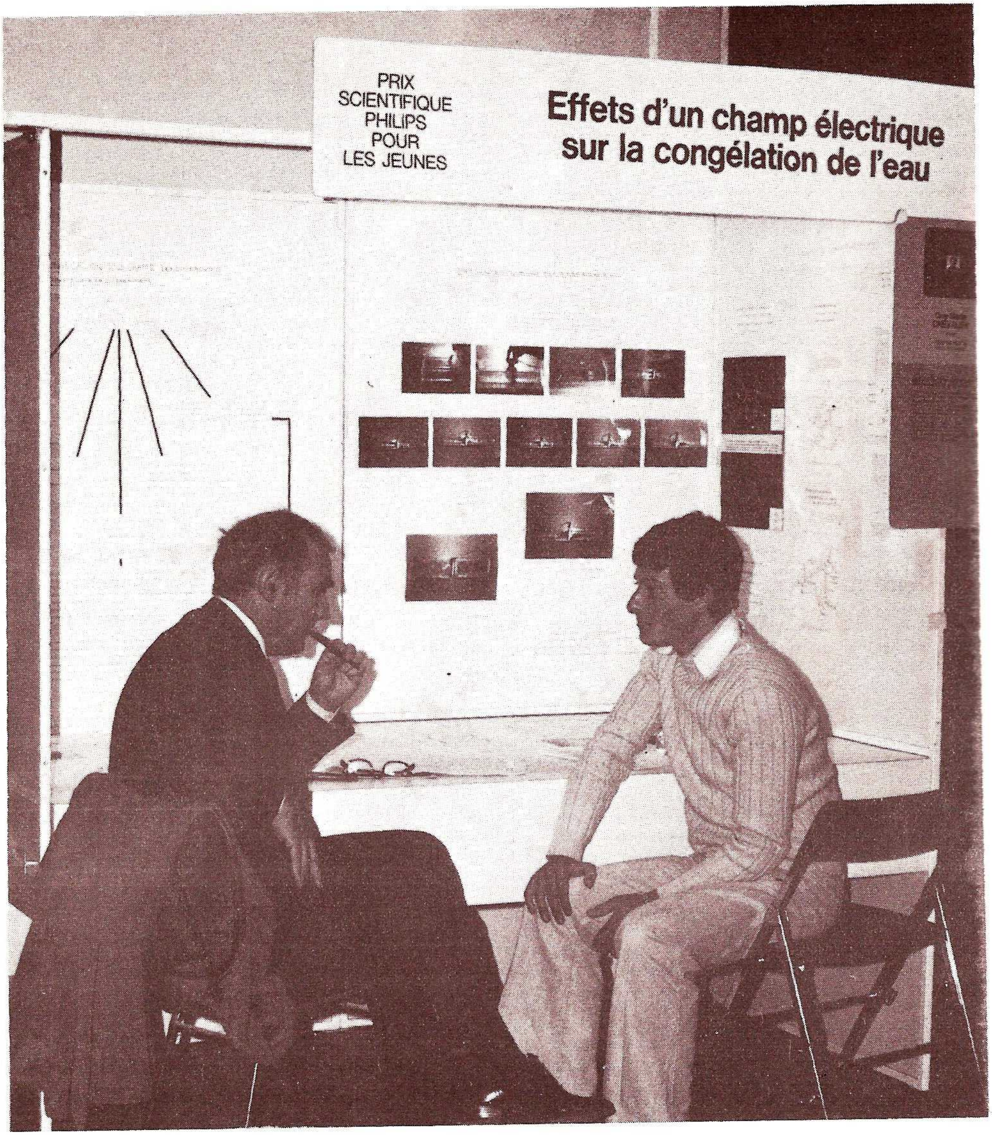
Les dotations du Prix Philips, sous forme de chèques s'étageant de 4000 à 6000F, ont été remises fin octobre au Palais de la Découverte. Elles ont couronné des jeunes de moins de 21 ans qui s'étaient livrés à des études répondant à trois exigences :
Avoir au départ une idée originale, ou tout au moins éclairer un phénomène d'un jour nouveau.
- Développer cette idée avec méthode et rigueur,en en apportant la preuve ou la justification.
- Ne pas laisser son sujet en route, mais en faire le tour jusqu'à conclure.

Ce sont des exigences auxquelles avaient répondu Hubert DUPRAT, 19 ans, Yves LECARPENTIER, 20 ans, et Bertrand TURGAL, 17 ans, d'abord en sauvant de la disparition des fragments de poteries gallo-romaines au cours de la démolition d'un ancien carmel près d'Agen. Et puis en étudiant, à partir des ateliers d'origine de ces matériaux, du sceau de leur facteur et de la répartition des découvertes analogues précédentes, la diffusion des courants commerciaux du premier siècle de notre ère dans les Gaules et sur les rives méridionales du bassin méditerranéen.

