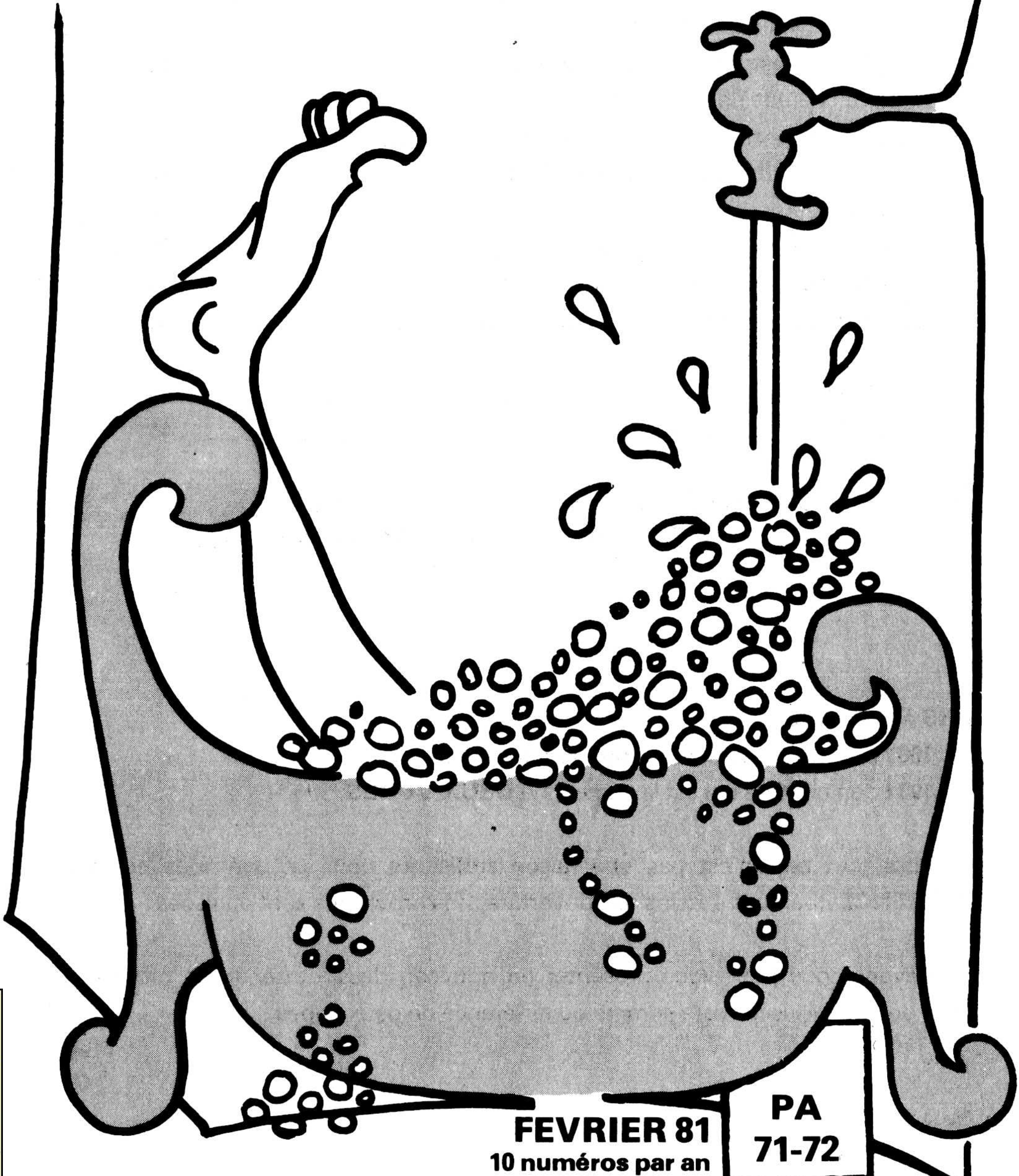
le petit archimède



FEVRIER 81
10 numéros par an

PA
71-72

SOMMAIRE

Nos conventions : pour les «petits» facile
difficulté moyenne pour les grands

AVIS à nos lecteurs

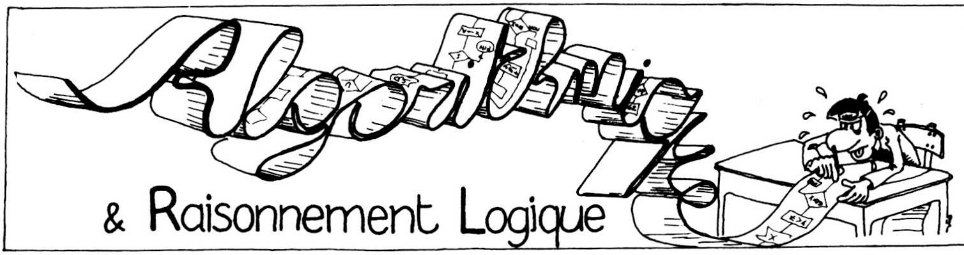
1981, une année que nous vous souhaitons bonne.

1981 : un nombre qui est la somme de **DEUX CUBES.**

Mais tout ceci n'est pas une raison suffisante pour ne pas nous envoyer d'**URGENCE** quelques dessins de couverture, nos provisions sont épuisées !

Devons-nous pour vous présenter un nouveau dessin attendre la prochaine année dont le millésime sera somme ou différence de deux cubes ?

P.A.



Nous proposons à votre sagacité deux problèmes numériques simples.

ARL 71-1

Trouver tous les (a,b,c,d,e,f,g,h,) appartenant à l'ensemble :

$\{0,1,2,\ldots,20\}^8$

vérifiant :

$a+b+c+d=e+f+g+h$
$a^2+b^2+c^2+d^2=e^2+f^2+g^2+h^2$
$a^3+b^3+c^3+d^3=e^3+f^3+g^3+h^3$

Il faut bien sûr qu'au moins un élément de $(e,f,g,h,)$ soit différent de chacun des éléments de $(a,b,c,d,)$.

Ainsi par exemple :

$7+4+3+0=6+6+1+1$
$7^2+4^2+3^2+0^2=6^2+6^2+1^2+1^2$
$7^3+4^3+3^3+0^3=6^3+6^3+1^3+1^3$

ARL 71-2

Trouver tous les entiers naturels égaux à la somme de leurs chiffres élevés à la puissance n.

Pour n = 1, la solution est évidente : seuls les nombres entiers de 1 à 9 vérifient l'égalité.

Quels sont-ils pour n = 2, 3 et 4 ?

Par exemple $153 = 1^3+5^3+3^3$ appartient à l'ensemble des solutions pour n = 3.

