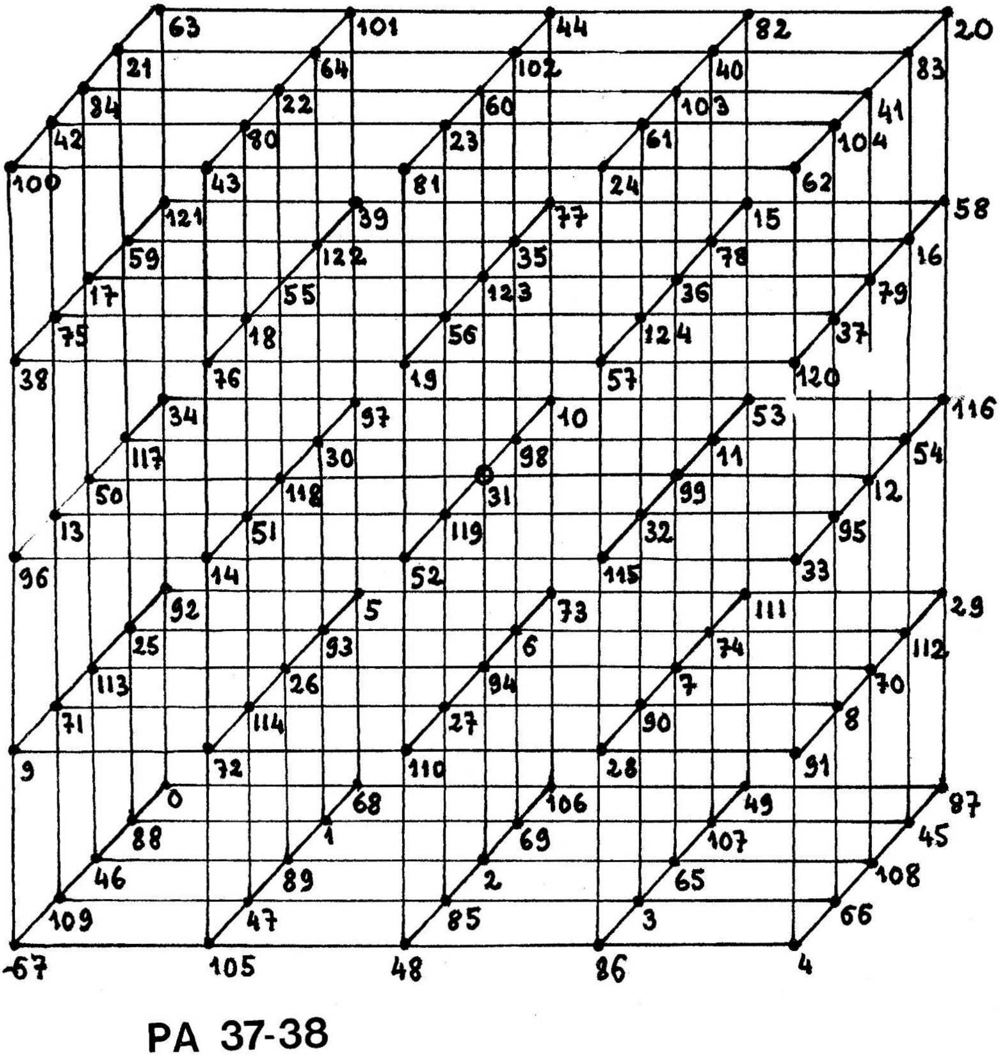
le petit

archimède



PA 37-38

MARS 1977

10 NUMEROS PAR AN

www.lepetitarchimede.fr

Sommaire

NOS CONVENTIONS :

Facile
Difficulté moyenne
Pour les «grands»

www.lepetitarchimede.fr

PA ET LA VIE

LE PROBLEME DES ABEILLES

La nature a posé ce problème, le génie des abeilles l'a résolu, on ne sait trop comment, et avec une précision qui fait rêver.

Si vous voulez vous représenter exactement une cellule d'abeille avec sa fermeture au fond, prenez un crayon à section hexagonale et taillez-le suivant trois plans inclinés, se coupant suivant trois droites qui rencontrent trois des arêtes du crayon (fig. 1).

Le "toit" de la cellule est formé de trois losanges dont les plans sont également inclinés sur l'axe. La question est, pour les abeilles, d'adopter pour ces losanges l'inclinaison qui, à volume égal, épargnera le mieux la cire. Autrement dit, les points D,E,F restant fixes lorsque G se déplace sur l'axe de ce prisme droit à base hexagonale, les 3 losanges pivotent respectivement autour des droites (DE) , (EF) et (FD) . Soit α l'angle $\widehat{GEB}$, (en fait le "petit angle") du losange (D,G,E,B) ; il s'agit de calculer α pour que la surface totale du solide soit minimale.

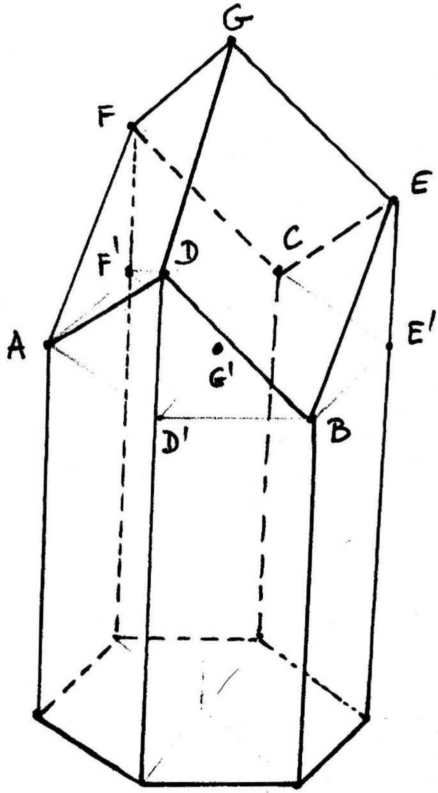


fig 1.

www.lepetitarchimede.fr

Réaumur proposa au début du 18° siècle le problème au mathématicien KOENIG qui trouva par le calcul que le petit angle α de chaque losange devait mesurer 70° 34' . Plus tard MAC LAURIN trouva 70° 32', et CRAMER 70° 31' . Les abeilles ont "trouvé" 70° 32' donnant raison à MAC LAURIN ; c'est en effet ce que MARALDI a constaté en mesurant avec toute la précision possible l'angle que les abeilles ont adopté. Sans posséder le génie des abeilles ni la science de MAC LAURIN, essayez une méthode simplifiée pour calculer cet angle à une seconde près. Qu'en pensez-vous ?

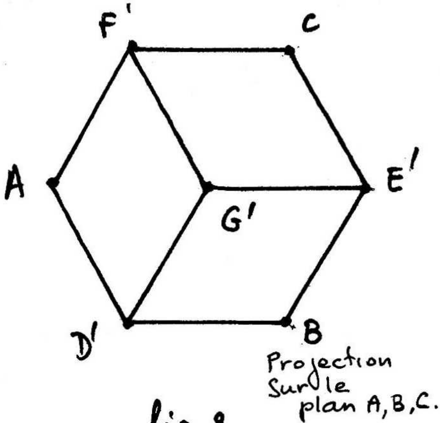


fig 2

Envoyez votre réponse à :

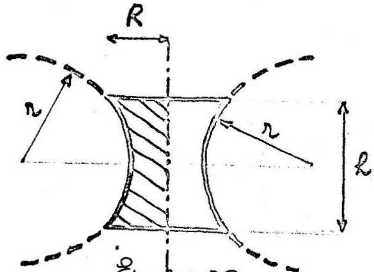
Jean CAPRON
Résidence des Jardins
de la Somme
24 - 26 Bd du Port B. 74
80 000 AMIENS

Repris et adapté de Dunod :
G.Bessière .Calcul intégral facile et attrayant

SVP / A

François SALIN, élève de seconde à Ferney-Voltaire (Ain), nous demande comment déterminer le volume du "tube" ci-dessous "bordé" par des arcs de cercle de rayon r.

En perspective

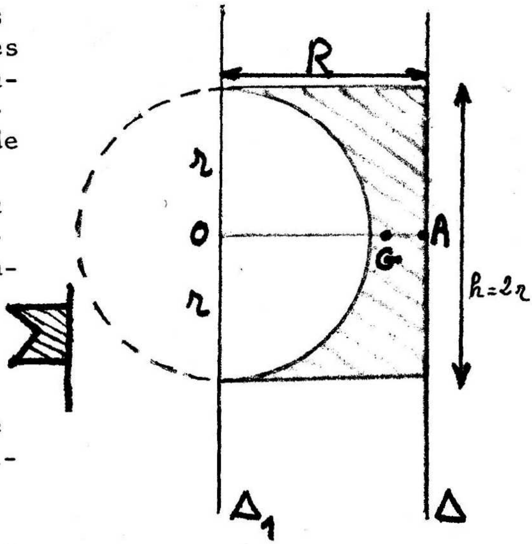


En coupe.

www.lepetitarchimede.fr

Nous voudrions exposer à nos lecteurs ce calcul intéressant dans le cas simplifié où $h = 2r$ (notre ami a déjà reçu par lettre l'étude du cas général).

Ce solide entre dans la catégorie des solides "de révolution" c'est-à-dire obtenus par la révolution (ou rotation de 360°) d'une plaque autour d'un axe qui ne la traverse pas. Par exemple la girouette ci-contre engendrerait par rotation une sorte de poulie.



Sur le schéma, nous avons hachuré la plaque qui engendre notre solide, l'axe de rotation étant Δ . A noter que nous n'avons pris que la moitié gauche de la coupe : celle-ci suffit pour "engendrer" le volume.

Si au contraire notre plaque pivote autour de l'axe Δ_1 parallèle à Δ , elle engendrera un cylindre avec un gros creux sphérique au centre (si vous préférez : une meule de gruyère avec un seul énorme trou).

Or on peut démontrer le résultat suivant (appelé théorème de GULDIN ; si vous êtes dans un lycée technique, on vous en parlera) :

- Le volume d'un solide de révolution est égal au produit de l'aire de la plaque génératrice par la longueur de la trajectoire décrite par le centre de gravité G de ladite plaque.

(Cette longueur est le périmètre du cercle décrit par G)

Appliquons ce théorème à chacun des deux volumes considérés ci-dessus :
(On appelle $\mathcal{A}$ l'aire de la plaque hachurée)

1) volume $\mathcal{V}$ recherché $= \mathcal{A}.(2\pi.AG)$ (1)
2) volume du cylindre moins volume de la sphère $= \mathcal{A}.(2\pi.OG)$

www.lepetitarchimede.fr

soit $\quad \pi R^2 .2r - \frac{4}{3} \pi r^3 = \mathcal{A}.(2\pi.OG)$ (2)

Additionnons membre à membre (1) et (2) ; puisque

$AG + OG = OA$, on a :

$$\mathcal{V} + 2\pi R^2 r - \frac{4}{3} .\pi r^3 = \mathcal{A}. 2\pi R \quad (3)$$

(on a ainsi court-circuité G)

Or l'aire $\mathcal{A}$ de la plaque est égale à l'aire d'un rectangle moins l'aire d'un demi disque :

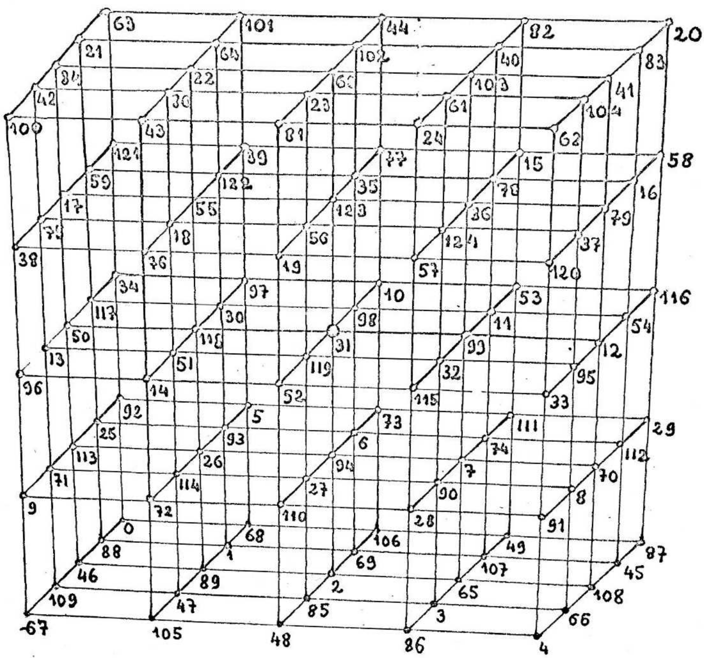
$$\mathcal{A} = 2 R r - \frac{1}{2} \pi r^2$$

Donc, d'après (3)

$$\mathcal{V} = (2Rr - \frac{1}{2} \pi r^2). 2\pi R - 2\pi R^2 r + \frac{4}{3} \pi r^3$$

Soit : $\quad \mathcal{V} = \pi r (2 R^2 - \pi Rr + \frac{4}{3} r^2)$

CUBE MAGIQUE



www.lepetitarchimede.fr

1

a) Propriété caractéristique des Nombres de ce Cube.
Convention : Dans ce qui suit la direction de l'arête qui va de 67 à 4 est notée Ouest-Est

l'arête qui va	de 67 à 4	est notée	Ouest-Est
	de 67 à 0	"	Sud-Nord
	de 67 à 100	"	Nadir-Zénith

Les 75 sommes de nombres alignés sur les parallèles à ces directions sont égales à 310 (310 est appelé ici somme magique).
Les 4 sommes de nombres situés sur les diagonales du cube sont aussi égales à 310 (on en donnera bien d'autres plus loin).

b) Comment ce cube a-t-il été construit ?
Les calculs ont été faits en base CINQ
A tout nombre (67 en base DIX par exemple) on associe :

son code en base CINQ $\overline{2\ 3\ 2}$

le triplet de ces derniers chiffres (2,3,2) noté (2 3 2)

Les éléments des triplets sont pris dans l'ensemble

$$\{\dot{0},\dot{1},\dot{2},\dot{3},\dot{4}\}$$

La loi classique d'addition dans cet ensemble permet de définir : une addition des triplets (on ne notera plus ni les points, ni les virgules).