Un prix est aussi allé récompenser 3 ans de chasses, de collection, d'observation et de réflexion sur les papillons menées par Josquin et Tristan LAFRANCHIS, 14 et 16 ans, de Versailles. Ne se contentant pas de remplir une trentaine de boîtes de lépidoptères très méticuleusement analysés, Josquin et Tristan se sont livrés à une étude des effets de l'altitude sur la répartition des espèces qui les a entraînés dans bien des longues courses en montagne.

Une équipe encore, celle d'Etienne FABRE et François BALSALOBRE, 16 ans tous deux, a proposé une nouvelle méthode de résolution d'équations du $n$ième degré.

A titre individuel, pour sa part, Guy CHEVALIER, 16 ans, s'est fait remarquer par une étude sur les "effets d'un champ électrique sur la congélation de l'eau". S'attaquant au corps le plus répandu et le plus commun, mais aussi le plus complexe et le plus chargé d'énigmes, Guy a proposé un programme d'étude informatisé de la molécule dont le jury ne s'est pas montré certain qu'il existât un ordinateur assez puissant pour le contenir. Mais on a bon espoir qu'il poursuivra sur sa lancée.



Pendant dix jours, les travaux des lauréats ont été exposés dans une salle du Palais de la Découverte. Ici, Guy Chevalier s'entretient avec M. Hubert Curien, Président du C.N.E.S., membre du jury.

Ceux qui s'intéressent au Prix Philips obtiendront tous renseignements en s'adressant 50 avenue Montaigne, 75008 Paris.

E.F.

PA A VU... LU... ENTENDU

LE MUSEE DU PHONOGRAPHE ET DE LA MUSIQUE MECANIQUE DE SAINTE MAXIME (VAR)

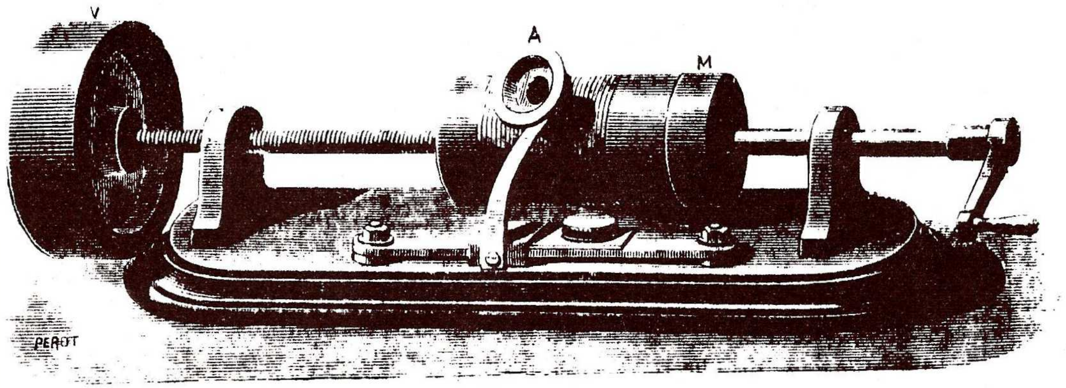
"Comme les traits dans les camées,
J'ai voulu que les voix aimées
Soient un bien qu'on garde à jamais".

L'auteur de ces vers a présenté à l'Académie des Sciences en 1878, une note intitulée "Procédé d'enregistrement et de reproduction des phénomènes perçus par l'ouîe." Il s'appelait Charles CROS. Vous connaissez peut-être un poème de lui, intitulé "Le hareng saur". C'était un poète, un artiste et un scientifique. Il est le véritable inventeur du phonographe, mais sa pauvreté ne lui à pas permis de prendre un brevet. L'Américain Thomas EDISON a pu le faire, lui, ce qui le fait considérer comme l'inventeur officiel de la "machine parlante". Mais, sans rien retirer à EDISON de son mérite, n'oublions pas les précurseurs surtout quand ils sont de chez nous.

C'est la première chose que j'ai apprise à ce Musée, situé en pleine nature, sur la route qui va de Sainte-Maxime au Muy. La première, mais pas la seule.

Le phonographe d'Edison est représenté sur la figure. La bague métallique A porte une membrane qui vibre lorsque l'on parle devant. Elle transmet ces vibrations à un stylet fixé en son centre, qui laisse dans le cylindre M des traces plus ou moins profondes en fonction des variations du son émis. Il fallait y penser ! Les inconvénients de ce génial bricolage sont multiples. Tout d'abord, il faut faire tourner le cylindre à la main pendant que l'on parle. Il faut que ce mouvement soit très régulier, comme devra être régulier le mouvement que l'on produira lorsque l'on repassera le disque (pardon, le cylindre) pour écouter l'enregistrement.

Ensuite, au début, on ne sait pas reproduire ces cylindres. Si un chanteur veut vendre dix enregistrements d'une chanson, il doit l'interpréter dix fois.



Voyez ce que ça donnerait avec le "tube de l'été", si ce tube prenait la forme d'un tel cylindre !