Solutions ARL-66
Multiplication Ethiopienne

Je vous rappelle l'algorithme de cette multiplication étrange :

1 Faire 2 colonnes
2 Inscrire dans celle de gauche le plus petit des 2 nombres
3 Inscrire dans celle de droite le plus grand
4 diviser par 2 le nombre de gauche (sans tenir compte des 1/2)
5 Multiplier par 2 le nombre de droite
6 Si le nombre obtenu à gauche est supérieur à 1, recommencer à l'étape 4
Si ce nombre est égal à 1, continuer à l'étape suivante 7.
7 Supprimer les nombres pairs de la colonne de gauche ainsi que leur vis-à-vis de la colonne de droite.

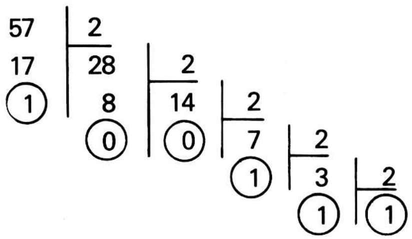
8 Additionner les nombres restants de la colonne de droite. Le résultat de cette addition est aussi celui de la multiplication cherchée.

Cette méthode est très liée à la base binaire. Etudions-là sur notre exemple : 57 x 192.

57 peut s'écrire, comme tout nombre naturel, d'une manière unique comme somme de puissances différentes de 2 :

$57 = 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^0 = 32 + 16 + 8 + 1$
$= 111001$ (base 2).

Cette décomposition s'obtient par divisions successives par 2 du nombre en question. Ainsi :



Or, voir si le reste de la division par 2 est égal à 0 ou 1 revient à observer si le nombre est pair ou impair.

Cette décomposition permet d'écrire pour notre multiplication :

$192 \text{x} 57 = 192 \text{x} (32 + 16 + 8 + 1)$
$= 192 \text{x} 32 + 192 \text{x} 16 + 192 \text{x} 8 + 192 \text{x} 1$

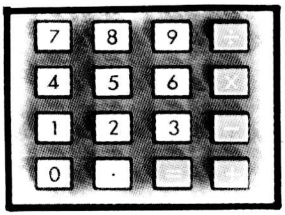
En reprenant le schéma de notre algorithme, on écrira :

(1)	57	192	(192x1)
(0)	~~28~~	~~384~~	
(0)	~~14~~	~~768~~	
(1)	7	1536	(192x8)
(1)	3	3072	(192x16)
(1)	1	6144	(192x32)
		10944	

En supprimant les nombres correspondants aux nombres pairs de la colonne de gauche, on supprime bien les puissances de 2 inexistantes dans la décomposition binaire de 57.

Ce n'était pas plus compliqué que çà !

ARL 66-2 Touches voisines



Rappel des règles du jeu :

On joue à 2, sur un clavier de calculatrice. Un nombre de départ est choisi. Le premier joueur choisit une touche numérique, O excepté, et la soustrait au nombre initial. Le second joueur doit alors choisir une touche voisine de celle choisie précédemment (si le 1er avait joué 6, le second doit donc choisir entre 2, 3, 5, 8 et 9). Cette valeur est soustraite et la main est à nouveau au premier.

Chacun joue donc à tour de rôle en suivant cette règle des touches voisines, et le perdant est celui qui est obligé de passer en zone négative (zéro n'étant pas négatif ici !).

Un algorithme de gain existe et voici comment le déterminer :

Nommons **coup** le couple formé par un nombre (entier) affiché par la calculatrice et une touche choisie. L'ensemble des coups $\mathbb{Z} \times \{1,2,\ldots,9\}$ peut être représenté par le tableau ci-dessous (théoriquement illimité dans les 2 sens..)

Touche choisie / nombre affiché	1	2	3	4	5	6	7	8	9
⋮									
-2	G	G	G	G	G	G	G	G	G
-1	G	G	G	G	G	G	G	G	G
0	P	P	P	P	P	P	P	P	P
1	**G**	P	P	P	P	P	P	P	P
2	**G**	**G**	P	P	P	P	P	P	P
3	P	P	**G**	P	P	P	P	P	P
4	**G**								
⋮									

Naturellement un coup est dit **gagnant (G)** s'il assure le gain à celui qui le joue quelles que soient les réponses de l'adversaire. Dans l'autre cas, il est **perdant** (P), ce qui signifie donc que l'adversaire peut gagner **s'il joue correctement** (c'est-à-dire s'il connaît l'algorithme...).

Vous voyez sur le tableau que tous les coups correspondant aux nombres affichés négatifs sont gagnants. En effet si un joueur se trouve amené à jouer dans ce cas c'est que son adversaire a perdu. Par contre les coups de la ligne O sont tous perdants, le joueur devant nécessairement choisir un nombre positif. Les coups de la ligne 1 sont également perdants à l'exception du coup (1,1) qui affiche 0.

Il est possible de remplir ce tableau **progressivement vers le bas** : Un coup donné sera gagnant si toutes les réponses possibles de l'adversaire sont perdantes. Ainsi le coup (4,1) est gagnant puisque ce coup affiche 4-1 = 3 et que l'adversaire ne peut jouer que les coups perdants (3,4), (3,5), 3,2).

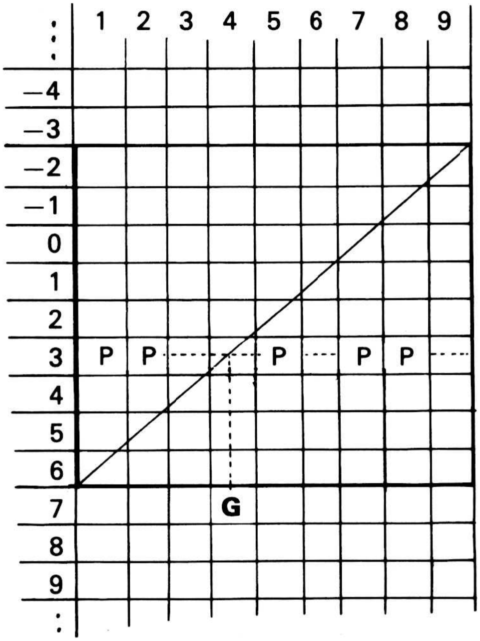
Voici un moyen commode de procéder :

Découpez un carton rectangulaire superposable à 9 lignes du tableau. Pratiquez une ouverture à l'intersection de la ligne i (les lignes seront numérotées de bas en haut) et de la colonne j lorsque les touches i et j sont voisines (et différentes). La «matrice» de trous obtenue est symétrique :

				O	O		O		9
			O	O	O	O		O	8
			O	O			O		7
	O	O		O			O	O	6
O	O	O	O		O	O	O	O	5
O	O			O		O	O		4
	O			O	O				3
O		O	O	O	O				2
	O		O	O					1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	

Posez alors ce carton sur le tableau juste **au dessus** de la ligne où on veut déterminer les coups gagnants.