Convention : Tout déplacement dans le cube d'un noeud vers l'Est (un "pas") se traduit par l'addition de (233);
vers le Nord (un "pas"), par l'addition de (232);
vers le Zénith (un "pas") (vers le haut) par l'addition de (332).

Ce choix doit garantir l'obtention à partir d'un triplet donné des 124 autres (tous différents).

Naturellement, si on va vers l'Ouest, on ajoute (322)
le Sud, on ajoute (323)
le Nadir (vers le bas) on ajoute (223),

compléments respectifs à (000) des triplets précédents.

www.lepetitarchimede.fr

Ainsi : (232) + (233) = (410) → 105 en base DIX
(232) + (232) = (414) → 109 " " "
(232) + (332) = (014) → 9 " " "

De proche en proche, on calcule les nombres affectés à tous les noeuds.

② Pourquoi cette construction réussit-elle ?

a) Montrons d'abord l'existence de la somme magique. Partons d'un nombre quelconque, codé 54 (en base DIX) 204 (en base CINQ), ajoutons à son triplet (233) et les multiples successifs de (233) :

$$
\begin{array}{lcr}
(204) & \longrightarrow & 54 \\
(432) & \longrightarrow & 117 \\
(110) & \longrightarrow & 30 \\
(343) & \longrightarrow & 98 \\
(021) & \longrightarrow & 11
\end{array}
$$

(Si on faisait une addition de plus, on reviendrait à 204)

L'addition des nombres de la colonne de droite conduit à 310.

Procéder à l'addition des triplets n'est même pas nécessaire : 0,1,2,3,4 figurent une fois et une seule dans chacune des colonnes : unités, bases, carrés . La somme est donc dix fois $\overline{111}$

mais $\overline{111} \xrightarrow{(5)} 31$, on trouve donc 310.

L'emploi de la base n pour les Carrés ou Cubes magiques d'ordre n s'impose donc comme le langage adéquat.

b) Considérons la somme de trois déplacements d'un noeud vers l'est ou l'ouest, vers le nord ou le sud, vers le zénith ou le nadir.

- Il y a 8 possibilités, mais 4 supports seulement parallèles aux diagonales du cube.

Choisissons Est-Nord-Zénith :

(233) + (232) + (332) = (242)

Supposons que l'espace $\mathbb{Z}^3$ est pavé de notre cube répété au moyen de translations parallèles à ses arêtes.

www.lepetitarchimede.fr

En partant d'un noeud quelconque, en suivant une parallèle à une diagonale du cube passant par ce noeud, la somme du nombre qui lui est affecté et des 4 premiers qu'on rencontre est encore 310 (même justification qu'au 2° a).

On obtient ainsi 25 x 4 sommes magiques nouvelles, à cette erreur près que les 4 sommes relatives aux diagonales du cube avaient déjà été données. On a donc réalisé la somme 310 de 175 manières.

Tous les cubes d'ordre 5, prélevés dans $\mathbb{Z}^3$, pavé comme il a été dit, sont magiques.

c) Montrons qu'on est assuré de trouver 124 nombres différents, différant aussi du nombre de départ par des glissements de α pas vers l'Est, de β pas vers le Nord et de γ pas vers le Zénith dans l'espace $\mathbb{Z}^3$ pavé de cubes magiques identiques au nôtre si $(\alpha, \beta, \gamma) \in \{0,1,2,3,4\}^3$.

S'il n'en est pas ainsi, c'est qu'on peut trouver un triplet (α, β, γ) à éléments non tous nuls, tel que : $(233) \times \alpha + (232) \times \beta + (332) \times \gamma = (000)$

égalité qui conduit au système :

$$\begin{cases} \dot{2}\,\alpha + \dot{2}\,\beta + \dot{3}\,\gamma = \dot{0} \\ \dot{3}\,\alpha + \dot{3}\,\beta + \dot{3}\,\gamma = \dot{0} \\ \dot{3}\,\alpha + \dot{2}\,\beta + \dot{2}\,\gamma = \dot{0} \end{cases}$$

La résolution de ce système montre que α, β, γ sont multiples de 5, donc :

$$\alpha = \beta = \gamma = 0$$

d) Un autre problème consiste à trouver, à déterminer les trios de triplets comme $\big((233), (232), (332)\big)$ du 1° b qui permettent la construction du cube ; ce sont des bases de $\mathbb{Z}^3$.

Il n'est possible que pour les valeurs impaires du nombre de noeuds sur une arête du cube.

A.V.

www.lepetitarchimede.fr

碁

GO

LES PROBLEMES

Les deux articles précédents ont initié nos lecteurs aux règles du GO. Avant d'aller plus loin, il nous a semblé souhaitable de mettre à l'épreuve la sagacité de nos lecteurs. Les problèmes que nous allons leur proposer vont leur permettre :

▲ De vérifier qu'ils ont bien compris les règles,

▲ De se convaincre que le GO n'a pas toujours une simplicité déconcertante.

Contrairement à ce qui se passe aux Echecs, les problèmes de GO ne constituent pas une discipline à part. Au cours de chaque partie, les joueurs auront nécessairement plusieurs problèmes à résoudre. On distingue quatre sortes de problèmes :

1. <u>Les problèmes du COUP SUIVANT</u>, où l'on présente une partie largement entamée ; on demande (par exemple) de chercher à quel endroit Noir doit jouer son coup suivant. Ces problèmes présentent surtout un intérêt pédagogique. En général, la solution n'est pas unique (plus exactement, aucun joueur ne peut démontrer que la solution est unique).

2. <u>Les problèmes de TESUJI</u> : ce sont des problèmes liés à l'étude de situations locales. On suppose, par exemple, que l'un des joueurs est en danger dans une région du GOBAN. Jouer un TESUJI, c'est jouer un coup brillant, inattendu qui, localement, retourne la situation à son avantage. Aux échecs, certains sacrifices brillants illustrent assez bien ce que peuvent être des TESUJI.

3. <u>Les problèmes de YOSE</u>. Le yosé est la phase finale de la partie au cours de laquelle les frontières sont fixées définitivement. Il ne reste que quelques coups à jouer (disons une trentaine pour fixer les idées) et résoudre le problème consiste

www.lepetitarchimede.fr

à trouver dans quel ordre ces coups doivent être joués de façon à obtenir un gain maximal.

Le yosé rappelle un peu ce qu'est une finale de pions aux échecs (avec bien sûr un peu plus de finesse et d'astuces !)

4. Les problèmes de TSUME-GO étudient les possibilités de vie (ou de mort) de groupes de pions complètement encerclés. Au cours d'une partie, les joueurs ont presque toujours un ou plusieurs problèmes de ce genre à résoudre. Dans les recueils de Tsume-Go, les problèmes proposés ont une solution unique. Pendant la partie, si un problème se présente, plusieurs cas peuvent se produire : n solutions, une seule ... ou aucune !

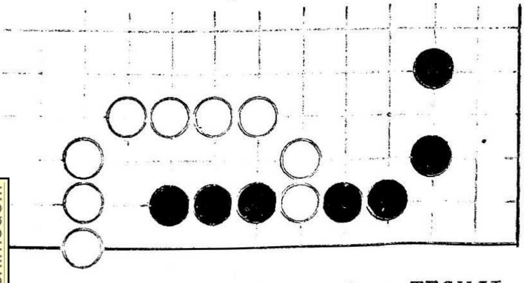
Les problèmes du type 1 sont, pour le moment, inaccessibles aux lecteurs. Nous avons chosi 3 problèmes de chacun des autres types. Le premier de chaque catégorie est très simple, le second demandera quelques minutes de réflexion ; bon courage pour le dernier ...

Nous souhaitons recevoir de nos lecteurs quelques solutions. La solution des problèmes 1, 2, 4, 5, 6, 7 et 8 sera donnée dans les prochains numéros. Pour les problèmes 3 et 9, nous laisserons aux lecteurs plusieurs mois de réflexion.

M. D.

Problème 1

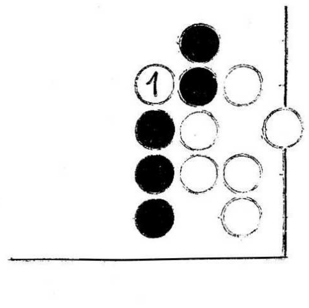
Noir joue et sauve ses trois pions.



PROBLEMES 1, 2, et 3 : TESUJI

Problème 2

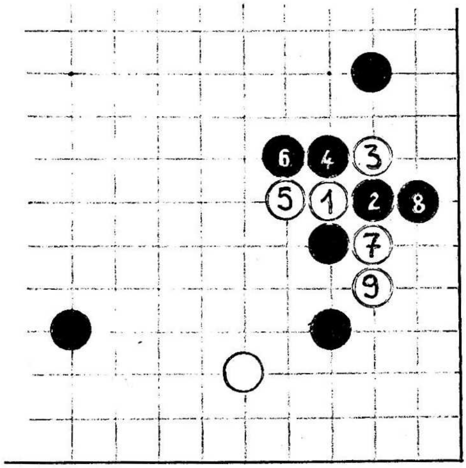
Blanc vient juste de jouer 1 pour scinder le groupe noir en deux parties plus vulnérables. Noir peut capturer ce pion. Comment doit-il jouer ?



www.lepetitarchimede.fr

Problème 3

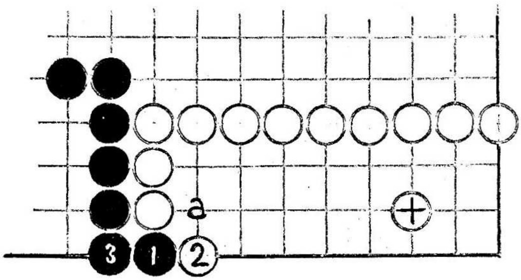
A Noir de jouer. La pénétration blanche lancée par le coup 1 semble avoir réussi. Néanmoins, Noir peut réduire à zéro tous les espoirs des Blancs ...



PROBLEMES 4, 5 et 6 : YOSE

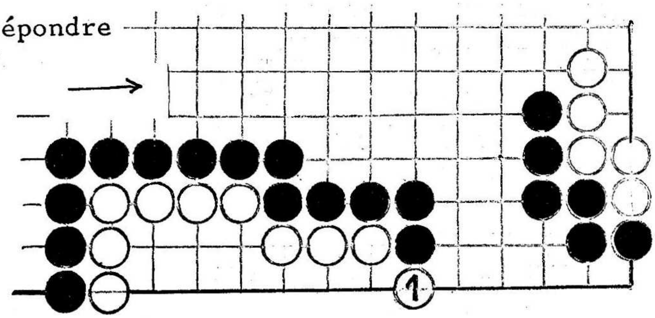
Problème 4

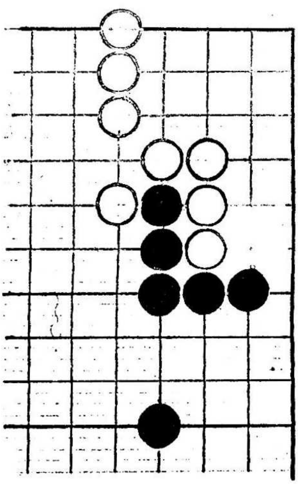
Après l'échange 1 à 3, Blanc doit-il jouer en a, ou est-ce que le pion ⊕ protège cette faiblesse ?



Problème 5

Comment Noir doit-il répondre au coup 1 des Blancs ?