Evidemment, d'autres habiles hommes sont venus pour résoudre un à un ces problèmes. Ce n'est pas un des moindres enseignements de ce Musée, que de nous montrer le développement de la création humaine, par tâtonnements, par bonds successifs, d'une ébauche originelle à un produit parfait... parfait, jusqu'au progrès suivant.

Phonographes à pavillon, en meubles décorés ou portatifs, boîtes à musique, automates, limonaires ancêtres de nos "juke-boxes", on n'en finirait pas de décrire l'extraordinaire collection contenue dans ce Musée. Et le plus important, c'est que, lorsque vous le visitez, on vous fait fonctionner tout cela.

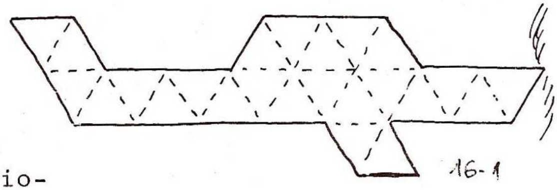
Si vous passez par là, arrêtez-vous, vous ne le regretterez pas. Si vous n'y passez pas et que vous vous intéressiez à ces questions, vous pouvez commander les publications du Musée revue ou catalogue, à l'adresse:

Musée du Phonographe et de
la Musique Mécanique
Parc Saint-Donat
Route du Muy
83120 SAINTE MAXIME

R. C.

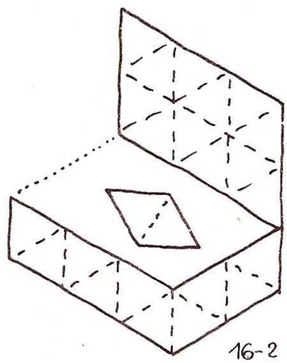
Le Trioker

et Jeux Dérivés

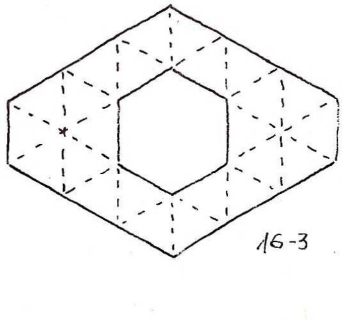


16-1

D'abord, quelques puzzles pour les fidèles du "Vrai Trioker" (déjà décrit dans PA 11 et rappelé dans PA 31-32). La silhouette de la figure 16-1 est un Avion de Tourisme assez facile bien que vos 24 pièces soient nécessaires ; à mon avis c'est quand même un avion-école.. De même, la silhouette de la figure 16-2 est une fantaisie facile "Le diamant dans son écrin" où on tolère que toutes les pièces ne soient pas complètement juxtaposées. Nous passons aux puzzles sérieux avec le "Miroir" de la figure 16-3 : il s'agit de juxtaposer correctement vos 24 pièces comme indiqué, en respectant le trou central hexagonal. Je vous préviens que c'est un puzzle difficile, comme presque tous les puzzles "troués". Pourquoi au fait ? Je vous invite à réfléchir sur cette question, et à m'écrire vos remarques. Et je rappelle que je suis toujours amateur de puzzles en Trioker réalisés par vous-mêmes : voyez notre courrier....



16-2



16-3

Et maintenant, on va diversifier le Trioker. Rappelez-vous sa définition : des pièces toutes identiques comme forme, permettant de paver le plan ; toutes différentes les unes des autres par la répartition de N valeurs sur leurs sommets. Avec le triangle équilatéral comme forme, et avec N = 4 valeurs possibles, vous avez les 24 pièces de votre Trioker.

Et si on choisit comme forme l'hexagone régulier ? Toutes les pièces auront même forme et mêmes dimensions, pour paver le plan. Mais comme il y a 6 sommets pour chaque pièce, on va se limiter à N = 2 pour les valeurs possibles sur chaque sommet.

Comme "valeurs", je vous propose tout bêtement les symboles "0" et "1". Chaque pièce sera représentée par un nom de 6 chiffres, depuis 000 000 jusqu'à 111 111 .

Les petits futés, qui veulent aller trop vite, se disent déjà qu'on est en plein "binaire" et qu'il y aura 64 pièces différentes... Les petits futés ont tort : il est bien entendu que les pièces doivent être différentes les unes des autres. Avec les symétries de l'hexagone régulier, la pièce 000001, la pièce 000010, la pièce 000100, etc. sont .... la même pièce en train de tourner !