Par exemple, la ligne 7 sur la figure ci-contre . Examinons le coup (7,4) : le joueur qui joue ce coup affiche 7-4 = 3 sur la machine. Nous remontons donc jusqu'à la ligne 3 (en fait on remonte jusqu'à l'intersection de la colonne 4 et de la diagonale indiquée sur le carton). Les réponses possibles de l'adversaire apparaissent alors dans les ouvertures pratiquées dans la ligne obtenue. Ici elles sont toutes perdantes. Donc le coup (7,4) est gagnant...



Le lecteur qui aura le courage de continuer assez loin verra que la situation se stabilise à partir de 66 de la façon suivante :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
⩾66	**G**	P	**G**	P	P	P	**G**	P	**G**

L'observation générale des résultats permet alors de dire que, finalement :

La touche	est	sauf pour
1	gagnante	0,3,5,6,8,11
2	perdante	2,10
3	gagnante	0-2,5,8-10,13
4	perdante	4,7,10
5	perdante	5,10
6	perdante	6,7
7	gagnante	0-6,11,12,14-18,29-33,46-48,63
8	perdante	8-11,22-26,39-41,56
9	gagnante	0-8,14-20,31-35,48-50,65

En suivant ce dernier tableau de marche, vous gagnerez à coup sûr (si votre adversaire n'a pas lu le même article) !

Si vous avez du mal à retenir ce tableau, retenez que, jusqu'à 14 compris, les touches 1 et 3 sont toujours gagnantes, alors que les touches 2,4,5 et 6 sont perdantes. Essayez donc de toujours jouer 1 et 3, mais quand arrivera 13 ou un nombre inférieur réfléchissez bien !

Si vous cherchez un partenaire, et si vous possédez une TI 59, celui-ci est tout trouvé : ce sera la machine.

Voici comment s'y prendre :

1- Introduire la partition : 9 Op 17 qui donne 239.89
2- Charger le programme dont le listing suit
3- Charger les mémoires 12 à 89
4- Mémoriser le programme sur 2 cartes magnétiques (4 côtés)

Maintenant que le programme est dans la machine, voilà le mode opératoire :

1- Introduire le nombre N initial (N positif et $\leqslant$999) et appuyer sur A.
2- Si vous désirez que ce soit la calculatrice qui commence à jouer, appuyez sur CLR B et sautez à l'étape 4.

   Si vous voulez commencer, allez en 3.
3- Appuyez sur le chiffre choisi et sur B
4- La calculatrice contrôle alors l'entrée de votre chiffre.

   S'il est incorrect, il clignotera.

   S'il est bon, elle affichera un nombre en mode Fix 3 :

   x le chiffre avant le point décimal est celui que vous avez choisi,

   x les 3 chiffres après le point décimal représentent le nombre qu'il reste après avoir ôté votre chiffre.
5- Puis, après un petit délai de réflexion, ce sera au tour de la machine d'afficher son coup (toujours d'après le même schéma Fix3)

   Retournez à l'étape 4 jusqu'à ce que la calculatrice affiche :
   - 1111111111 et vous avez gagné ou 0, et c'est la machine qui a gagné !

Ecrivez nombreux à Christian BOYER, adresse de PA. C'est uniquement grâce à votre abondant courrier que cette rubrique passera d'intéressante à passionnante !

Programme pour TI 59 du jeu des touches voisines

000	Lbl A		RCL 02		STO 05	150	INV x=t		SUM 03
	|x|		x≷t		STO 06		155		RCL Ind 03
	Int	050	RCL 01	101	9		1	200	STO 03
	x≷t		x≥t		STO 04		x≷t		(
	RCL 13		058		2		RCL 01		RCL 02
	STO 03		0		x≷t		x≥t		INV SUM 01
	999		CP		RCL 04		188		+
012	INV x≥t		INV SBR		SBR 219	161	RCL 13		RCL 01
	017		SBR 202	111	INV x=t		CP	211	÷
	x≷t	061	Pause		125		INV SBR		3
	CP		Pause		10		RCL 05		INV log
	STO 01		Pause		Prd 05		STO 03		)
020	INV SBR		66		RCL 04		(		Fix 3
	Lbl B		x≷t	121	SUM 05	170	RCL 12		INV SBR
	STO 02		RCL 01		Op 26		X		(
	x≷t		INV x≥t		Dsz 4		RCL 06	220	(
	RCL 02	071	074		106		-		INV log
	|x|		x≷t		RCL 06		INV Int		INV Fix
	Int		STO 04	131	x≷r		STO 12		EE
030	INV x=t		23		0	180	+		INV EE
	042		SUM 04		x=t		1		X
	SBR 219	080	RCL Ind 04		146		)		RCL 03
	x≷t		STO 03		1		+/−	231	)
	1		RCL 02		INV x=t		SBR 219		INV Int
	x=t		STO 04		165		x≷t		X
040	047		13	141	RCL 05		x≷t		10
	0	090	SUM 04		GTO 189		CP		)
	1/x		RCL Ind 04		RCL 02	190	STO 02		Int
	RCL 02		SUM 03		x≷t		STO 03	239	INV SBR
	INV SBR		0		5		13		

MEMOIRES

N° mémoire	Contenu	N° mémoire	Contenu	N° mémoire	Contenu
13	0,1111111111	28	0,0000010000	54 à 56	0,0101000000
14	0,0010110000	29	0,0001001000	57 et 58	0,0101000100
15	0,0101111000	30	0,0101101100	59 à 61	0,0101000101
16	0,0010011000	31	0,0000000110	62 à 64	0,0101000111
17	0,0110010110	32	0,0100000111	65 à 68	0,0101000101
18	0,0111101111	33	0,0110110111	69 et 70	0,0101000001
19	0,0011010011	34	0,0001000011	71	0,0101000000
20	0,0000110010	35	0,0101000001	72 et 73	0,0101000100
21	0,0000111101	36	0,0100000101	74 à 78	0,0101000101
22	0,0000011010	37 à 41	0,0101000000	79	0,0101000111
23	0,0000000000	42 et 43	0,0101000100	80 à 85	0,0101000101
24	0,0100000000	44	0,0101000101	86	0,0101000001
25	0,0110000000	45 à 49	0,0101000111	87	0,0101000101
26	0,0001000000	50 et 51	0,0101000101	88	0,0101000100
27	0,0101100000	52 et 53	0,0101000001	89	0,0101000101

Pour $14 \leqslant n \leqslant 22$ la mémoire n représente les possibilités de jeu si la touche précédemment enfoncée était (n-13)

Pour $23 \leqslant n \leqslant 89$ la mémoire n indique la stratégie gagnante si le nombre affiché est (n-23)

Faire de plus : 567 EE 13 + /- + . 5678901234 = STO 12. Cette mémoire 12 sera le générateur de nombres aléatoires.

LE PIED CARRÉ

Le pied carré n° 3 est sorti.