Problème 6

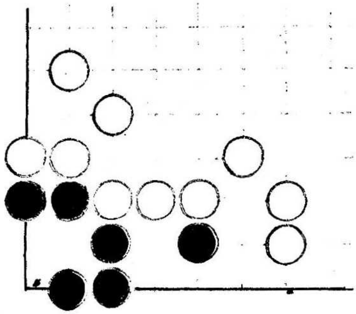
Où Noir doit-il jouer pour réduire le territoire Blanc ? (Pb extrait de Basic techniques of GO - Ishi Press)

www.lepetitarchimede.fr

PROBLEMES 7, 8 et 9 : TSUME-GO

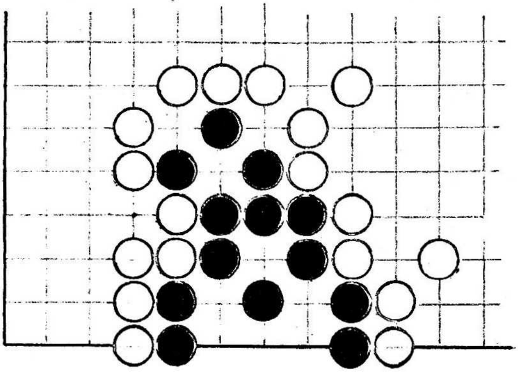
Problème 7

Les Noirs jouent et vivent.



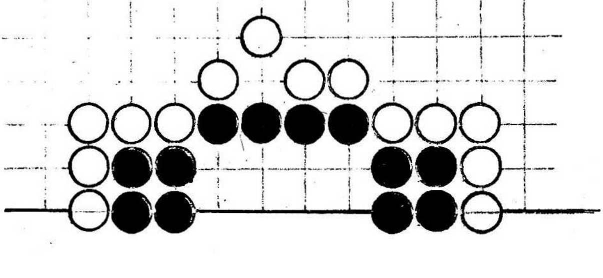
Problème 8

Les Blancs jouent et tuent le groupe noir.



Problème 9

Les Noirs jouent et vivent



www.lepetitarchimede.fr

L'ANE ROUGE

Dix pièces mobiles numérotées se déplacent à l'intérieur d'un cadre.

L'une d'elles (le n°2) un carré de 2 unités de côté est appelée "Ane Rouge".
Les n° 7,8,9,10 sont des carrés de côté 1.
Les n° 1,3,4,5,6 sont des rectangles (1 x 2)

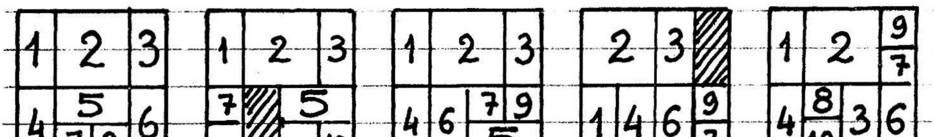
Si on construit le jeu, il est commode de donner à l'unité la largeur d'une baguette dont on dispose, 15 mm ou 20 mm par exemple. Prévoir pour l'intérieur du cadre un peu plus de 4 unités en largeur, de 5 unités en longueur : quelques millimètres supplémentaires assurent un glissement meilleur des pièces.

Les pièces au départ sont placées comme l'indique le schéma. Il s'agit d'amener par des glissements successifs l'Ane Rouge au milieu de l'autre petit côté du cadre.

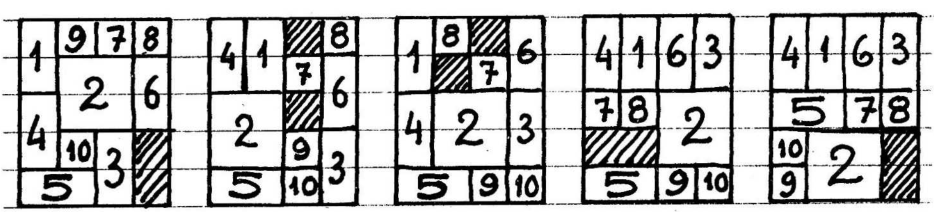
On ne doit ni soulever une pièce, ni la faire pivoter.
La partie hachurée des schémas correspond à un vide nécessaire.

Un déplacement d'une case vers le Nord se traduit par N, de deux case ....par NN, NE indique un déplacement vers le Nord, suivi d'un vers l'Est

Le professeur John Larmouth de Cambridge a prouvé en 1964 que le nombre minimum de coups pour faire sortir cet âne têtu est de 81.



départ n°10 n°18 n°27 n°36



n° 45 n°54 n°63 n°72 but

www.lepetitarchimede.fr

l'ANE ROUGE 

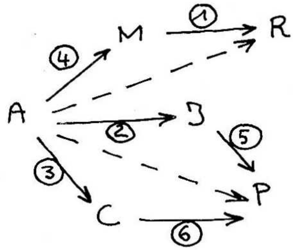
N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Numéro du coup	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1									E		42									WW	
2				S							43							NW			
3					W						44								NN		
4								S			45						NN				
5						W					46			E							
6										N	47										ES
7								E			48		S								
8						S					49									SE	
9					EE						50	E									
10							NW				51				NN						
11									NN		52		W								
12						W					53									SS	
13										WS	54							S			
14					S						55								W		
15									EE		56						N				
16							EE				57			N							
17				N							58										E
18						N					59									S	
19										WW	60		E								
20								WW			61				SS						
21					S						62	W									
22							SE				63								W		
23						E					64							W			
24				E							65						W				
25	SS										66			NN							
26		W									67		E								
27			W								68							SS			
28									NN		69								SS		
29							NN				70	E									
30						E					71				NN						
31			SS								72							WN			
32		E									73					N					
33	NN										74									WW	
34				W							75										WW
35								NN			76		S								
36										EN	77								EE		
37					WW						78							EE			
38			S								79					N					
39						S					80										NW
40								EE													
41		S									81		W								

www.lepetitarchimede.fr

PA 35.36 : QUELQUES REPONSES

REMETTEZ DE L'ORDRE (PA 35-36 p.15)

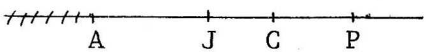
1. On trouve <u>André</u> comme "lanterne rouge" , soit en raisonnant directement sur les renseignements, soit après construction d'un graphe (les flèches ⟶ représentent le lien : "est arrivé après" , les deux flèches - - → sont obtenues par transitivité)



2. <u>René</u> ou <u>Pierre</u>

3. Il faut que, de André, partent toujours 5 flèches sur notre schéma. Après examen de chaque flèche, on constate que seuls 5 ou bien 6 peuvent être supprimés (mais pas les deux ensemble)

4. En ne considérant que le bas du schéma, il y a 2 arrangements possibles de A, J, C, P :



ou bien

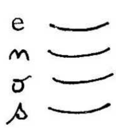
Pour <u>chacun</u> de ces 2 ordres d'arrivée, on compte le nombre de façons que l'on a de placer M et R (qui peuvent être partout, sauf dans la région hachurée) : on en trouve 10.
Il y a par conséquent 20 ordres d'arrivée possibles.

(d'après un texte de VINRICH)

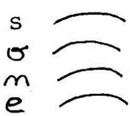
BELOTE ET REBELOTE (PA 35-36 p22)

<u>SOLUTION DE I</u>

1er pli joué



1er pli ramassé



est la base de la pile finale.

www.lepetitarchimede.fr

plis suivants o / s / e / n ramassés n / e / s / o

plis suivants	ramassés
o	n
s	e
e	s
n	o

sont ainsi les 7 plis du dessus de la pile des 32.

1°) a - La 1ère carte a été jouée par N

b- Les 4ème, 8èmè, 12ème, 16ème viennent de O : la 15ème vient de S

c - La 30ème vient du pli de base

s
o → 30ème
n → 31
e → 32

elle a été jouée par O

2°) Les 6 plis autres que le 1er et le dernier comptent pour :

24 cartes
n
e ← dernière jouée par E
s
o
24 cartes
s
o
n
e ← première jouée par E

il y a donc 29 cartes

SOLUTION DU II

Plis joués	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°
4° joueur	e	e	s	o	n	e	s	o
3°	n	n	e	s	o	n	e	s
2°	o	o	n	e	s	o	n	e
1°	s	s	o	n	e	s	o	n

Plis ramassés

En deux piles		En une pile	
Pile S N	Pile O E	O E sur S N	S N sur O E
o	n	n	o
n	e	e	n
e	s	s	e
s	o	o	s
8 cartes		24 cartes	

www.lepetitarchimede.fr

s	s	s	s
o	o	o	o
n	n	n	n
e	e	e	e

Dans l'hypothèse OE sur SN , il y a 29 cartes entre les 2 cartes e extrêmes, alors qu'il y en a 28 dans l'hypothèse SN sur OE.

SN a donc été placé sur OE.

UN NOUVEAU PROBLEME DE CHAUSSETTES (PA 35-36 p.23)

Si vous tirez une chaussette d'une boîte qui contient à la fois des chaussettes rouges et des chaussettes jaunes, vous n'apprendrez rien d'utile... Il faut donc éviter de choisir la boîte contenant des chaussettes de deux couleurs - et vous savez que cette boîte porte actuellement une étiquette "J" ou bien une étiquette "R", mais <u>pas</u> l'étiquette "R + J".

Si vous tirez une chaussette de la boîte étiquetée "R + J", comme il s'agit d'une boîte où actuellement toutes les chaussettes sont identiques, vous avez gagné ! Si la chaussette est "R", il vous reste à placer "J" et "R + J" pour les boîtes marquées "J" et "R". Comme il n'y a pas "J" dans la boîte marquée "J", les chaussettes jaunes sont dans la boîte marquée "R" ... Si... (Continuez vous-même !)

PAS D'IMPAIR AVEC LES PAIRS

A - Intéressons-nous à la parité du nombre des cartons verts : p au début, p' à la fin.

Elle est modifiée ($p' \neq p$)
- soit lors de la première opération quand on retourne un nombre impair r de cartons
- soit lors de la deuxième quand on enlève un carton vert,

donc lorsque ces deux opérations ont sur la parité des effets différents.

Ainsi, si $p' \neq p$:

r impair ⇒ on cache un Blanc
r pair ⇒ on cache un Vert

Elle n'est pas modifiée si les deux opérations ont des effets de même nature,

Ainsi, si $p = p'$

r impair ⇒ on cache un Vert
r pair ⇒ on cache un Blanc

www.lepetitarchimede.fr

B - Conventions :

Tout nombre pair a pour image + 1
Tout nombre impair a pour image - 1
A l'addition de ces deux classes de $\mathbb{N}$ comprend la multiplication de leurs images.

Soit d l'image de la parité initiale (du nombre des Verts)

Soit r l'image du nombre des retournements

Soit e l'image de l'enlèvement d'un vert (e = -1)

Soit e l'image de l'enlèvement d'un blanc (e = +1)

Soit f l'image de la parité finale

$$f = d \times r \times e$$

Mais, c'est e l'inconnue.

Multiplions les deux membres de l'égalité par e f :

$$e\, f^2 = d \times r \times e^2 \times f \ ;$$

$$\text{or } e^2 = f^2 = 1$$

$$e = d \times r \times f$$

si e = -1 on a caché un vert
si e = +1 on a caché un blanc

IL ETAIT UN PETIT NAVIRE

IL ETAIT UN PETIT NAVIRE ...

qui naviguait droit vers le Nord à la vitesse de 10 noeuds (ou 10 milles marins par heure, ou 18,5 km/h)

A minuit, son capitaine aperçoit un phare P exactement dans la direction du S.E.

Une heure après, il voit le même phare (reconnaissable à ses signaux) dans la direction S.S.E.

Le capitaine peut-il savoir où il se trouve sur la carte, lors du deuxième pointage ?

HEURISTIX.

www.lepetitarchimede.fr

PA construit...

SON PETIT RAPPORTEUR

1 = AB	11 = GI
2 = CD	12 = FH
3 = HI	13 = EF
4 = FG	14 = PR
5 = PQ	15 = FI
6 = LM	16 = JK
7 = IJ	17 = EG
8 = GH	18 = GJ
9 = QR	19 = OP
10 = HJ	20

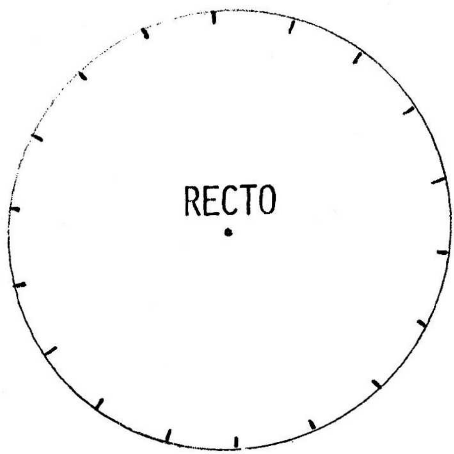
Diviser un cercle en 360 parties égales, c'est long ! Notre ami J.Cottereau vous propose de construire un rapporteur qui ne comporte que 37 graduations et qui pourtant peut vous permettre de tracer exactement n'importe quel angle d'un nombre entier de degrés.

① Découpez un cercle dans du carton et évidez son centre, qui vous servira à repérer le sommet des angles.

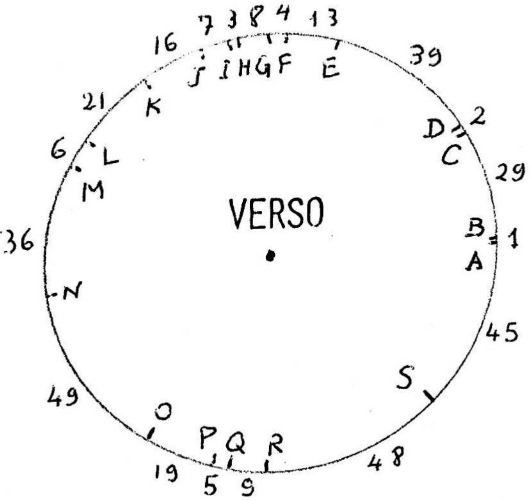
② Au recto, marquez 18 graduations équidistantes : elles vous serviront à tracer des angles multiples de 20°.