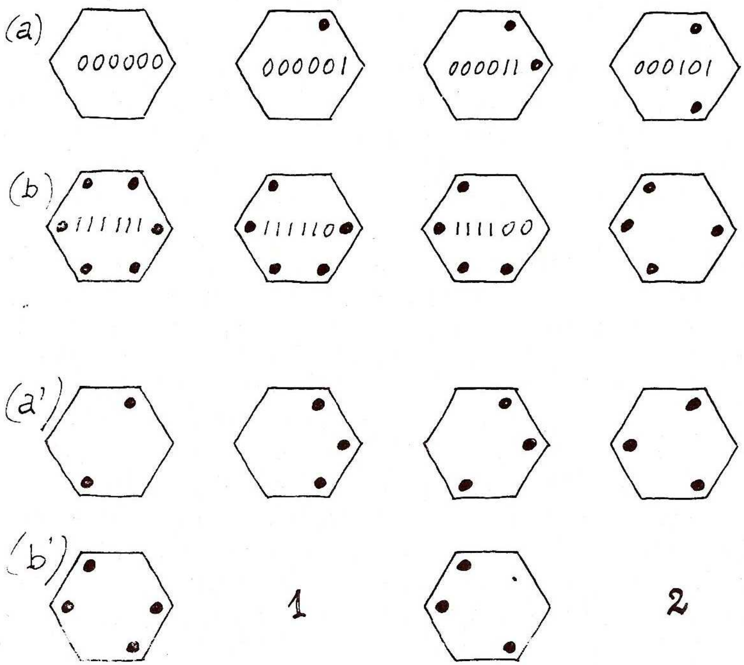
Tout bêtement, ce sera une pièce hexagonale, dont un sommet porte un point ; les cinq autres sommets ne portent rien, pour "0".

Comme c'est la première fois que vous imaginez vous-même un jeu de ce genre, je vous aide. La figure 16-4 montre en haut, ligne (a), à gauche, la pièce 000000. Immédiatement en dessous, ligne (b), vous avez la pièce "complémentaire" 111 111".

Vers la droite, on place ligne (a) l'hexagone dont un seul sommet porte <u>une</u> valeur 1. L'orientation est arbitraire. En dessous, vous avez la pièce complémentaire portant <u>une</u> valeur 0 (et cinq sommets portant la valeur 1).

Ensuite, vous trouvez ligne (a) la pièce 000 011 avec <u>deux</u> sommets <u>consécutifs</u> portant une valeur 1. La pièce complémentaire est en dessous. Mais il y a d'autres répartitions différentes de <u>deux</u> sommets remarquables sur un hexagone ..... Ceci doit vous faire comprendre le pourquoi des deux dernières pièces, lignes (a) et (b) - et aussi les deux premières pièces des lignes (a') et (b').

Pourquoi avons-nous seulement <u>trois</u> pièces hexagonales portant <u>deux</u> valeurs ? Les petits chimistes connaissant les dérivés <u>ortho</u>, <u>méta</u> et <u>para</u> sont priés de ne pas souffler...



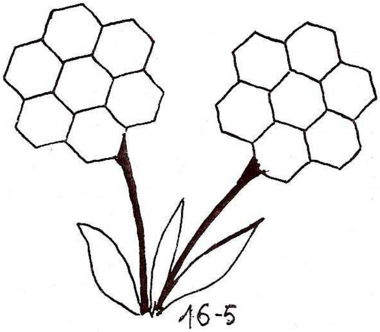
16-4

Restent à construire les pièces portant trois fois la valeur "1" - et donc trois fois aussi la valeur "0" . Il y a quatre et seulement quatre pièces différentes portant trois fois chaque valeur.
Et croyez-moi : ça vaut la peine de réfléchir quelques instants devant les cases "vides" que j'appelle 1 et 2 figure 16-4.

Je vous conseille aussi de retrouver le "nom" attribué à chaque pièce ; confidentiellement, je crois que la pièce dessinée tout en bas à gauche figure 16-4 s'appelle "110 110" - mais ne le répétez pas !

Qu'est-ce que vous attendez pour vous construire un jeu de "Quatorze hexagones" ? Du carton et des ciseaux, ou bien du bois et une petite scie ...
J'ai même un ami qui a trouvé des "carreaux" en céramique : tout ce qu'il faut, c'est 14 hexagones réguliers congruents. Ensuite, vous les rendez différents avec des points représentant les valeurs, comme figure 16-4 - ne vous trompez pas, et commencez à jouer !
La seule règle à respecter est comme toujours : "les coins réunis portent une même valeur".

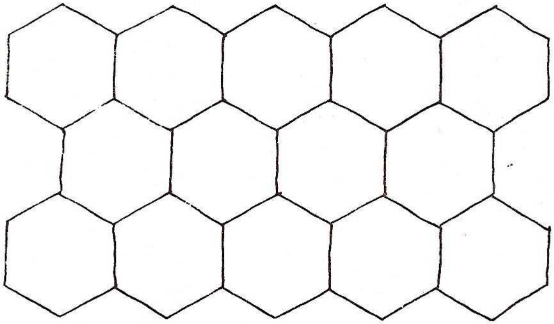
La figure 16-5 vous propose un premier puzzle très simple : deux jolies fleurs, chacune en 7 pièces .... Peut-être trouvez-vous une astuce pour construire ces fleurs avec vos pièces ? Je vous rappelle que les coins réunis doivent porter une même valeur, comme dans le Trioker et tous les jeux logiques comparables.