Si vous cherchez des références sur telle ou telle question mathématique

Si un problème vous empêche de dormir pendant des mois,

Si... Bref pour toute question à propos de laquelle d'autres amateurs de mathématique sont susceptibles de vous venir en aide, Ecrivez à :

LE PIED CARRÉ
I.R.E.M. Paris-Nord,
Avenue J.B. Clément
93430 VILLETANEUSE.

PETITE HISTOIRE DE L'ELECTRICITE

Ce texte est emprunté à la revue du Palais de la Découverte (voir page 47) que nous remercions ainsi que notre ami G. RUMEBE.

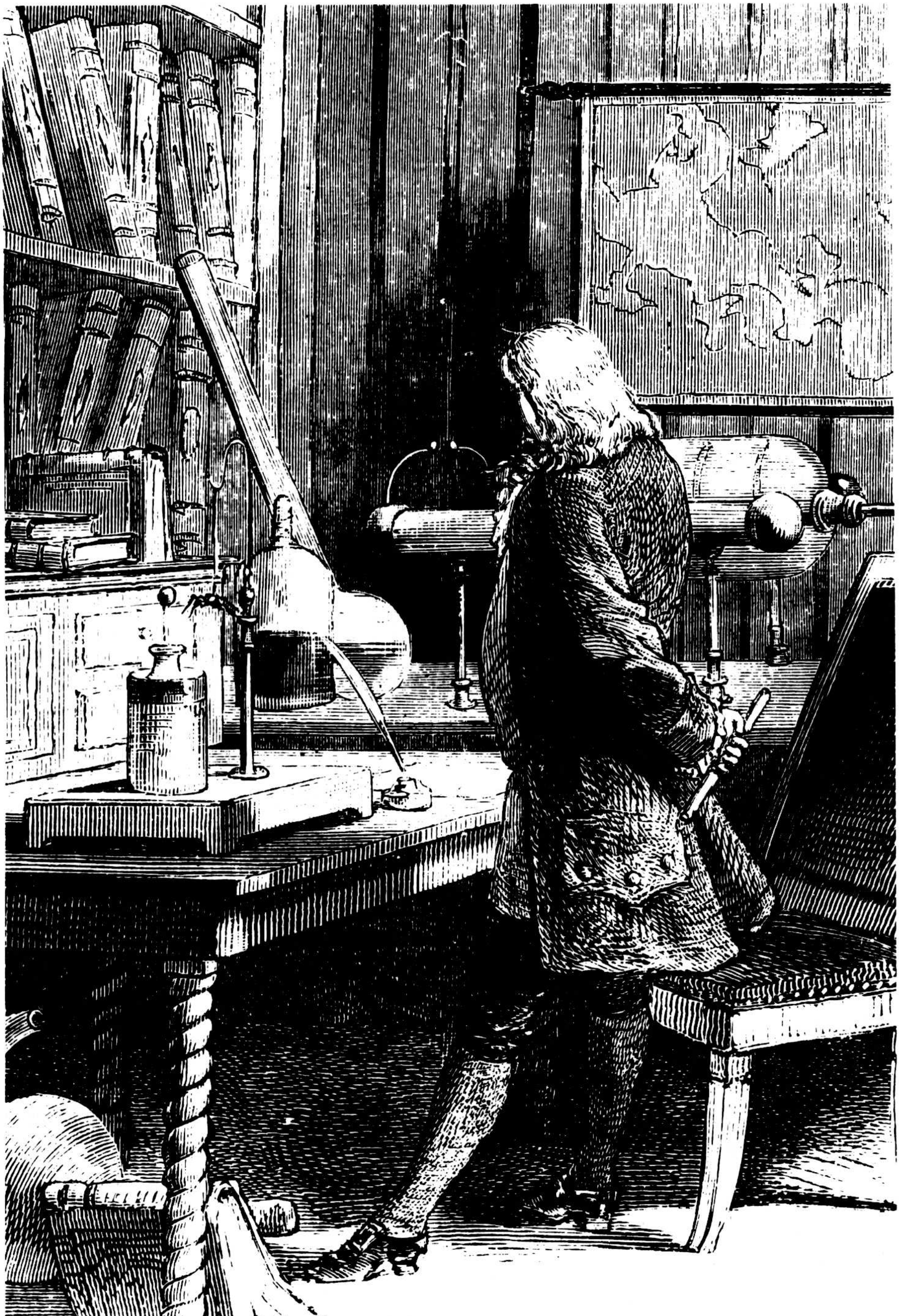
William Gilbert devant la reine (fin du XVIe siècle)

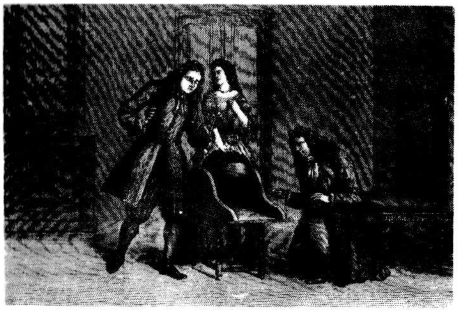
LES ORIGINES

L'étude des phénomènes électriques remonte à la plus haute antiquité ; la première mention des propriétés curieuses que présente un bâton d'ambre frotté date du VIe siècle avant notre ère. Le philosophe grec, Thalès de Milet, mathématicien et astronome Ionien, observe alors l'attraction exercée par l'ambre (électron) frotté sur les objets légers, plumes, sable, etc..., sans pouvoir donner d'explication à ce phénomène et l'on se contente d'attribuer à l'ambre une «force vitale» à défaut d'explication plus rationnelle.

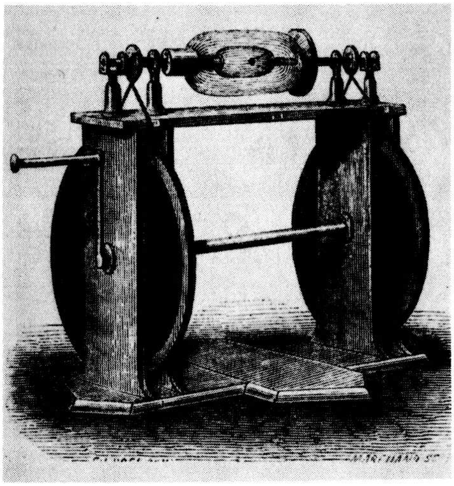
Le magnétisme est également connu dès l'antiquité. Si l'on en croit la légende, le berger Magnès, posant son bâton ferré sur un rocher, éprouve une résistance imprévue pour l'en retirer, découvrant par là même la pierre d'aimant naturelle.

Il faut ensuite attendre plus de 20 siècles, pour assister à la reprise plus approfondie des expériences dans ce domaine par William Gilbert, médecin de la reine d'Angleterre au début du XVIe siècle. On constate alors que tous les corps peuvent s'électriser par le frottement ; dans certains, l'électrisation reste localisée : les isolants ; dans d'autres, elle se transmet instantanément en tout point de la surface : les conducteurs.