③ Au verso, marquez 19 graduations dont les écartements vous sont donnés sur la figure : elles vous serviront à tracer les 342 = 19 x 18 angles non multiples de 20°.*

④ A vous de compléter le mode d'emploi dont voici le début :



www.lepetitarchimede.fr



Je vous propose d'étudier ce problème sur des valeurs plus simples de l'entier N. En effet, il revient à trouver N naturels inférieurs à N^2-1 (ici 360) tels que les $N \times (N-1)$ différences (ici 342) prises modulo N^2-1 (ici par exemple 23-117=266 modulo 360) soient tous les naturels inférieurs à N^2-1 à l'exception des multiples de N+1 (ici 20).

Essayez avec N = 3, 4, 5,...
Je vous donnerai la théorie dans le prochain numéro.

J.C.H.

<u>Question 1</u>

A-t-on besoin des 18 graduations du recto pour tracer tous les angles multiples de 20° ? Non, il suffit de 5 ; lesquelles ?

<u>Question 2</u>

Comment J.Cottereau a-t-il trouvé les N = 19 écarts de son rapporteur ?

* M.Trioker, qui lit par-dessus mon épaule, me souffle : un rapporteur qui ne donne ni 20 ni ses multiples, c'est un rapporteur de la ligue antialcoolique !

DEVINETTE ECOLOGIQUE

Quelle différence y a-t-il entre un chêne-liège et un coubone ?

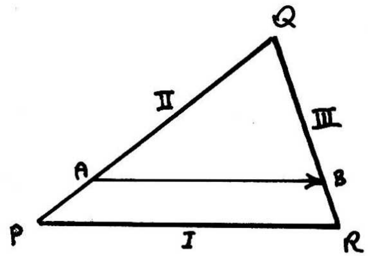
Z.L.

Un chêne-liège est un arbre à tronc rugueux, et un coubone à tronc lisse !

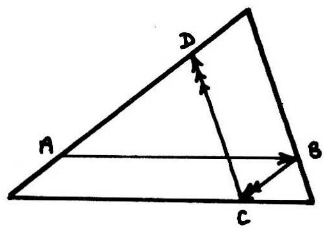
www.lepetitarchimede.fr

LE COIN DU GEOMETRE...

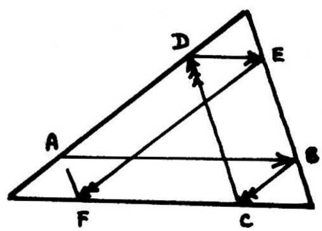
Ces quelques pages sont particulièrement destinées aux élèves de quatrième et de troisième... et à tous ceux qui , comme moi , ont des doutes parfois sur ce qui sépare la géométrie affine (les projections, les droites graduées selon Thalès) et la géométrie métrique ou euclidienne (les distances dans le plan; en un mot Pythagore...).
Bref, rentrons dans le vif du sujet !



Les figures ci-contre représentent le film d'une propriété du triangle que nos lecteurs connaissent peut-être déjà et que d'autres vont découvrir aujourd'hui.



J'allais oublier... Il serait bon que nos jeunes lecteurs se munissent de papier blanc et de certains instruments de dessin (hélas souvent tombés en désuétude dans nos classes) tels que règle,double-décimètre,compas,crayons bien taillés...etc.

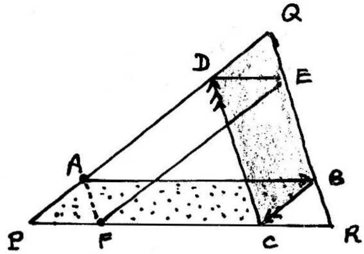


Nous nous apercevons donc que notre ligne polygonale se ferme au bout de deux tours; en un seul , si on choisit le point de départ A au milieu du côté.

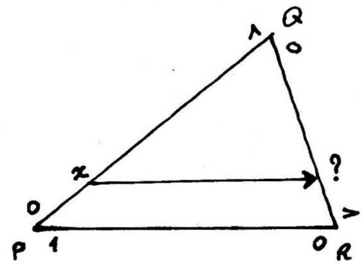
www.lepetitarchimede.fr

La démonstration ... Il en existe plusieurs; certaines sont très élégantes ,d'autres moins . Quelques-unes apparaissent très compliquées,d'autres sont très simples (on oublie alors qu'elles ont demandé une préparation laborieuse et la mise en place de propriétés préliminaires!).

Voici quelques points de départ pour ces démonstrations:



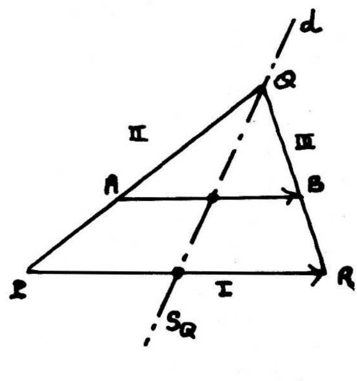
☆ Tout d'abord, cette figure contient un grand nombre de parallélogrammes, alors n'oublions pas l'outil vectoriel!



☆ On peut aussi munir chacune des trois droites I,II et III de repères : essayez donc en prenant (P,Q) pour I,(Q,R) pour II et (R,P) pour III. Le point A est un point quelconque de I d'abscisse x .

☆ On peut aussi essayer d'employer des symétries obliques: appelons S_Q la symétrie oblique par rapport à QQ' parallèlement à I; en notant S_R et S_P les deux autres symétries, examinez la nature de S :

$S = S_P \circ S_R \circ S_Q \circ S_P \circ S_R \circ S_Q$ ...



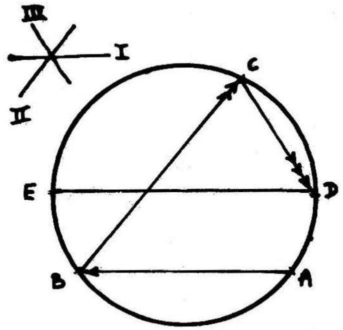
A vos crayons, à vos plumes. J'attends vos réactions et vos rédactions!

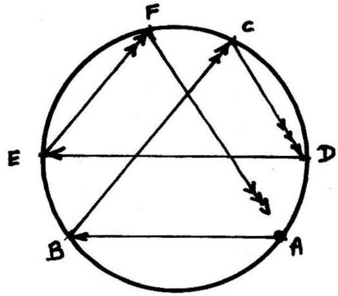
www.lepetitarchimede.fr

J'en restais là lorsqu'un de mes amis (Pierre Gagnaire) me dit de recommencer le même dessin (animé) avec comme support, non pas un triangle, mais un cercle, un vrai , un qui soit tracé au compas! Voici le mode d'emploi:

On se donne trois directions I, II et III (on pourrait dessiner un triangle) et on recommence le film des projections selon I, II, III ,puis une deuxième fois si besoin est. Tiens, tiens, cela se referme aussi!

Alors, cette propriété est-elle affine ou métrique? Ne répondez pas tout de suite ; attendez la fin...



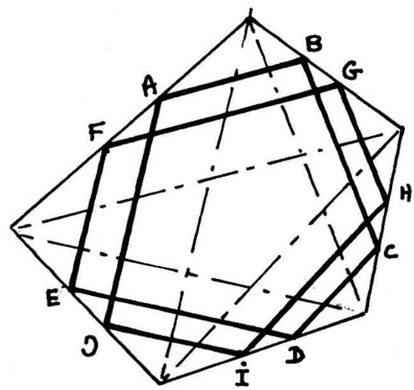


Une ultime question sur ce cercle: où faut-il placer le point A si on veut que cela se referme en un seul tour?
Là, la démonstration semble plus compliquée que pour le triangle où il est simple de prouver que cela ne se produit que pour les milieux des côtés.

Et la démonstration de la propriété?
Là encore , c'est affaire de symétrie et en examinant la figure achevée, nos lecteurs peuvent déjà trouver une solution- quitte à admettre une propriété bien évidente sur les arcs de cercle. (★)

Pour terminer, nous pouvons revenir au triangle, ou plutôt sur les polygones et examiner les deux dernières figures.
Qu'avons-nous voulu dessiner?
Qu'avons-nous illustré ?

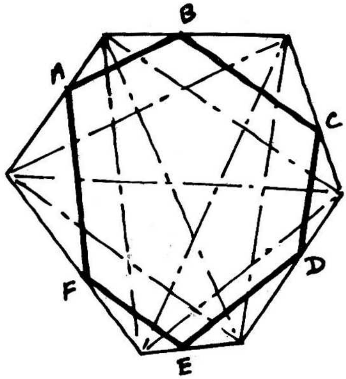
A vous de recommencer ces dessins avec soin , d'en imaginer d'autres et de trouver quelques preuves bien ajustées.



www.lepetitarchimede.fr

(★) si vous aimez le dessin, vous pouvez recommencer ces tracés avec cette fois-ci une *ellipse*.
Nous avons déjà indiqué à nos lecteurs comment on peut dessiner une ellipse avec grande précision.

A.M



L'ASSEMBLEE GENERALE DE L'A.D.C.S.

(Palais de la Découverte, 5-6 mars 1977)

Après Caen, Nancy, Dijon, Strasbourg et Lyon, c'est Paris qui a accueilli l'Assemblée Générale de l'Association pour le Développement de la Culture Scientifique, auteur et éditeur du Petit Archimède.

M. le Directeur du Palais de la Découverte avait mis aimablement à la disposition des participants plusieurs salles du Club Jean Perrin, où des jeunes s'initient à la recherche scientifique sous la conduite du personnel du Palais.

Après avoir procédé aux formalités d'usage - présentation et discussion du rapport moral et du rapport financier, élection du nouveau comité - l'Assemblée s'est scindée en groupes de travail sur les sujets suivants :

- Participation du Petit Archimède à Expo-Jeunes (Paris, 26 mars-6 avril).
- Numéro spécial sur π.
- Problèmes d'échecs.

(voir p.27)

www.lepetitarchimede.fr

BALANCE VII

PA TÂTE DES PATATES

Un vieux problème (entre autres) resté sans solution : il nous vient de Balance IV (PA 21-22, p.19).

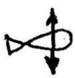
PATATES

PA dispose d'une balance Roberval qui décèle une différence de masse d'1 mg entre 1 mg et 5 kg ; il dispose aussi de 50 patates. Est-il vrai qu'il pourra toujours mettre sur chaque plateau un tas de patates de manière à réaliser l'équilibre ?

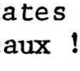
La solution passe par les "patates", celles qu'on utilise pour parler des ensembles. En effet, dans un ensemble de n patates, combien y a-t-il de sous-ensembles ? Il y en a, comme tout le monde le sait, 2^n (en n'oubliant pas le sous-ensemble vide et le sous-ensemble plein). Donc, si je veux mettre un tas A de patates prises parmi mes 50 sur le plateau de gauche, j'ai le choix entre 2^{50} tas. Se peut-il que je n'arrive pas à trouver deux de ces tas qui diffèrent de moins d'un milligramme ? Cela voudrait dire qu'entre le plus léger et le plus lourd de ces tas il y aurait au moins une différence de $2^{50}-1$ mg. Bien que l'énoncé ne le dise pas, je n'ai pas l'impression que les patates dont il parle puissent être assez grosses pour cela. En effet 2^{50} mg, cela fait exactement 1.125.899.906,842.624 kg, ce qui est tout de même beaucoup pour 50 patates.

La conclusion de tout ça est qu'il existe sûrement deux tas A et B qui diffèrent de moins d'un milligramme.

Mais il se pose un problème

 :

Que faire si A et B ont des patates en commun ? On ne peut pas mettre ces patates à la foi sur les deux plateaux !

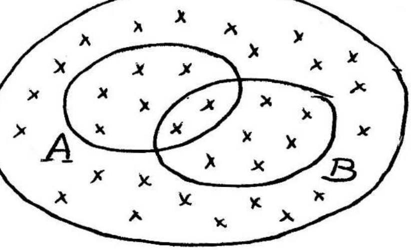
...et un problème  :

Quel est le plus petit entier n par lequel on peut remplacer 50 dans l'énoncé sans changer le

www.lepetitarchimede.fr

résultat ? (Précisons ici que les n patates sont supposées peser au total au plus 5 kg).