16-5

La figure 16-6 est un puzzle plus difficile qui est en même temps un rangement possible de vos 14 pièces dans une boite. Mais il y a quantité de silhouettes amusantes à réaliser : j'attends les vôtres, et je publierai les meilleurs envois dans un prochain P.A.. Ensuite, on cherchera d'autres "dérivés du Trioker" , tout en parlant encore du Vrai.

M. TRIOKER



16-6

Les PB du PA

Vous vous souvenez peut-être du PB 42 (PA 25-26) qui demandait d'exprimer le cube d'un nombre comme somme de nombres impairs consécutifs. Ce PB, corrigé dans le PA 29-30, a intéressé quelques lecteurs, en particulier Emile BAUDIN, de Tours, et Annette HURON, d'Amiens. Voici donc un énoncé qui lui ressemble.

PB 53. - A quelle condition un nombre entier naturel donné peut-il s'exprimer comme somme d'au moins deux entiers naturels consécutifs ?

Je vous propose maintenant une oeuvre de l'ancien cancre (repenti) dont je vous ai dit un mot dans le PA 29-30, p. 44.

PB 54. - QUI SUIS-JE ?

Si mon inverse désirez,
Le nombre UN me soustrairez.
Si mon carré vous convoitez,
Le nombre UN vous m'ajoutez.
Si ma racine est exigée,
Elle existe ... même carrée.
Et je suis célèbre !

Le PB suivant nous vient d'un lecteur qui a oublié d'inscrire son nom et son adresse sur la feuille. Il a d'ores et déjà tous mes remerciements, et s'il veut bien se faire connaître, je les lui adresserai nominalement.

PB 55. - Un barrage est alimenté par deux rivières A et B à régimes hydrographiques différents (voir figure 1), de telle sorte qu'à certaines périodes l'une coule à plein, tandis que l'autre est pratiquement à sec. La première rivière remplirait à elle seule la retenue du barrage en 25 jours. La seconde la remplirait en 37,5 jours.

En période complètement sèche pour les deux rivières, il faut 30 jours pour que les turbines T utilisent la totalité de l'eau de la retenue.

En période pluvieuse, lorsque les deux rivières coulent et que les turbines fonctionnent, en combien de jours la retenue sera-t-elle pleine ?

Si le débit de la première rivière est 75 m^3 par seconde, pouvez-vous trouver : la contenance de la retenue, le débit de la seconde rivière, le débit des turbines ?

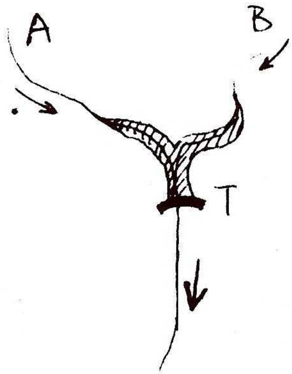


Figure 1

Et maintenant, une petite situation à mathématiser :

PB 56. - Une bouteille de matière plastique pèse 70 g. Ses dimensions sont données par la figure 2, où G représente son centre de gravité lorsqu'elle est vide. Quelle hauteur d'eau faut-il y verser pour que le centre de gravité vienne le plus bas possible ?

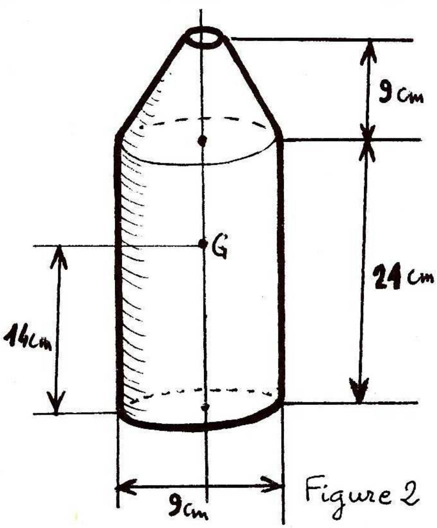


Figure 2

DES SOLUTIONS

PB 47, PA 29-30, p. 41 (Cercles et carrés)

Le dessin de couverture du PA 29-30 représentait un cercle inscrit dans un carré inscrit dans un cercle inscrit dans un carré ... Bref, en tout, 5 cercles et 5 carrés (voir figure 3). En mesurant le côté du carré extérieur, on trouvait 13 cm. Il fallait trouver l'aire totale des zones noires. Numérotons les carrés et les cercles de l'extérieur vers l'intérieur.

Appelons donc a_1 le côté du premier carré (le plus grand) et S_1 l'aire de la zone noire comprise entre ce carré et le cercle inscrit dedans.

On voit que : $S_1 = a_1^2 - \frac{a_1^2}{4}$

$= a_1^2\ (1 - \frac{\pi}{4}\ ) \simeq 13^2 \times 0{,}2146$

$= 36{,}2674\ cm^2$.