Expériences d'Otto de Guericke



La machine de Nairne

On réalise les premières machines électrostatiques, dont celle d'Otto de Guericke, constituée d'un simple globe de souffre, mis en rotation, et frotté avec un drap ou une peau de chat.

A l'aide de ces instruments nouveaux, on ne tarde pas à découvrir les premières grandes lois qui régissent les phénomènes électriques ; on constate d'abord l'existence de deux «fluides électriques» qui s'équilibrent en quantité égale dans les corps :

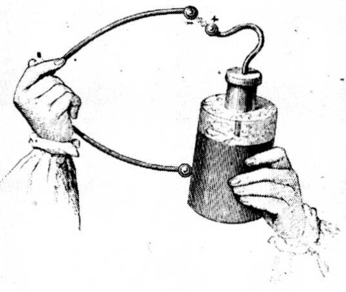
— l'électricité résineuse, obtenue en frottant le bâton de résine (aujourd'hui appelée négative),

— l'électricité vitreuse, développée par frottement d'un bâton de verre (électricité positive).

On montre ensuite qu'au cours du frottement, le corps frottant et le corps frotté s'électrisent l'un négativement et l'autre positivement. Nairne entreprend la construction d'une machine à cylindre de verre frotté par un coussin de velours qui permet d'obtenir indistinctement l'électricité vitreuse sur le cylindre, et résineuse sur le support du coussin. Le physicien français Dufay observe que deux corps électrisés tous deux d'électricité de même nature, se repoussent, et qu'au contraire deux corps électrisés l'un positivement et l'autre négativement s'attirent.

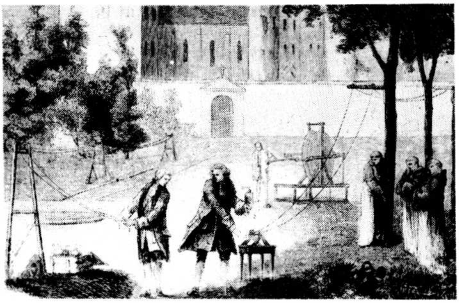
LA BOUTEILLE DE LEYDE

En 1746, l'abbé Musschenbroek, tentant d'électriser l'eau d'un vase tenu à la main, reçoit une violente commotion lorsqu'il approche, par inadvertance, l'autre main du conducteur plongeant dans l'eau et relié à la machine électrostatique : la bouteille de Leyde est découverte. Elle permet alors le développement rapide des recherches grâce à l'intensité des décharges qu'elle produit.



Bouteille de Leyde, décharge

En 1746, le physicien français Lemonnier, tente de mesurer la vitesse de propagation du fluide électrique sur ces distances de plus en plus considérables, il ne réussit pas et ne constate aucun intervalle de temps appréciable entre la décharge à une extrémité du conducteur et l'étincelle tirée de l'autre extrémité.



Tentative de mesure de la vitesse de l'électricité,

Benjamin Franklin, dans l'expérience du cerf-volant restée célèbre, montre l'analogie étroite entre les décharges de la bouteille de Leyde et les éclairs orageux atmosphériques. L'étude de l'effet de pointe le conduit alors à l'invention du paratonnerre. Très vite le nouvel appareil se répand dans le monde entier, il n'est pas de lieu, d'emplacement, où l'on n'installe pas de paratonnerre, les chapeaux-paratonnerre et les ombrelles-paratonnerre illustrent bien cette vogue passagère.

Ombrelle paratonnerre

Au cours de toute cette période, l'électrostatique apparaît essentiellement comme une curiosité de salon ; de nombreuses expériences de physique amusante trouvent leur origine dans ces cabinets de physique à l'usage des gens du monde et l'abbé Nollet, à Paris électrise le corps humain devant un public sans cesse renouvelé.

(à suivre)

DITES «33»

Le docteur : — «Dites 33».
Le patient, qui ne l'est guère :
— «33, 33, 33... encore ?».
Le docteur qui s'énerve : — «Dites trente-trois fois trente trois»
Le patient : — «1089».

Rires, les deux interlocuteurs sont soulagés, l'un d'eux l'étant de 66 F de plus.

En effet :

$33^2 = 1089$; on a aussi $99^2 = 9801$

et $1089 \times 3 = 3267 = \dfrac{9801}{3}$

Ainsi, le tiers et le triple de 3267 s'écrivent avec les mêmes chiffres dans l'ordre inverse.
Y a-t-il d'autres nombres qui aient la même propriété ?

$66^2 = 4356$

$2178 \times 2 = 4356 = \dfrac{8712}{2}$

Ainsi la moitié et le double de 4356 s'écrivent avec les mêmes chiffres dans l'ordre inverse.

Y a-t-il d'autres nombres qui aient la même propriété ?

I.L.F. du P.A.

LE DESTIN DES PRECURSEURS

G. Stent, un philosophe américain, soutient qu'être en avance sur son temps est une erreur qui ne mérite que la compassion dans l'oubli —paix à son âme.

De son côté, le linguiste allemand H. Happ note : «Il est temps que la Linguistique française se souvienne de ses pionniers, afin que Lucien Tesnière, le grand inconnu, ne devienne par un grand méconnu».

Il y a deux décades, le germaniste J. Fourquet pressentait dans la préface à l'ouvrage posthume de L. Tesnière, «Eléments de syntaxe structurale» : «il sera peut-être même discrètement pillé... il leur pardonnerait bien volontiers pour le plaisir de voir passer dans la pratique le résultat de son inlassable recherche...».

Tout récemment Igor Mel'čuk a souligné, en substance, que les idées de Tesnière, avant que Russes et Américains ne les redécouvrent, se retrouvent de nos jours à la base de toutes les théories syntaxiques assez sérieuses.

Qui était Lucien Tesnière ? Qu'a-t-il produit ? Pourquoi a-t-il publié son livre

après sa mort ? (comme le linguiste suisse Ferdinand de Saussure). Les meilleurs ouvrages sont-ils ceux qu'on écrit après son trépas ? (Question que linguistiquement on peut poser, mais à laquelle logiquement on n'est pas forcé de répondre. Comme quoi, la langue n'est pas la logique et vice-versa).

DIGRESSION SUR LE NOMBRE

Ne commençons donc pas par le commencement. Dans nombre de langues, dont le français, l'anglais, le russe, l'allemand, l'espagnol, etc...etc..., il existe deux nombres grammaticaux, le singulier et le pluriel. Tel n'est pas le cas de toutes, certaines se paient un duel spécial, d'où trois nombres : «un chat», «deux chats», «des chats».