(Solutions dans le prochain PA, c'est promis)



La patate des patates

L'ADCS est une association sans but lucratif (loi de 1901) dont le but est "de favoriser l'activité scientifique, notamment chez les élèves de l'enseignement secondaire et technique". (art.2 des statuts)
"L'Association publie une revue ; elle édite ou traduit des ouvrages scientifiques et des matériels didactiques. D'autres moyens d'action (rencontres, journées d'étude, séminaires...) peuvent être décidés par le Comité." (art.3)
Sont considérés comme membres actifs "ceux qui ont été présentés par un des membres du Comité, puis agréés par ledit Comité, et qui ont réglé le coût de l'adhésion." (art.4)

Comité de l'A.D.C.S.
Sortant en 1978 :
R.CUCULIERE (vice-prés.), J.C. HERZ (secr.), M.SCHAEFFER
Sortant en 1979 :
A.DELEDICQ, M.ODIER, Y.ROUSSEL (président)
Sortant en 1980 :
J.BRETTE, M.L. DEHU (trésorière), A.MYX
Suppléants :
J.ADDA, J.M. BECKER, J.CAPRON, C.KAHN, A.VIRICEL

Comité de Rédaction
J.-M. BECKER (St-Etienne), J.BRETTE (Paris), J.CAPRON (Amiens), P.CHRISTOFLEAU (Vendôme), R.CUCULIERE (Paris), M.-L. DEHU (Compiègne), J.-C. HERZ (Paris), A.MYX (Lyon), M.ODIER (Paris), Y.ROUSSEL (Amiens), M.SCHAEFFER, A.VIRICEL (Strasbourg)

www.lepetitarchimede.fr

PA A LU... VU... ENTENDU...

MES ANCETRES LES PEAUX-ROUGES
(d'Amérique du Nord)

par William CAMUS
Ed. La Farandole (1973)

Beaucoup de lecteurs de PA seront probablement intéressés par la vie des Peaux-Rouges. Bien qu'on en ait beaucoup parlé, qu'elle ait souvent été filmée, cette ethnie est néanmoins très méconnue ... si l'on refuse de se contenter du cliché raciste de la brute sanguinaire au teint cuivré, toujours à l'affût d'un scalp ou d'une bouteille de whisky.

Ce sont de véritables civilisations qui ont été détruites - le plus souvent férocement - par l'homme blanc. Que de massacres de femmes et d'enfants indiens n'ont-ils pas été tus!

William Camus, qui est de souche indienne, nous le rappelle dans son livre. Il ne tombe cependant pas dans la polémique, mais apporte aux lecteurs des renseignements qui leur permettront de se faire une opinion.

De la naissance à la mort, William Camus nous dépeint l'Indien, son village, ses techniques, ses croyances, ses cérémonies, ses jeux, ses langages ... et bien d'autres choses encore.

De nombreuses photos, dont celles de chefs légendaires (Géronimo, Sitting-Bull, etc...) donnent une dimension humaine à ce livre, dont voici quelques citations.

"Très tôt le bébé Indien est mis sur ses pieds, afin de lui arquer les jambes. C'est cette déformation qui donnera à sa démarche cette sûreté de pied peu commune, cette endurance et cette souplesse que le coureur des bois, le trappeur blanc lui envie. L hiver, avec ses jambes arquées, l'Indien fera de longues courses sur ses raquettes à neige alors que le Blanc, même après plusieurs années d'entraînement, n'échappera pas à ce que les Canadiens ont appelé "le mal des raquettes" : une douleur tenace dans les hanches qui disparait à l'arrêt et reprend dès que l'homme repart."

"Savez-vous, hommes blancs, que, quand vous barrez votre ceinture d'un geste signifiant "rien à faire" et que vous affirmez votre bonne foi en portant la main sur le coeur, vous parlez Peau-Rouge ? Si vous levez la main au-dessus de votre

www.lepetitarchimede.fr

tête en disant "j'en ai jusque là" vous employez encore un signe Indien comme tant d'autres que vous ne soupçonnez pas(...) Ces gestes (...) ont été apportés en France au XVIIIe siècle par les coureurs des bois (qui) s'entretenaient par gestes avec les Peaux-Rouges."

Il existe d'autres livres sur les Peaux-Rouges. Les plus grands apprécieront "Pieds nus sur la Terre Sacrée" dont la référence * m'a été communiquée par M. Motte, que je remercie. A travers tous ces ouvrages vous découvrirez que la civilisation n'était souvent qu'un prétexte pour la conquête de territoires, et que les "Sauvages" avaient souvent le teint bien pâle.

M. SCHAEFFER

* Pieds nus sur la Terre Sacrée
Textes recueillis par T. C. Mc Luhan
Editions de poche (Bibliothèque Médiations)
Denoël (13 F.)

LES VIVANTS LES MORTS... ET LES AUTRES

Aucun lecteur de P.A. n'a pu oublier cette tempête du 15 septembre 1970 où le cargo soviétique, Lobatchevski, ramenant des îles Aléoutiennes quelques animaux à fourrure, sombra corps et biens. L'unique rescapé, Ivan Popov, s'accrochant à la vie et à une précieuse caissette, atteignit le rivage d'une île où, seuls, nichaient quelques oiseaux. Ivan sauvait du naufrage son élevage de sousliks, dix individus vigoureux nés en juin 1970.

D'une de ses poches, il tira une feuille mouillée de "The Hulott" édition alaskienne d'un journal bien connu.

"Dans un groupe de dix sousliks, il y a deux femelles reproductrices dont chacune, à l'âge de huit mois, a une première portée de 5 jeunes. Tous les quatre mois ensuite, chaque reproductrice a 5 petits ; les naissances ont lieu en février, juin et octobre".

Ivan se mit à calculer l'effectif de la colonie au 15 décembre de chaque année jusqu'en 1976.

www.lepetitarchimede.fr

Il aborda la deuxième page de "The Hulott".

"Les sousliks, à en croire les Géorgiens, pourraient atteindre l'âge de neuf ans". Ivan sourit, car la longévité des individus est bien plus grande dans les pays qui n'avaient pas d'Etat Civil". Puis, l'émotion lui serra la gorge. : "Désireux de s'éviter la double honte de vivre aux dépens des jeunes couches et de leur offrir le spectacle de leur décrépitude avancée, les sousliks âgés pratiquent le suicide collectif. Le chef des Anciens - ceux qui ont dépassé l'âge de deux ans - rassemble les intéressés le jour de la Pleine Lune qui suit le Solstice d'Hiver. A son signal; tous ces pauvres vieux se jettent à la mer en partant et d'un grand rire et à la rencontre des phoques. Ceux-ci dont l'adresse prodigieuse est bien connue, ont passé pour peu intelligents jusqu'au jour où on s'est avisé qu'ils aboyaient en morse : leurs plaisanteries étaient si salées qu'un journal de cette tenue se doit de les noyer dans l'oubli.

Ce jeu de "A Rat qui rit" m'oblige à refaire mes calculs, pensa Ivan.

A la 3ème page : "La vie saine et réfléchie des sousliks les met à l'abri de la maladie et des prédateurs. Le souci de pérennité de l'espèce prime l'instinct de conservation des individus".

Sans te laisser le temps d'évoquer d'autres espèces qui s'obstinent à encombrer la biosphère, sans avoir la pudeur des sousliks, dis-nous, ami lecteur, l'effectif de ces petits rats à la date du 15 décembre 1976, dans les deu hypothèses envisagées par Ivan :

1) sans tenir compte des décès,

2) compte tenu du suicide collectif.

Les lecteurs moins jeunes pourront pousser leurs dénombrements au-delà de 1976.

www.lepetitarchimede.fr

Le Trioker

PAVAGES DU PLAN ET JEUX COLLECTIFS DU TRIOKER

FANAS DU VRAI TRIOKER

Je vous ai sournoisement proposé de résoudre le puzzle "Paire de lunettes" en 13 pièces (figure 18-1) en utilisant 13 pièces choisies dans votre jeu de Trioker : les 13 pièces qui comportent au moins une fois un sommet de valeur "trois". C'était sournois,parce que aucune juxtaposition correcte des 13 pièces ne permet de réussir ce puzzle. Mais ce qui est intéressant, c'est de suivre le raisonnement prouvant cette impossibilité.

Sur la figure 18-1 , les chiffres que je place indiquent le nombre de sommets juxtaposés. Vous voyez qu'il existe :

	Deux réunions de 6 sommets	(12)
	Une réunion de 5 sommets	(5)
	Deux réunions de 3 sommets	(6)
	Huit réunions de 2 sommets	(16)
	TOTAL	39

Ces 39 sommets doivent correspondre à ceux de nos 13 pièces choisies, dont voici la liste :

333	330	331	332	123	230	301
	223	113	003	132	203	310

Regardez bien les valeurs portées par ces 39 sommets.
Vous avez :

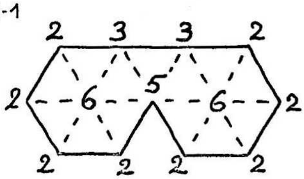
18	sommets de valeur "trois"
7	sommets de valeur "Deux"
7	sommets de valeur "Un"
7	sommets de valeur "zéro"

Construire le puzzle, c'est regrouper correctement ces 39 sommets selon les réunions de la figure 18-1.

Et les petits futés remarquent tout de suite qu'il y a 7 sommets de valeur "deux" : ils devront être regroupés, soit en (une réunion de 5 sommets et une réunion de 2 sommets), soit en (une réunion de 3 sommets et deux réunions de 2 sommets). Dans les deux cas, pour placer les valeurs "deux", on devra certainement utiliser l'une des trois réunions groupant un nombre impair de sommets.

www.lepetitarchimede.fr

fig 18-1



Pendant qu'on y est, on peut remarquer que le même raisonnement s'applique aussi aux 7 sommets de valeur "un" - et aux 7 sommets de valeur "zéro". Donc la case centrale de la paire de lunettes, qui comporte les trois réunions de 5, 3 et 3 sommets, va obligatoirement présenter une réunion de valeurs "deux" , une réunion de valeurs "un" et une réunion de valeurs "zéro". Cette case doit donc être occupée par la pièce 012 (ou bien par la pièce 021) ..... qui n'existe pas parmi les 13 pièces choisies, puisqu'elle ne comporte aucun sommet de valeur "trois". Donc le puzzle est impossible. Avouez que c'est plus astucieux que d'essayer toutes les permutations de pièces - en se demandant toujours si on en oublie...

La figure 18-2 est une des solutions du difficile Parallèlogramme creux : puzzle "à trou" , utilisant la totalité des 24 pièces logiques de votre Trioker, avec seulement deux pointes libres et donc seulement deux degrés de liberté. Vous savez qu'un puzzle est d'autant plus difficile qu'il offre <u>moins</u> de degrés de liberté. Alors j'ai commencé à classer mes puzzles personnels : ceux avec 3 degrés de liberté ; ceux avec 2 degrés de liberté ... Mais je me suis aperçu que je n'ai pas de silhouettes réunissant les 24 pièces en présentant 1 degré de liberté ?? Qu'en pensez-vous ? Pouvez-vous m'en envoyer ? Enfin, j'ai plusieurs puzzles en 24 pièces sans aucun degré de liberté : aucun sommet de pièce n'est isolé dans le "Triangle creux" de la figure 18-3 . Vous êtes avertis : c'est un puzzle très difficile, qui mériterait à lui seul trois arêtes ...

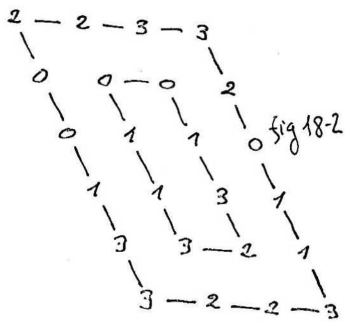


fig 18-2

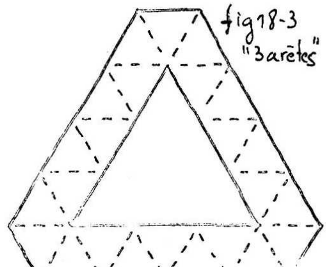


fig 18-3
"3 arêtes"

www.lepetitarchimede.fr

LE JEU DES 27 TRIANGLES

Le Trioker est fait avec des triangles équilatéraux de mêmes dimensions ; toutes les pièces sont différentes par la répartition de "valeurs" sur leurs sommets, de telle sorte que chaque répartition possible est présente une fois et une seule fois. Et si on applique le même principe sur un autre type de triangle ? Qu'est-ce que ça va changer ?

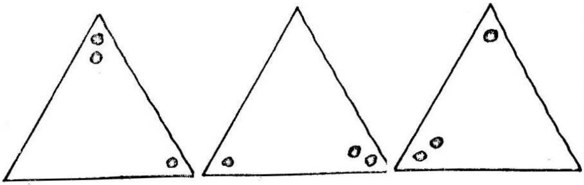


fig 18.4

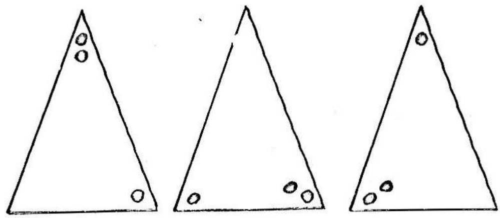


fig 18-5

Rappelez-vous nos débuts sur le Trioker. Dans la figure 18-4 , voici trois pièces qui pourraient s'appeler respectivement 012, 120 et 201 en lisant leurs valeurs dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, à partir du sommet situé en bas à gauche. Mais comme les trois côtés (et les trois angles) de chaque triangle sont égaux, il est possible de faire tourner chaque pièce de 120° ou de 240° ; ces trois pièces sont, en fait, identiques entre elles. Donc, votre Trioker comporte une et seulement une pièce 012, qui joue aussi bien le rôle de la pièce 120 et de la pièce 201.