On appelle de même a_2 l'aire comprise entre le second carré et le second cercle. On a de même :

$$S_2 = a_2^2 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$$

Comme $a_2 = \frac{a_1}{\sqrt{2}}$, ceci implique que $S_2 = \frac{1}{2} S_1$.

On aura encore :

$$S_3 = \frac{1}{2} S_2 = \frac{1}{4} S_1$$

$$S_4 = \frac{1}{2} S_3 = \frac{1}{8} S_1$$

$$S_5 = \frac{1}{2} S_4 = \frac{1}{16} S_1$$

D'où la surface totale :

$$S = S_1 + \frac{1}{2}S_1 + \frac{1}{4}S_1 + \frac{1}{8}S_1 + \frac{1}{16}S_1$$

$$= S_1 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}\right)$$

Numériquement, on obtient :

$$S = 1,9375 \times S_1$$
$$= 1,9375 \times 36,2674$$
$$\simeq 70,2681 \text{ cm}^2$$

Et si l'on ne s'était pas arrêté au cinquième cercle ? Si l'on avait continué, à l'infini ? Eh bien, la surface aurait été égale à :

$$S_1 \times \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots\right)$$

C'est-à-dire exactement :

$$2S_1 = a_1^2 \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\simeq 72,5348 \text{ cm}^2$$

PB 48, PA 29-30 p.41 (Jeunes volontaires albanais)

En 1968, x brigades défrichent chacune y hectares : $xy = 300$. En 1969, $(35 - x)$ brigades défrichent chacune $(y + 2)$ hectares : $(35 - x)(y + 2) = 440$.

Soit : $(35-x)\left(\frac{300}{x} + 2\right) = 440$,

ou, après réduction :

$$x^2 + 335x - 5250 = 0$$

Simple équation du second degré, dont seule la racine positive convient : $x = 15$. Donc, en 1968, 15 brigades ont défriché chacune 20 ha, et en 1969, 20 brigades ont chacune défriché 22 ha. Transmettons donc un salut des plus cordiaux aux jeunes Albanais.

PB 49, PA 29-30, p. 41 (Escalier mécanique)

En montant un escalier mécanique à raison d'une marche par seconde, on gravit dix marches. En le montant à raison de deux marches par seconde, on en gravit 15. Il s'agit de trouver combien de marches sont simultanément visibles dans cet escalier.

Prenons la marche comme unité de distance, et appelons V la vitesse de cet escalier en "marches par seconde" : en une seconde, une marche gravit une distance égale à V fois la hauteur d'une marche.

Lorsque l'on gravit l'escalier à 1 marche par seconde, on compte dix marches : on met donc 10 secondes. Mais on gravit 1 marche par seconde sur un escalier qui monte lui-même à V marches par seconde : notre vitesse réelle, par rapport au sol, est donc V + 1 (marches par seconde). La hauteur ainsi gravie est égale à (V + 1) x 10 . C'est en fait le nombre de marches simultanément visibles dans l'escalier, le nombre cherché.

De même, quand on va à 2 marches par seconde, comme l'on compte 15 marches, c'est que la montée dure :

$$\frac{15}{2} = 7{,}5 \text{ s.}$$

Le nombre de marches gravies est

$$(V + 2) \times 7{,}5$$

D'où l'équation :

$$10\,(V + 1) = \frac{15}{2}\,(V + 2)$$

Ce qui donne V = 2, et le nombre de marches cherché : 30.

Ce PB et le précédent me font penser à une remarque de l'un de nos meilleurs amis : "méfiez-vous des problèmes du second degré, ils sont presque aussi difficiles que ceux du premier !"

Notez pour finir qu'il n'était pas nécessaire de connaître les deux vitesses du marcheur (une ou deux marches par seconde), mais seulement le rapport de ces deux vitesses.

Au plaisir de vous lire, amis lecteurs. Adressez vos missives à : Roger CUCULIERE. Lycée Mixte d'Etat. 205, Rue de Brément. 93130 NOISY LE SEC.

UN NUMERO SPECIAL SUR π

Le Petit Archimède, appuyé par une rédaction qui s'est bien renforcée ces derniers temps, va se lancer dans de nouvelles entreprises, et pour commencer prépare un numéro spécial sur π . Participez tous à ce numéro en nous envoyant vite des idées, des références, des textes originaux, des dessins, des contes, enfin tout ce que vous inspire le sujet. PA vous en remercie à l'avance.

Ecrivez à ADCS-π ,
CES Sagebien
80000 Amiens

Le courrier des lecteurs

L 89 de Roger TRENCAVEL, Castelnaudary.