Sans doute, le fait que nous ayons deux yeux, deux oreilles, deux narines, deux mains, deux pieds, et beaucoup de doigts devait-il être ressenti comme suffisamment important pour mériter des formes linguistiques appropriées. Certaines langues vont jusqu'au triel; il ne faudrait pas cependant en conclure que ceux qui les parlaient possédaient trois nez ou trois oreilles.

La loi de composition des nombres grammaticaux : un chat et un chat ça fait des chats... peut se mathématiser grâce à Pythagore :

Deux nombres

	un(e)	des
un(e)	des	des
des	des	des

Trois nombres

	un(e)	deux	des
un(e)	deux	des	des
deux	des	des	des
des	des	des	des

Le jeune chercheur qu'était alors Lucien Tesnière se proposa d'étudier le duel en slovène. Mais comment se procurer des textes contenant des exemples de duel en quantité suffisante ? Rien de plus simple. Notre chercheur se rend à Ljoubljana et fait passer dans une agence matrimoniale l'annonce suivante : «Jeune homme intéressant sous tous rapports cherche rencontrer personne de sexe opposé en vue mariage. Prière d'envoyer à cet escient une lettre circonstanciée sur la façon de concevoir la vie à deux».

Il reçut une abondante littérature qui lui permit de mener à bonne fin son entreprise, non-matrimoniale, s'entend.

On ignore si sa jeune épouse était au courant de cette incartade épistolaire ; toujours est-il qu'elle n'en souffla mot aux enfants.

D'aucuns prétendent avoir vu le «jeune homme intéressant sous tous rapports» errer aux environs de deux heures de l'après-midi, aux abords des villes et villages, à deux kilomètres environ, interrogeant les passants sur l'heure et sur la distance jusqu'à la localité voisine.

Des plaisantins ajoutent que la police, inquiète de l'étrange comportement de cet étranger et ne sachant comment obtempérer, l'avait à l'œil. Certes, la folie et l'espionnage étaient prévus dans le règlement, mais la perturbation de l'ordre public pour motif linguistique...

Nous tenons de source autorisée que l'affaire s'est terminée par une brillante soutenance de thèse d'Etat en deux parties : la principale «Les formes du duel en slovène» (1925, prix Volnay 1926) et la complémentaire «Atlas linguistique pour servir à l'étude du duel en slovène».

(Affaire à suivre)

LES AVEZ-VOUS VU NAÎTRE ?

Musique (suite à P.A. 61, p. 7 ; 62-63, p. 18 ; N° 68 Energie).

Les datations suivantes sont signalées :
Ambiophonie, 1972
Ambiophonique (adj.), 1973
Quadriphonie, 1971, Quadraphonie, 1972
Quadriphonique (adj.), 1973
Quadraphonique, 1972
Tétraphonie, 1972
Tétraphonique (adj.), 1973
Bruisseur (n.m.) (musique concrète),1975
Bruiteur (n.m.), (id.), 1975
Jazz-business, 1974
Opéra-rock, 1972
Platine cassette, 1974
Radio-cassette, 1972
Radio-lecteur, 1974

Qui dit mieux ?

SAINTE ORTHOGRAPHE !

Quel est l'académicien français qui s'amusait à orthographier whisky, OUISQUI ?

Le participe passé conjugué avec le verbe avoir, nous enseigne-t-on à l'école, s'accorde en genre et en nombre avec son objet direct quand cet objet le précède :

«J'ai offert une collection complète des P.A. à Serge», mais :
«La collection complète des P.A. que j'ai offerte à Serge...» Mais alors, mais alors... pourquoi :
«Il l'a manqué belle», «Vous me l'avez donné bonne».

Pourquoi deux poids deux mesures, l'adjectif est accordé au féminin et pas le participe ? «c'est pas juste» dirait Zazie dans le métro.

LES PROPORTIONS LINGUISTIQUES

«$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$»

Gentil lecteur, pouvez-vous nous rappeler qui a écrit :
«La course à pied est aux autres sports ce que la géométrie est aux autres sciences».
«L'élévation est au mérite ce que la parure est aux belles personnes» ?

Etes-vous d'accord ?

Jacques Cellard soutient dans «Le Monde de l'Education» :
«Elle (l'orthographe) est à l'œil ce que Versailles est à l'esprit, le spectacle d'une grande victoire absurde».

Lucien Tesnière dans sa grammaire structurale remarque que :

«L'adverbe est au verbe ce que l'adjectif est au substantif. Il en résulte que, quand on change un substantif en verbe, il faut parallèlement changer l'adjectif en adverbe».

Ainsi on dira : «un bon calcul»,
mais «bien calculer» ;
«un travail pénible»,
mais «travailler péniblement».

De son côté, San-Antonio, dans «Faut-il vous l'envelopper», fait dire à l'un de ses personnages :

«L'italique est à l'imprimerie ce que le gros plan est au cinématographe».

Le P.A. est très friand de proportions, si vous lui en envoyez d'autres, il sera très content.

COURRIER DES LECTEURS

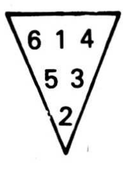
Grand merci à notre ami F. Lantz de Paris pour *environnementalisme* et *environnementaliste* datés de 1971. Il a donc 1 an d'avance (voir P.A. 62-63, p. 18). *Soviétologie* a été enregistré à Villetaneuse en 1966.
Calembredaine est signalé par le dict. étymologique Larousse. Figure dans le Dict. de l'Acad. Française, 5e éd. 1978. Variante de *calembour*, altération dialectale *calembourdaine*.

TRIANGLE ET SOUSTRACTION

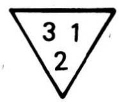
Ce triangle d'ordre 3 —car il est écrit sur 3 lignes— possède la propriété suivante : chaque entier naturel qui s'y trouve ailleurs que sur la ligne supérieure est égal à la différence des deux naturels situés «au dessus» de lui.

Ainsi : $5 = 6 - 1$ $\quad 3 = 4 - 1$
$2 = 5 - 3$

D'autre part, les nombres écrits sont les entiers naturels à partir de 1.



Il existe deux triangles d'ordre 2 possédant la même propriété :



1 - Peux-tu trouver d'autres triangles d'ordre 3 possédant la même propriété ?

2 - Si tu as réussi, peux-tu trouver un triangle d'ordre 4 (ou plusieurs) contenant tous les naturels de 1 à 10 ?

3 - Pourquoi, alors, ne pas essayer de construire un triangle d'ordre 5 avec tous les naturels de 1 à 15 ?