Mais si les pièces triangulaires ne sont pas équilatérales, il n'est plus possible de les faire tourner pour jouer d'autres rôles. La figure 18-5 vous montre trois triangles isocèles présentant, dans l'ordre adopté, les sommets de valeurs 012, 120 et 201. Vous voyez bien qu'en faisant tourner la pièce 012 dans son plan, vous n'obtiendrez jamais la pièce 120 ni la pièce 201. Autrement dit, en détruisant les symétries de la forme "triangle équilatéral" , on rend toutes les pièces indispensables : chacune jouera son rôle et seulement son rôle.

Combien de pièces triangulaires identiques "non-équilatérales" pour former un jeu complet ? Ça dépend du nombre de valeurs différentes que vous adoptez. Si vous prenez <u>une seule</u> valeur, appelée zéro par exemple, votre jeu sera formé d'une seule pièce "000" (c'est un jeu "poisson avec zéro arête ..."). Avec <u>deux</u> valeurs possibles, les pièces sont les suivantes (je vous laisse le soin de les dessiner :

000	001	010	011
111	110	101	100

www.lepetitarchimede.fr

www.lepetitarchimede.fr

Jeu de 27 triangles isocèles, avec un rangement et une dénomination arbitraire des pièces. Remerciez notre ami DELEDICQ et son ordinateur, qui a dessiné les contours des 27 pièces. Chaque sommet doit porter une des trois valeurs possibles "zéro, un, deux" . Vous pouvez remplacer les points par trois couleurs sur les pièces que vous fabriquerez en carton blanc : par exemple, laissez en blanc les sommets "zéro" , coloriez en bleu les sommets "un" , et en rouge les sommets "deux" . Ne vous trompez pas ! il faut que les 27 pièces soient toutes présentes et toutes différentes.

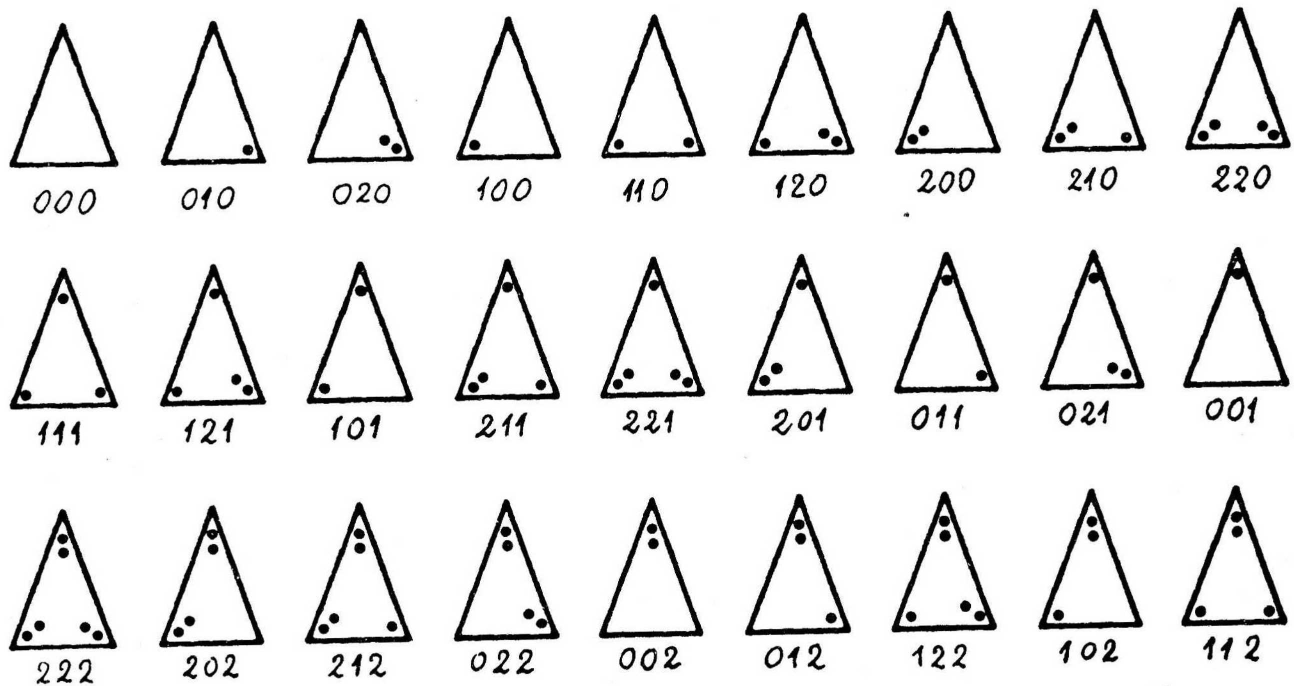


fig 18-6

Avec huit pièces, c'est encore un jeu trop élémentaire. Essayons de former un jeu avec <u>trois</u> valeurs possibles pour les sommets. Le tableau suivant donne le nom des 27 pièces différentes :

000	100	200
001	101	201
010	110	210
011	111	211
002	102	202
020	120	220
022	122	222
012	112	212
021	121	221

Un effectif de 27 pièces différentes est intéressant sans être trop encombrant ni trop compliqué pour un jeu. Pour l'instant, nous savons que les pièces triangulaires, toutes identiques, ne doivent pas être des triangles équilatéraux. Il nous reste à explorer le domaine de la "forme" donnée aux 27 triangles : vous allez voir que plusieurs jeux distincts de pavage du plan sont réalisables, chacun avec 27 triangles. Je vais vous détailler le premier comme exemple : vous ferez les autres vous-même !

<u>27 triangles isocèles</u> :

Je les représente sur la figure 18-6 , en les classant un peu comme les pièces du Trioker dans la boite du Jeu : les pièces "triples" vers le bord gauche. Mais, arbitrairement, je place en première ligne horizontale les pièces portant la valeur "zéro" sur le sommet supérieur. Dans chaque colonne verticale, je place une pièce portant sur chaque sommet <u>un point de plus</u> que la pièce supérieure. En dessous du triple 000 , vous avez 111 , puis 222 .... On s'arrête là : il n'y a que trois valeurs possibles (zéro, un, deux) pour chaque sommet. Vous pouvez vérifier que les 27 pièces représentées sont bien toutes les combinaisons possibles. Vous pouvez trouver notre classement des pièces arbitraire, et en préférer un autre ; vous pouvez aussi changer la façon de "nommer" les pièces. Mais elles resteront celles de la figure 18-6.

... A propos, c'est bien joli d'avoir décidé que nos 27 pièces ont la forme de triangles isocèles identiques. Mais avec quelles valeurs angulaires ? Il faut choisir, par exemple, la valeur de l'angle compris entre les deux côtés égaux. Vous pouvez choisir vous-même cette valeur. Dans la figure 18-6, je vous propose des triangles ayant des angles égaux à 70°, 40° et 70°. Pourquoi ? J'aimerai que vous réfléchissiez un peu sur ces valeurs avant de lire la réponse que je fais placer après ma signature.

Et comment jouer ? Vous pouvez transposer toutes les règles des jeux collectifs du

www.lepetitarchimede.fr

Trioker. Commencez donc par jouer "comme aux dominos" : vous avez ici 27 pièces au lieu des 28 - mais ici vous pouvez paver le plan ! Et puis vous adapterez les jeux collectifs décrits dans PA 24, dans PA 31-32, dans le livre "Surprenants Triangles" (Cedic, Paris) , etc... Ensuite, vous construirez des puzzles : les plus difficiles seront des puzzles utilisant la totalité des 27 pièces, avec le plus petit nombre de sommets libres. Dans tous les cas, la seule Règle demeure : les sommets réunis doivent porter la même valeur. Si vous construisez pour vous un jeu en carton, prenez par exemple les dimensions suivantes : deux côtés de 40 mm, un côté de 27 mm. Taillez des bandes de carton de largeur L = 37mm comme figure 18-7 (c'est déjà un exemple de puzzle !) Et pendant que vous découperez, découpez une pièce supplémentaire qui vous servira de joker (voyez PA 35-36).

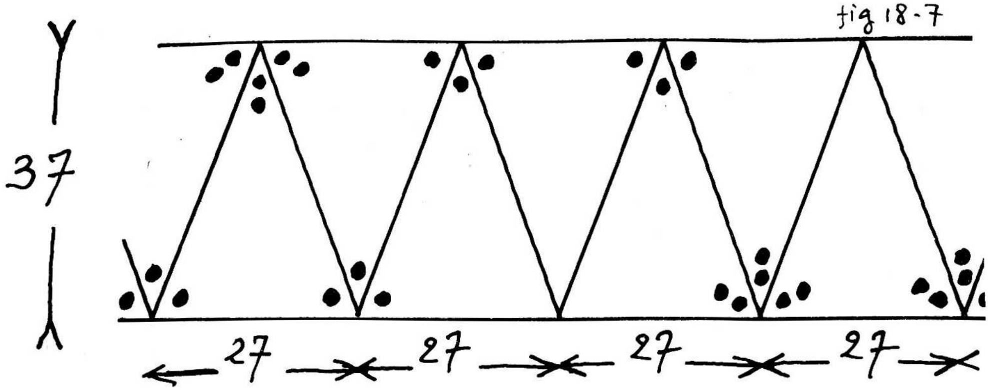
27 triangles rectangles :

C'est un autre jeu que vous pouvez construire ; par exemple vous découpez 14 carrés (de 5 cm de côté), puis vous les divisez chacun selon une diagonale. Vous aurez 28 triangles rectangles et isocèles en même temps : de quoi vous faire un nouveau jeu, avec même la pièce Joker. Vous verrez que ce jeu est intéressant surtout parce que vous pourrez avoir des angles droits dans vos silhouettes de puzzles : ça renouvelle agréablement les puzzles de pavages partiels du Trioker.

Vous pouvez aussi suivre notre ami Pagano et ses élèves du Club Evariste GALOIS de La Seyne sur Mer. Ils ont étudié les jeux de pavage par des triangles rectangles de côtés 3, 4 et 5 centimètres dont les sommets étaient colorés. En juxtaposant correctement deux triangles par leurs hypothénuses, vous obtenez un rectangle de 3 x 4cm, des quantités de puzzles agréables sont faciles à obtenir. Et, en plus, vous imaginez tout ce qui est possible comme "classement, codage, numération, translation, symétrie, groupe de permutation des couleurs et des sommets, connexité, convexité, relation entre nombres de sommets, d'arêtes et de faces, aperçus sur le problème de coloriage des cartes..." Telle est l'énumération citée par Pagano, qui ajoute qu'en dédoublant un jeu des 27 triangles, les 54 pièces permettent des dallages spécialement intéressants.

Après les triangles équilatéraux du Trioker, les triangles isocèles, les triangles rectangles isocèles, les triangles rectangles "3-4-5" , on peut aussi bien adopter n'importe quel autre type de

www.lepetitarchimede.fr



triangle. Dans chaque cas, pour vous construire un jeu, découpez 27 triangles identiques à la forme que vous avez choisie (28 si vous voulez une pièce Joker ...) Ensuite, placez vos 27 triangles en neuf lignes et trois colonnes, avec toujours la même orientation . Choisissez trois couleurs correspondant respectivement aux trois valeurs "zéro, un et deux" de la figure 18-6 , et coloriez les sommets de vos triangles sans vous tromper. Je vous conseille d'écrire au centre de chaque pièce son nom, comme indiqué figure 18-6 : ça facilite beaucoup la conversation de pouvoir demander à un camarade "As-tu la 012" au lieu d'avoir à dire "As-tu la pièce dont le petit angle porte la valeur "deux", l'angle inférieur gauche la valeur "zéro" et l'angle inférieur droit la valeur "un" ?

Mais avec les triangles scalènes , ne croyez pas être débarrassés ! Il y a encore d'autres types de triangles intéressants : nous les verrons bientôt. Pour aujourd'hui, je termine en vous disant : Avec deux couleurs pour les sommets, nous avons 8 pièces triangulaires différentes. Avec trois couleurs, nous avons 27 pièces triangulaires différentes. Combien trouverons-nous de pièces triangulaires différentes avec 4 couleurs?

M. TRIOKER

Les neuf triangles isocèles portant la valeur "zéro" sur leur sommet "40°" peuvent former une "roue" complète. Vous pouvez presque construire un tricycle ....

Echecs (14)

LES LONGS PROBLEMES D'OTTO TITUS BLATHY.

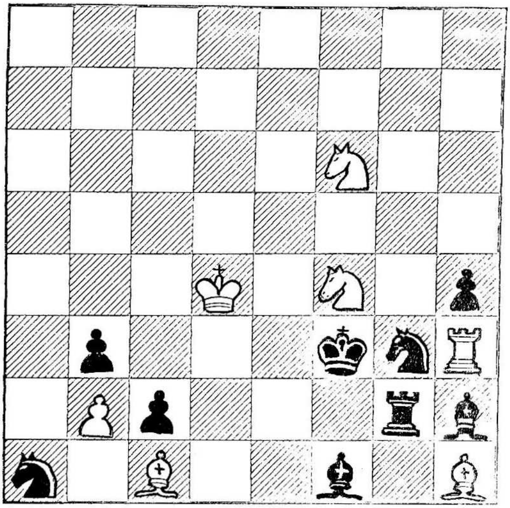
Otto-Titus BLATHY, éminent savant Yougoslave, inventeur du transformateur, est connu dans le petit monde du problème d'échecs comme le roi des longs problèmes. Le problème le plus long connu date de 1929. L'énoncé est : mat en 290 coups ! Rassurez-vous, je ne vous le proposerai pas cette fois !