A mon avis, une petite erreur s'est glissée dans l'article "Deux jeux, trois recherches" (PA 27-28, p. 22-27), article par ailleurs extrêmement intéressant. L'auteur définit d'abord une opération dans $\mathbb{N}$ appelée "somme digitale" , qu'il note $\oplus$ et puis G , et qui fait de $\mathbb{N}$ un groupe abélien de caractéristique 2. A la fin de l'article, il s'adresse aux "très grands" , dont je suis (1m 75) , et leur suggère de construire une "multiplication" M associée à l'"addition" G en posant :

$$p \text{ M } q = q \text{ G } q \text{ G } \ldots\ldots \text{ G } q$$

(p fois le nombre q). A vrai dire, chaque fois que l'on a une opération dans $\mathbb{N}$, ce procédé permet d'en fabriquer une seconde, et ainsi de suite....

Mais là où les choses se gâtent, c'est lorsque l'auteur affirme que ($\mathbb{N}$, G , M) est un "anneau commutatif unitaire" . En effet, cette "multiplication" p M q donne tout simplement q si p est impair, et 0 si p est pair. On a bien un anneau, mais ni commutatif, ni unitaire, ni intègre.

Si l'on veut donner à $\mathbb{N}$ la structure de $\mathbb{Z}_2[x]$, anneau des polynômes à coefficients dans $\mathbb{Z}_2$, il faut définir M comme suit. Supposons que l'on veuille calculer 27 M 11. On transforme en binaire : 11011 M 1011. On pose la multiplication comme d'habitude, et on multiplie successivement le multiplicande par chaque chiffre du multiplicateur, toujours comme d'habitude. Seulement, au moment d'additionner tous ces résultats partiels, on effectue la somme digitale au lieu de l'addition ordinaire :

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1\ 1 \\ 1\ 0\ 1\ 1 \\ \hline 1\ 1\ 0\ 1\ 1 \\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ \ \ \\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ \ \ \ \ \ \ \\ \hline 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1 \end{array}$$

Ce qui donne 245. Avec cette multiplication et la somme digitale, $\mathbb{N}$ sera bien un anneau commutatif, unitaire, et intègre.

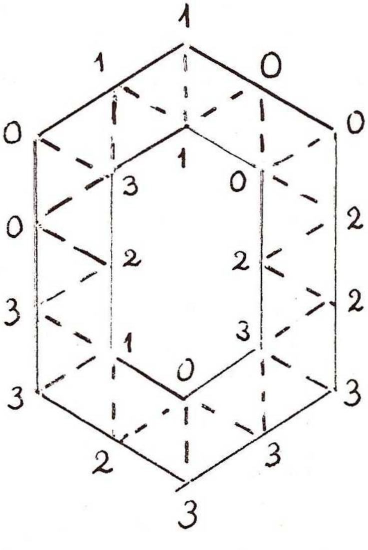
"La critique est aisée, mais l'art est difficile".

Mise en balance avec l'intérêt de l'article, cette petite erreur apparaît bien secondaire...

R 89 de l'auteur :

Merci ! Il fallait le dire car, pour ne rien vous cacher, la bonne multiplication est bien celle décrite ci-dessus. Je le savais et, lorsque j'ai écrit l'article, je me suis brusquement imaginé que cela devait s'écrire : q G q G,... G q ; ce qui était idiot puisque l'anneau en question n'a rien de monogène. Bon ! C'est une intéressante leçon : pour l'auteur et aussi pour les lecteurs.

L 90 P. Petit nous donne la solution de l'Hexagone Troué PA 29-30 page 29 figure 14 4



L 91 de J. C. FINK Professeur au CES Boris Vian, Saint-Priest, nous envoie des solutions des questions posées PA 17-18 page 19 "Trouver les deux termes suivants".

PA croit se rappeler que ce type de problème avait suscité une réaction véhémente.

Notre correspondant, habile et prudent, a rédigé son texte d'une manière inattaquable.

Donnons aujourd'hui la solution qu'il donne du n° 16 qu'on pourrait écrire : "Qu'ont en commun les termes
1 8 11 69 88 96 101 111 181 609 619 ? "

Ce sont les plus petits nombres dont l'écriture en base DIX a un centre de symétrie.
.... ou du n° 21 : "Que peut-on dire des seize termes suivants :
1, 2, 2, 3, 4,2, 4, 3, 3, 4, 2, 6, 2, 4, 4, 5 ? "

Ce sont, en particulier, les nombres des diviseurs des 16 nombres naturels de 1 à 16.

PA tentera de répondre aux inquiétudes de notre ami.

L 92 F. Lanz - CES Courbet Romainville, nous envoie un "rébus" en espéranto, avec la convention classique : deux lettres distinctes représentent deux chiffres distincts et réciproquement.

P A T R O	père
P A T R I N O	mère
F I L O	fils
F I L I N O	fille
F A M I L I O	famille

il a trouvé une solution, et aimerait qu'un lecteur de PA lui dise si elle est unique. PA donne partiellement la solution trouvée :

M	A	L	I	N
↓	↓	↓	↓	↓
2	1	3	9	6

L 93 X ...

"Avec 7 cartes" de Corinne PA n°1 p. 11, a inspiré un lecteur qui nous envoie un jeu de 8 cartes mais sans fournir la clef ni le texte correspondant.