Y. HUGUETTO

P.A. CONSTRUIT UN CASSE-TÊTE en "EPIS"

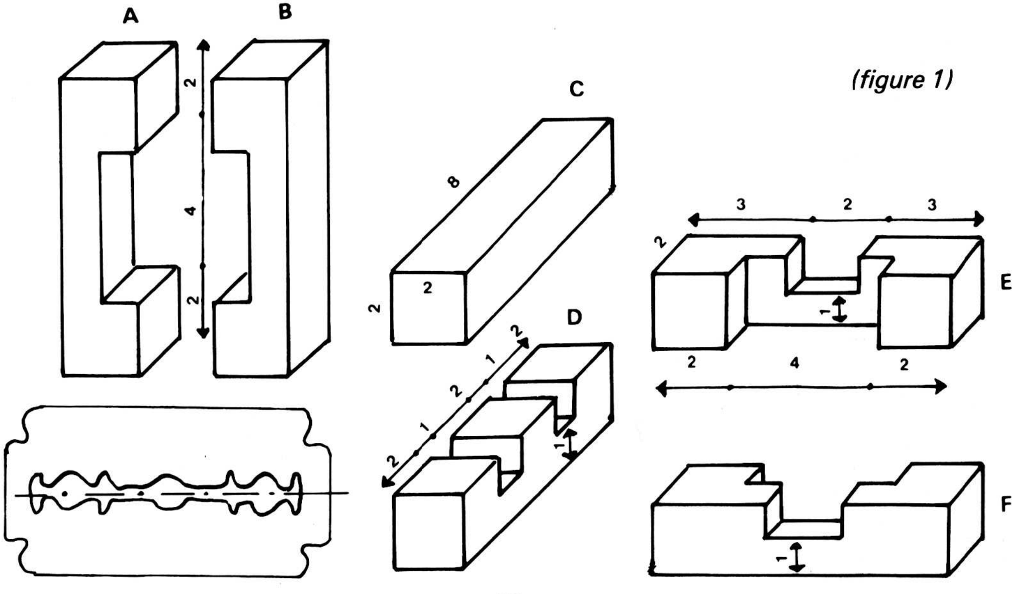
Martin Gardner, dans le numéro de Mars 1978 de "Pour la SCIENCE" p. 112 et suivantes, donne la description d'un casse-tête "en épis" et quelques problèmes liés à la réalisation d'objets analogues. Construire le modèle indiqué suppose une habileté technique qui n'est pas à la portée de tous. P.A. vous donne un moyen simple de remplacer le casse-(tête d'amateur) par le (casse-tête) d'amateur — les parenthèses suggérant la non associativité, opposant l'idée de distraction, évoquée dans la 2ème expression à celle de destruction, inhérente à la 1ère.

1 - Emploi du Balsa

Matériel : Une baguette en balsa de section carrée. Le côté du carré étant pris pour 2 unités, la longueur de la baguette doit être de 48 unités.
Une lame de rasoir, un double décimètre.

Exécution : On coupe les six morceaux de 2 unités x 2 unités x 8 unités. On les entaille comme l'indique le dessin avec une lame de rasoir cassée, si besoin est, en deux suivant son axe.

Pour s'entraîner on peut utiliser du polystyrène découpé en prismes, le matériau est fragile, mais on peut refaire facilement les pièces qui casseraient.



(figure 1)

MONTAGE :

Réunir A et B tenus verticalement
Placer D sur la partie inférieure du trou.
Placer E et F de manière que leur partie étroite vienne dans les sillons de D de part et d'autre du groupe A-B.
Introduire C dans le trou carré.

Pour démonter, il faut essayer de pousser une des pièces, celle qui bouge est C ; on l'enlève ; on sort E et F puis D

II - Emploi du bois

Le modèle obtenu est naturellement plus solide.

Matériel : Une réglette carrée dont le côté sera pris pour unité (celle dont je me suis servi avait 11 mm de côté), la longueur de la baguette est au moins de 152 unités. (Il m'a donc fallu plus de 1672 mm, plus à cause de la largeur des traits de scie).

Une scie permettant de faire des coupes nettes.

de la colle à bois.

Exécution :

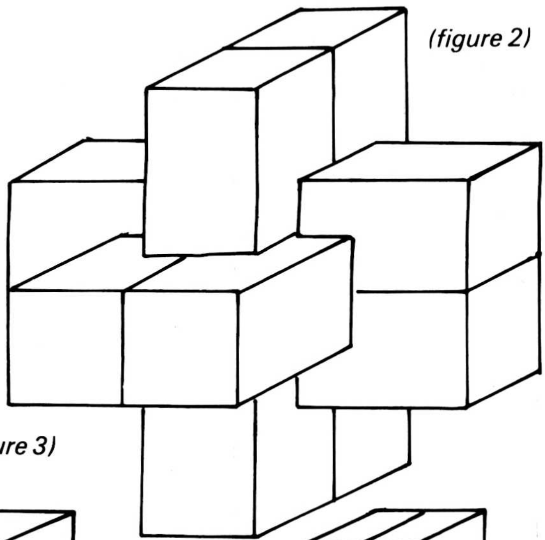
Scier des morceaux de

8 unités	3 unités	2 unités
12	4	24

Une des pièces se compose de 4 morceaux de longueur 8 assemblés et collés comme l'indique le croquis (fig. 3).

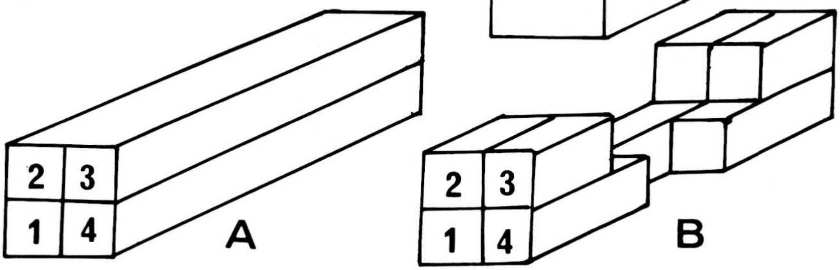
Les autres s'obtiennent uniquement par réunion conforme au croquis et par collage.

Il importe que les vides aient exactement la largeur voulue. Pour cela, on met de la colle sur les surfaces utiles, on assemble les pièces en remplissant les vides par des morceaux de baguette. On serre chaque ensemble une minute, on enlève les chutes, puis on laisse sécher.



(figure 2)

(figure 3)



Compléments :

1 - Les six pièces sont contenues dans des prismes à base carrée de dimensions 2, 2, 8.

Quelle est, lorsque le montage est terminé, la réunion des intersections des six prismes ?

Montrer qu'avec de tels solides on peut remplir l'espace.

2 - Quelle est l'arête du plus petit cube contenant le casse-tête ?

3 - Combien y a-t-il de cubes unités dans le casse-tête ? (il y en a 32 dans la pièce la plus simple).

a) faire le bilan des morceaux sciés

b) faire le bilan des pièces collées

c) faire le bilan de l'assemblage fait sans vide.

Mieux vaut trouver le même résultat dans les trois cas.