Pour commencer, nous allons regarder ensemble un problème de Sam Lyod. Les noirs ne disposent que du coup Fh2-g1. Le fou noir va donc, pendant toute la solution, passer de la case h2 à la case g1. Les autres pièces noires sont ou bien bloquées comme le cavalier a1 ou bien clouées comme le cavalier g3 et la tour g2, ou bien indispensables pour passer un mat immédiat comme le fou f1 dont le départ amènerait F x Tg2 mat. Comment les blancs vont-ils raisonner ? Le mat, après analyse, ne peut être donné qu'en g3 par T x Cg3. Pour cela, il faut éliminer le pion noir h4 et contrôler la case g3. Quelle pièce peut jouer ce double rôle ? Poser la question, c'est y répondre : le roi blanc bien sûr. Un petit problème pour lui : il devra rester sur les cases noires pour ne pas être importuné par le fou f1 qui pourrait débloquer la situation noire en jouant : Ff1 donne échec, les blancs seraient alors obligés de parer et le pion f2 ferait Dame, ce qui enlèverait tout espoir de gain aux blancs. Le roi blanc va donc se rendre en h4 en empruntant les cases noires : é 5 ; a6 ; é 7 ; f8 ; g7 ; h6 ; g5 puis h4 suivi de T x Cg3. Mais où est le problème, direz-vous ? Une telle simplicité ne mérite pas mention. Voilà où notre vieux farceur de Sam Loyd intervient, la solution donnée ne marche pas ainsi !!! Le roi blanc a joué 8 coups pour prendre le pion h4, le fou noir est donc revenu en h2 rendant impossible le mat. Nous voici donc devant un joli problème de parité. Le roi blanc doit arriver en h4 dans un nombre impair de coups. Pour cela il doit passer par une case blanche. S'il reste sur les cases noires, le nombre de coups nécessaires pour

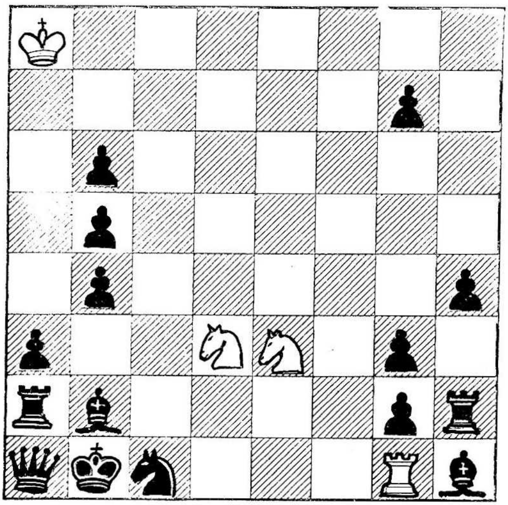
www.lepetitarchimede.fr

se rendre à h4 sera toujours pair et ... le fou noir se retrouvera toujours en h2 pour parer le mat. Mais où trouver la case blanche que le fou noir f1 ne puisse contrôler en un coup, que le roi blanc puisse occuper sans risquer l'échec ? Cette case, vous l'avez trouvée, bien sûr, et par là-même résolu ce très célèbre problème.

Maintenant, nous pouvons passer au problème de K. Fabel en 72 coups qui est fondé sur le même principe. Les noirs ont un seul coup à leur disposition : Th2-h3, compte tenu des coups de pions. Les blancs doivent forcer le Fou noir b2 à jouer. Pour cela, ils doivent capturer avec leur roi la Tour noire h2 quand celle-ci se trouve en h3. Seul le roi blanc est disponible pour ce travail, il doit se rendre en g4 en restant sur les cases blanches (pour éviter un éventuel échec du Fou b2). Mais comme il doit se rendre à son terminus en un nombre impair de coups, nous sommes ramenés au problème précédent : trouver une case noire inaccessible au fou b2. Maintenant la solution vient d'elle-même : le roi blanc se rend en g4 en un nombre impair de coups mais la tour h2 se garde bien d'aller en h3 et les noirs poussent un pion. Le roi blanc retourne alors perdre son coup sur l'unique



N° 28 SAM LOYD
La Comète
Saturday Courrier 1856
Les blancs font mat en 14 coups



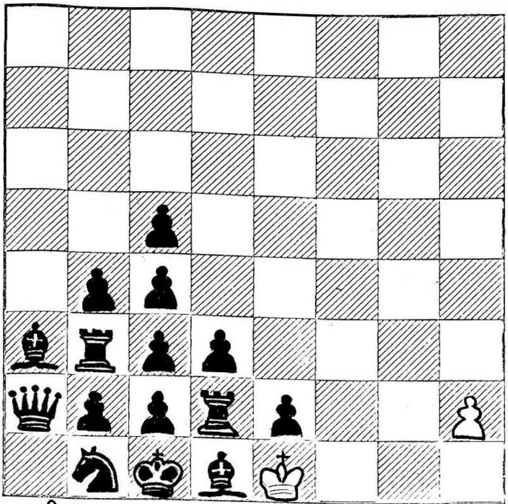
N° 29 KARL FABEL
Die Schwalbe 1938
Les blancs font mat en 72 coups

www.lepetitarchimede.fr

case noire qui lui soit accessible et le processus recommence jusqu'à ce que les noirs n'aient plus de coup à leur disposition, alors le roi blanc capturera la Tour, le fou b2 sera obligé de jouer et les blancs materont par T x Cç1. Et cela vous prendra 72 coups.

Si vous avez bien compris ces explications vous résoudrez le problème en 15 coups d'O. Blathy. Pensez seulement que la promotion est une promotion en Cavalier et qu' un cavalier ne peut perdre aucun coup. A vous de bien compter.

PETIT PHILIDOR



n°30 OTTO TITUS BLATHY
Chess Amateur 1922
Les blancs font mat en 15 coups

SOLUTIONS

n°26 SONNENFELD

Clé :	1.b4 !	menace	2 é6 mat
Si	1 - axb3 ep		2 a8=D mat
Si	1 - d5		2 exd6 ep mat
Si	1 - Cé4		2 OO mat
Si	1 - Cxé2		2 Rxé2 mat

n° 27 YAMINISHI

Clé :	1.g4 !	menace	2 Dxa7mat
Si	1 - fxg3 ep		2 Tf8 mat
Si	1 - OOO		2 a8=D mat
Si	1 - Fxg4		2 Th8 mat
Si	1 - Td8		2 Cç7 mat

Problème de P.CHRISTOFLEAU

Clé:	1.é4 menace		2.Cd7 mat
Si:	1 - dxé4	ep	2.Fç3 mat
Si:	1 - fxé4	ep	2.Fg3 mat
Si:	1 - b4		2.Cç4 mat

Problème de VALLADAO

Clé:	1.g4	menace	2.a8=D mat
Si:	1 - bxg4	ep	2.h8=D mat
Si:	1 - Fa2		2. OOO mat

Remarque : ep signifie en passant
(Revoyez la règle du jeu)

OO signifie le petit roque

OOO signifie le grand roque

www.lepetitarchimede.fr

Les PB du PA

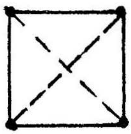
Les Anciens disaient : "SCRIPTA MANENT" ; nous traduisons : "les écrits restent" . Nos écrits nous suivent, comme nos actes. Depuis le lointain Maroc, M. Pierre Bonnet pointe un doigt accusateur - mais magnanime - sur les PB dont la solution n'a pas paru. Il rejoint dans la revendication plusieurs autres lecteurs. Je vais donc publier la solution du PB 13 paru dans le PA 6 (cela ne nous rajeunit pas !)

Mais les PB n'ont pas que des solutions, ou plutôt ces solutions sont souvent à l'origine de nouveaux PB. Francis NARBONI, élève de 1ère B au L.E.M. de Noisy-Le-Sec, a cherché, et trouvé, quelle est la probabilité de recevoir un carré à la belote (PB 3, PA 4, PA 11). Pas satisfait, il m'a posé la question suivante :

<u>PB 58</u>. - A la belote à 4 joueurs, chacun reçoit 8 cartes, prises au hasard parmi les 32 d'un jeu normal. Quelles sont ses chances d'avoir un "cent" (5 cartes consécutives de même couleur) ou un "cinquante" (4 cartes consécutives de même couleur ?).

Bien d'autres PB ont ainsi des suites. Le PB 7 (PA 5, PA 10) parlait de la distance des points du plan, la distance usuelle, euclidienne, dont on obtient une bonne estimation avec un double-décimètre (ou une chaîne d'arpenteur, selon les cas). On peut en reparler :

<u>PB 59.</u> - Etant donnés 4 points A, B, C, D du plan, ces 4 points ont en général 6 distances mutuelles : AB, AC, AD, BC, BD, CD. Ces distances mutuelles peuvent prendre jusqu'à 6 valeurs différentes, et elles ont au moins deux valeurs différentes. Mais comment doivent être disposés ces 4 points pour que leurs distances aient seulement <u>deux</u> valeurs différentes ?



Pour vous aider, la figure donne une solution : trouvez les autres.

La distance usuelle sur la sphère, par exemple sur la sphère terrestre, est aussi une source inépuisable de questions. La première de ces questions avait été posée dans le PB 33 (PA 20, PA 23). En voici une autre :

www.lepetitarchimede.fr

PB 60. - On assimile la sphère terrestre à une sphère de 40 000 km de tour. Combien de points peut-on placer au plus sur cette sphère de sorte que leurs distances mutuelles soient toutes égales ? Quelle est alors la valeur commune de ces distances ?

Mais, trève de rétro : la nostalgie n'est plus ce qu'elle était. Voici un énoncé classique un peu renforcé, posé par tonton Archybald.

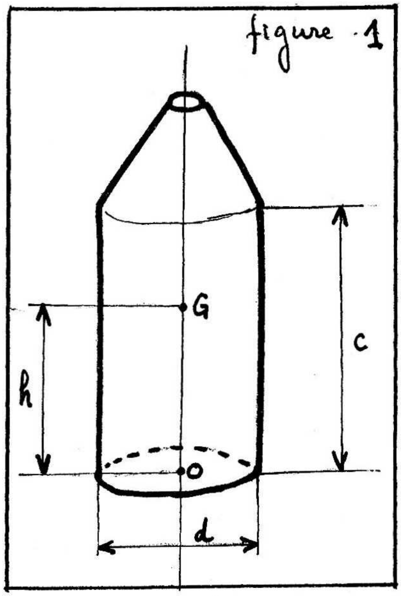
PB 61. - Montrer qu'il existe un million de nombres entiers consécutifs non premiers. Et un million d'entiers consécutifs chacun divisible par le cube d'un entier (plus grand que 1, bien sûr). Et encore un million (on ne se refuse rien) d'entiers consécutifs, possédant chacun au moins dix facteurs premiers différents.

--- DES SOLUTIONS ---

PB 56, PA 33-34, p. 41 (Bouteille plastique)

La figure 1 représente une bouteille plastique de masse m = 70g , on veut savoir combien il faut y verser d'eau pour que le centre de gravité vienne le plus bas possible.

Appelons S la surface de la base circulaire de la bouteille, h la hauteur du point G,



qui est son centre de gravité quand elle est vide, C la hauteur de la partie cylindrique de la bouteille. On donne : h = 14 cm, C = 21cm, et le diamètre de la base : 9 cm.

Soit x la hauteur de liquide qu'on y verse, p la masse volumique de ce liquide. Si $x \leqslant C$, la hauteur du centre de gravité du liquide sera $\frac{x}{2}$, son volume sera Sx et sa masse pSx. Donc la hauteur du centre de gravité global sera :

$$y = \frac{m.h + pSx.\frac{x}{2}}{m + pSx} = \frac{\frac{2m}{pS}\,h + x^2}{\frac{2m}{pS} + 2x}$$

En posant $\frac{2m}{pS} = \ell$; on a

$$y = \frac{\ell h + x^2}{\ell + 2x} .$$

www.lepetitarchimede.fr

C'est une fonction de x, que l'on peut étudier à l'aide de sa dérivée. On trouve que la valeur de x qui rend y minimum est la valeur de x telle que y = x , c'est-à-dire qu' alors le centre de gravité de la bouteille avec l'eau est à la surface de l'eau. Cette valeur est :

$$a = \frac{-\ell + \sqrt{\ell(\ell + 4h)}}{2}$$

Elle est inférieure à h, donc à C, ce qui prouve que la solution convient.

Numériquement, le diamètre de la bouteille est de 9 cm, donc $S = 63,62\ cm^2$.