Peut-il réparer cet oubli en écrivant à PA et en donnant son nom et son adresse, s'il le veut bien ?

Rappelons pour les nouveaux lecteurs que Corinne avait écrit en base deux les entiers naturels de 1 à 100, qu'elle avait pris 7 cartons indexés :
1 2 4 8 16 32 64
que sur le premier (1) elle avait noté, en base dix, tous les nombres dont le code en base 2 a "1" comme 1er chiffre à droite (ce sont les nombres impairs de la base DIX) , que sur le deuxième noté (2) elle avait noté, en base dix, tous les nombres dont le code en base DEUX a "1" comme 2ème chiffre à droite.

Ces nombres sont de la forme : $4n + 2$ ou $4n + 3$ avec $n \in \{0, 1, 2, \ldots, 24\}$ que sur le 3ème ....
Notre correspondant X a sûrement fait un jeu utilisant la base TROIS. Nos lecteurs verront sans peine que le procédé précedent ne s'applique pas intégralement.

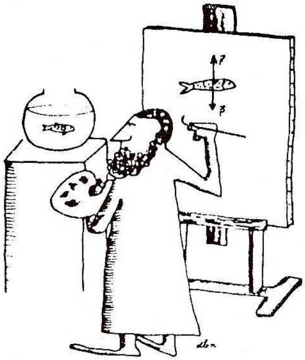
Disons que les huit cartes sont indexées : 1, 3, 9, 27,
2, 4, 10, 28.
et que le plus grand nombre écrit est 79.

Sauront-ils reconstituer le jeu de X ... ? comme PA s'est donné la peine de faire.

Comité de Rédaction du Petit Archimède

J.M.BECKER (*Saint-Etienne*), J.BRETTE (*Paris*),
J.CAPRON (*Amiens*), R.CUCULIERE (*Paris*),
M.L.DEHU (*Compiègne*), J.C.HERZ (*Paris*),
A.MYX (*Lyon*), M.ODIER (*Paris*), Y.ROUSSEL (*Amiens*),
M.SCHAEFFER (*Strasbourg*), A.VIRICEL (*Strasbourg*)

PA



PA est une revue scientifique interdisciplinaire destinée principalement aux élèves de 12 à 22 ans.

Les trois premières séries de PA (n°1 à 10, 11 à 20, 21 à 30) sont toutes disponibles au prix de 30 F la série.

L'abonnement individuel est de 35 F, mais l'abonnement groupé est de 20 F (10 abonnements minimum expédiés à un seul destinataire).

Je prends un abonnement groupé : Qui est intéressé ?

Spécimens sur demande et dépliants publicitaires à demander à
ADCS CES SAGEBIEN 80000 AMIENS

Voici une petite affichette qui doit trouver sa place dans toutes les bibliothèques, foyers, couloirs,... de vos CES, Lycées, facultés,... Il appartient à tous les amis de PA d'aider à sa diffusion. (Et si vous êtes déjà abonné, signalez-le très explicitement avec votre versement, et modifiez en conséquence votre règlement).

LE PETIT ARCHIMEDE

Revue de l'Association pour le Développement de la Culture Scientifique.
10 numéros par an

BULLETIN DE COMMANDE

ABONNEMENT 1976 – 1977

Abonnement de Soutien: 100 F	☐	(1)
Abonnement de Bienfaiteur: 500 F	☐	(1)
Abonnement ordinaire: 35 F	☐	(1)
Abonnements groupés (minimum 10): 20 F	☐	(2)

COLLECTIONS ANCIENNES

Numéros 1 à 10 : 30 F	☐	(1)
Numéros 11 à 20 : 30 F	☐	(1)
Numéros 21 à 30 : 30 F	☐	(1)

CALENDRIER PERPETUEL: 35 F le paquet ☐ (3)

NOM : **Prénom :**

Adresse d'expédition :

Code Postal: **Ville :**

Bureau distributeur:

Cette demande est à adresser **exclusivement** *à :*

ADCS – Abonnement – CES Sagebien – 80000 AMIENS

Joindre chèque ou mandat à l'ordre de: ADCS – CCP 4736 63 LILLE

☐ (1) Je signale que les numéros 5, 6 de P.A. que j'ai réglés ne me sont pas, à la date du 20 juin 1976 parvenus.

☐ (1) Je demande que me soient envoyés les numéros 5, 6. Ci-joint un chèque de 7 F.

Les abonnements groupés sont envoyés à un seul des abonnés.

(1) Cocher les cases utiles.

(2) Nombre d'exemplaires.

(3) Nombre de paquets de cinquante cartes-postales.

Adresser toute correspondance à

Y. ROUSSEL – CES Sagebien – 80000 AMIENS

REVUE EDITEE PAR L'ADCS – Le Directeur de la Publication: J.C. HERZ

Imprimé par SEROFSER – 6, rue Sauval – 75001 PARIS

Dépôt légal novembre 1976 *No 33 – 34 – 8 F*