De plus : $p = 1 g/cm^3$, $m = 70g$

d'où $\ell = \frac{2 \times 70}{1 \times 63,62} = 2,20$ cm

On trouve à peu près a = 4,6cm

Vous pouvez vous amuser à faire le calcul pour une bouteille de verre (c'est plus sain), en supposant toujours que le fond est plat. Et n'oubliez pas que si une bouteille à moitié vide égale une bouteille à moitié pleine, une bouteille vide n'égale pas une bouteille pleine. D'ailleurs, elles n'ont en général, pas le même centre de gravité ...

<u>PB 13</u>, <u>PA 6</u> (<u>Partager un fromage</u>)

Avec n coups de couteau rectilignes, en combien de morceaux au plus peut-on couper un Camembert ? C'est-à-dire : en combien de régions au plus n droites partagent-elles le plan ? Soit B_n ce nombre. La figure 2 nous montre que $B_1 = 2$, $B_2 = 4$, $B_3 = 7$. Comment passe-t-on de B_n à B_{n+1} ? On trace une (n+1)-ième droite sur la figure qui donne B_n. Cette droite est coupée par les n précédentes en au plus n points, qui déterminent sur elle (n+1) régions. Ces (n+1) régions bordent les (n+1) régions supplémentaires du plan que notre nouvelle droite introduit.

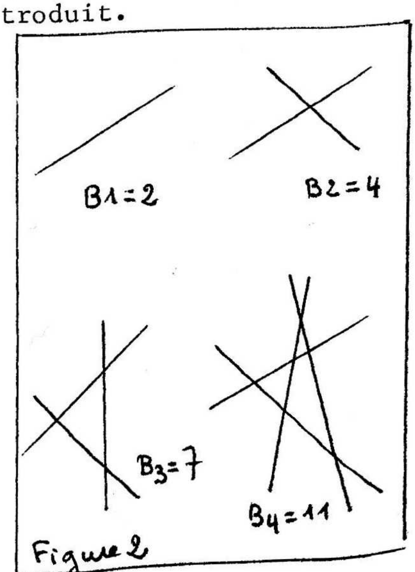


Figure 2

www.lepetitarchimede.fr

On a donc :

$$B_{n+1} = B_n + (n+1)$$

Cela nous permet de déterminer B_n de proche en proche.

D'abord, $B_0 = 1$: s'il n'y a pas de droites, le plan est partagé en un morceau !

Puis $B_1 = B_0 + 1 = 1 + 1$.

Et ensuite $B_2 = B_1 + 2 = 1 + 1 \; 2$. Continuez, et vous trouverez :

$B_n = 1 + 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n = 1 + T_n$, où T_n est le n -ième nombre triangulaire, la somme des n premiers nombres entiers, qui vaut :

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

Mais ce n'est pas tout. Notre ancien énoncé nous demandait de refaire le même problème avec un fromage de Hollande, qui est un fromage spatial, alors que le camembert est "plan" (je n'ai pas dit plat). C'est-à-dire qu'ici l'on cherche en combien de régions au plus n plans partagent l'espace à 3 dimensions. Soit C_n ce nombre. On voit tout de suite que $C_0 = 1$, $C_1 = 2$, $C_2 = 4$, et on imagine sans trop de mal que $C_3 = 8$. La tentation serait grande de "conclure" que $C_4 = 16$, $C_5 = 32$, etc ... Méfiance...

Voyons cela de plus près : on passe de C_n à C_{n+1} en ajoutant un $(n+1)$-ième plan aux n plans déjà présents. Sur ce $(n+1)$-ième plan, les n plans précédents découpent n droites, qui le partagent en B_n régions. Ces B_n régions du plan bordent, dans l'espace, les régions supplémentaires introduites par ce dernier plan. Cela paraît assez compliqué, mais cela marche comme le raisonnement qui nous a servi plus haut à trouver B_{n+1} à partir de B_n . Les régions supplémentaires introduites par le $n+1$ -ième plan sont donc au nombre de B_n , d'où : $C_{n+1} = C_n + B_n$.

Et de proche en proche :

$C_1 = C_0 + B_0$,

$C_2 = C_1 + B_1 = C_0 + B_0 + B_1$,

et ainsi de suite jusqu'à :

$C_n = C_0 + B_0 + B_1 + \ldots + B_n$

Il y a plusieurs manières de calculer cette somme, qui sont toutes d'accord pour donner :

$$C_n = \frac{n^3 + 5n + 6}{6}$$

D'où l'on tire : $C_4 = 15$ et non 16 , $C_5 = 26$ et non 32.

Notre "introduction" ci-dessus s'avère fausse.

www.lepetitarchimede.fr

Là aussi, les questions nouvelles se posent : on pourrait continuer, et se demander en combien de régions l'espace à 4 dimensions peut être partagé par n sous-espaces à 3 dimensions, ou hyperplans, et ainsi de suite. S'il y a là-bas une hyper-Hollande qui produit des (hyper) fromages, il peut être utile de le savoir.

Et toujours plus fort : qui pourrait trouver le nombre R_n^d des régions que n hyperplans (sous-espaces de dimension d-1) découpent dans un espace de dimension d ? Et parmi ces régions, certaines sont bornées, d'autres non : on pourrait chercher ... Mais arrêtons-nous là.

PB 55, PA 33-34 (Barrage)

Un barrage est alimenté par deux rivières A et B à régimes hydrographiques différents, de sorte qu'à certaines périodes l'une coule à plein alors que l'autre est presque à sec. La première remplit à elle seule la retenue du barrage en 25 jours, et la deuxième en 37,5 jours. En période complètement sèche pour les deux rivières, les turbines utilisent en 30 jours l'eau de la retenue.

En période pluvieuse, lorsque les deux rivières coulent et que les turbines fonctionnent, la retenue se remplit en x jours : on cherche x. En 1 jour, la fraction de la retenue qui se remplit est $\frac{1}{x}$.

On a :

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{25} + \frac{1}{37,5} + \frac{1}{30} = \frac{1}{30} .$$

La retenue se remplit donc en 30 jours.

Si le débit de la première rivière est 75 m^3/s , la contenance de la retenue est :

$75 \times 3600 \times 24 \times 25 =$

162 000 000 m^3 .

Le débit de l'autre rivière est :

162 000 000 : 37,5 =

4 320 000 m^3/j ou 50 m^3/s.

Enfin le débit des turbines est :

162 000 000 : 30 =

5 400 000 m^3/ j ou 62,5 m^3/s.

Il s'agit là d'une catégorie de problèmes connus de nos jours sous le nom de "problèmes de débit" , et qui peuvent être très formateurs pour s'entraîner à manier les notions de rapport et de proportionnalité. Nous devons cet énoncé, je le répète, à un lecteur qui a omis d'indiquer son nom, et que je remercie encore.

PB 57, PA 35-36, p. 38 (Problème de Goldbach)

L'énoncé paraissait anodin : vous prenez un nombre

www.lepetitarchimede.fr

pair plus grand que 2 et vous cherchez s'il est somme de deux nombres premiers. A la main, jusqu'à 50, cela a l'air de marcher :

4=2+2
6=3+3
8=3+5
10=3+3=5+5
12=5+7
14=3+11=7+7
16=3+13=5+11
18=5+13=7+11
20=3+17=7+13
22=3+19=5+17=11+11
24=5+19=7+17=11+13
26=3+23=7+19=13+13
28=5+23=11+17
30=7+23=11+19=13+17
32=3+29=13+19
34=3+31=5+29=11+23=17+17
36=5+31=7+29=13+23=17+19
38=7+31=19+19
40=3+37=11+29=17+23
42=5+37=11+31=13+29
44=3+41=7+37=13+31
46=3+43=5+41=17+29=23+23
48=5+43=7+41=11+37=17+31=19+29
50=3+47=7+43=13+37=19+31

Mais cela se complique dès que l'on veut tirer des conclusions générales. Il faut que je confesse sans plus tarder la petite facétie à laquelle je me suis livré en vous posant ce problème : c'est un problème ouvert, comme on dit, un problème que personne au monde ne sait résoudre.

Il a une histoire : en 1742 un certain M. GOLDBACH faisait remarquer au grand mathématicien Léonard EULER cette curieuse propriété : il semble bien que tout nombre pair plus grand que 2 soit la somme de deux nombres premiers. Il faudrait alors, soit le démontrer dans le cas le plus général, soit exhiber un contre-exemple, un nombre pair qui ne soit pas somme de deux nombres premiers. Eh bien, depuis, personne n'y est encore arrivé. De sorte que la proposition : "tout nombre pair plus grand que 2 est somme de deux nombres premiers" , dont personne ne sait dire si elle est vraie ou fausse, est appelée, non théorème, bien sûr, mais <u>conjecture</u> de GOLDBACH.

Bien sûr, ce problème a été abordé par nombre de mathématiciens, et des résultats ont été trouvés. Tout d'abord, le résultat a été vérifié empiriquement pour les nombres pairs jusqu'à 100 000. En 1937, le soviétique VINOGRADOV a démontré que tout nombre impair "suffisamment grand" est somme de trois nombres premiers. Cela résulterait de la conjecture de GOLDBACH -si elle était démontrée - mais cela ne l'implique pas. Si vous voulez avoir une idée des développements auxquels peut conduire une question d'apparence aussi simple, vous pouvez voir la démonstration de VINOGRADOV dans l'Encyclopaedia Universalis, Volume 11 p. 848.

www.lepetitarchimede.fr

Enfin, après divers travaux dont je vous passerai le détail, le résultat le plus décisif a été trouvé en 1972 par le mathématicien CHEN JINGRUN, de la République Populaire de Chine : tout nombre pair suffisamment grand est somme : d'un nombre premier et d'un nombre qui est le produit d'au plus deux nombres premiers. C'est l'avant-dernière étape, sans doute, dans la démonstration de la conjecture de GOLDBACH. Mais en attendant la dernière, celle-ci tient toujours bon.

Que nos jeunes lecteurs désireux d'en découdre avec l'inconnu mathématique se rassurent donc : ils ne sont nullement "venus trop tard dans un monde trop vieux". Il y a encore bien des choses à découvrir dans les nombres, dans les simples nombres entiers.

Pour tout ce qui concerne cette rubrique, écrivez à :

Roger cuculiere
Lycée d'Etat Mixte
205 rue de Brément
93130 NOISY LE SEC.

Le courrier des lecteurs

L'abondance des matières nous oblige à remettre au prochain numéro la suite de notre courrier. Nous nous contenterons aujourd'hui de mettre le point final à deux correspondances antérieures.

R 86bis (PA 31-32) demandait de démontrer que les "rationnels d'Alice" 14,14,21,35... ou 2,2,3,5..., et plus généralement la suite définie par $u_n = \frac{2n-1}{n} u_{n-1}$ avec u_0 décimal, ne comportent que des décimaux.

On voit immédiatement que $u_n = \frac{1.3....2n-1}{1.2......n} u_0 = \frac{(2n)!}{2^n n!n!} u_0 = C_{2n}^n \frac{u_0}{2^n}$.

C_{2n}^n, coefficient du binôme, est entier, donc u_n est décimal.

R 98 (PA 35-36) critiquait le raisonnement employé par L 98 pour prévoir le nombre de solutions du rébus esperanto de PA 33-34. En effet, on a vu que l'avant-dernière retenue est 1 ou 2. La solution éventuelle a donc une chance sur deux de convenir, et l'évaluation correcte n'est donc pas 1,008, mais 0,504.

www.lepetitarchimede.fr

LE PETIT ARCHIMEDE

Revue de l'Association pour le Développement de la Culture Scientifique.
10 numéros par an

BULLETIN DE COMMANDE

ABONNEMENT 1976 – 1977

Abonnement de Soutien: 100 F	☐	(1)
Abonnement de Bienfaiteur: 500 F	☐	(1)
Abonnement ordinaire: 35 F	☐	(1)
Abonnements groupés (minimum 10): 20 F	▭	(2)

COLLECTIONS ANCIENNES

Numéros 1 à 10 : 30 F	☐	(1)
Numéros 11 à 20 : 30 F	☐	(1)
Numéros 21 à 30 : 30 F	☐	(1)

CALENDRIER PERPETUEL: 35 F le paquet ▭ (3)

NOM : **Prénom :**

Adresse d'expédition :

Code Postal: **Ville :**

Bureau distributeur:

Cette demande est à adresser **exclusivement à :**

ADCS – Abonnement – CES Sagebien – 80000 AMIENS

Joindre chèque ou mandat à l'ordre de: ADCS – CCP 4736 63 LILLE

☐ (1) Je signale que les numéros 5, 6 de P.A. que j'ai réglés ne me sont pas, à la date du 20 juin 1976 parvenus.

☐ (1) Je demande que me soient envoyés les numéros 5, 6. Ci-joint un chèque de 7 F.

Les abonnements groupés sont envoyés à un seul des abonnés.

(1) Cocher les cases utiles.

(2) Nombre d'exemplaires.

(3) Nombre de paquets de cinquante cartes-postales.

Adresser toute correspondance à

Y. ROUSSEL – CES Sagebien – 80000 AMIENS

REVUE EDITEE PAR L'ADCS – Le Directeur de la Publication: J.C. HERZ

Imprimé par SEROFSER – 6, rue Sauval – 75001 PARIS

Dépôt légal MARS 1977 *No* 37 – 38 – *8 F*

www.lepetitarchimede.fr