Peut-être aurez-vous l'idée de trouver vous-même un dessin de six pièces qui conduise à un casse-tête ? Ceci peut être réalisé de quelques centaines de façons. Le montage peut, d'après un ordinateur, se faire de près de 120.000 manières.

Martin Gardner donne l'idée du découpage de la partie centrale des pièces en petits cubes.

Voici une manière de décrire les six pièces d'un modèle dessiné par cet auteur :

Pièce	1er prisme	2e prisme	3e prisme	4e prisme
A	8	8	8	8
B	8	200002	200002	3003
C	8	3003	20003	2004
D	8	200002	200002	8
E	8	201002	201002	8
F	8	200102	201002	8

De l'avant vers l'arrière, on rencontre dans la pièce B

Prisme I une file de 8 cubes code 8,

Prisme II 2 cubes, 4 vides, 2 cubes, code 200002

Prisme III même description, même code

Prisme IV 3 cubes, 2 vides, 3 cubes, code 3003.

CHARADE DE P.A. 71-72

Mon premier est le contraire de oui

Mon second est la moitié d'un embranchement

Mon troisième se repose

Mon tout est un nombre célèbre, dont P.A. vous parle bientôt.

SOLUTION :

Mon premier est «Le Non»

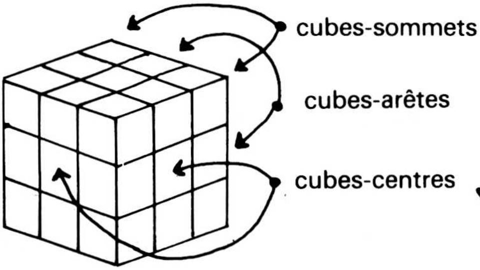
Mon second est «Bre» (telle)

Mon troisième est «dort»

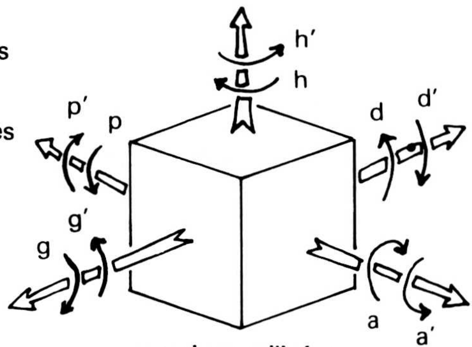
Mon tout est «LE NOMBRE D'OR»

J.C.

TOUT LE SECRET

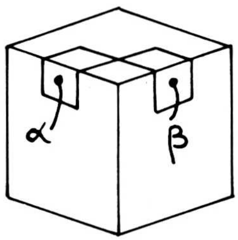


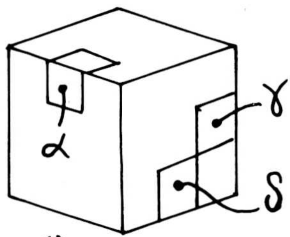
Nomenclature des



rotations utilisées

- 1 Mise en place des
  Cubes-arêtes
  1° par échanges



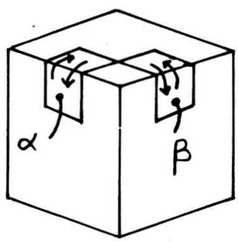


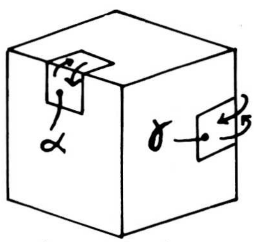
A_1
$(\alpha \rightleftarrows \beta)$ d' h' d h p h' p'

A_2 $(\alpha \rightleftarrows \gamma)$ a'(d' h' d h p h' p')a

A_3 $(\alpha \rightleftarrows \delta)$ a' a'(d' h' d h p h' p')aa

2ᵉ par pivotement/axe de symétrie des dièdres visibles.





B_1 α sur lui-même
β sur lui-même

a' g a g' h g' h' g

B_2 α sur lui-même
γ sur lui-même

a'(a' g a g' h g' h' g)a

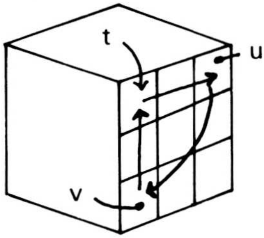
DU CUBE HONGROIS

Un mécanisme ingénieux dû à **Ernö Rubik** permet de faire tourner toutes les faces d'un cube autour des perpendiculaires à ces faces menées par leur centre.

Le but du Jeu est de ramener une couleur unique sur chacune des six faces.

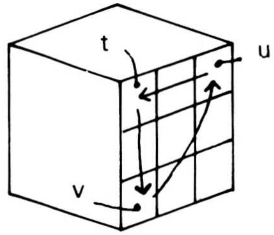
- 2 Mise en place des Cubes sommets

1° par permutation trois à trois



C_1 t → u → v → t

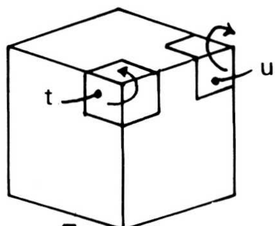
g' a d a' g a d' a'



C_2 t → v → u → t

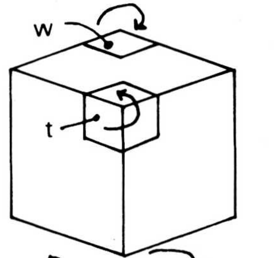
a d a' g' a d' a' g

2° par pivotement/autour de l'axe de rotation des trièdres visibles



D_1 t u

p h p' h' g' p' g a'
g' p g h p h' p' a



D_2 t w

d' (p h p' h' g' p' g a'
g' p g h p h' p' a)d

SOLUTION DU TELEGRILLE de PA 59-60

Extrait de A. BRUNEAU - Initiation et curiosités mathématiques.

«Enfin ils s'apercevront qu'avec un peu de bon sens, de réflexion et de persévérance on peut apprendre des mathématiques sans être pourvu d'une "bosse spéciale"».

C 1 E	J 2 N	D 3 F	Z 4 I	T 5 N		N 6 I	S 7 L	E 8 S		Q 9 S		M 10 A
H 11 P	P 12 E	Y 13 R	B 14 C	F 15 E	L 16 V	Δ 17 R	L 18 O	X 19 N	O 20 T		I 21 Q	Δ 22 U
	U 23 A	Σ 24 V	Φ 25 E	H 26 C		Ω 27 U	Z 28 N		M 29 P	K 30 E	C 31 U	
A 32 D	G 33 E		F 34 B	R 35 O	D 36 N		Σ 37 S	V 38 E	P 39 N	Φ 40 S		J 41 D
W 42 E		A 43 R	X 44 E	Y 45 F	N 46 L	R 47 E	Φ 48 X	I 49 I	U 50 O	Ω 51 N		E 52 E
C 53 T		R 54 D	I 55 E		O 56 P	Q 57 E	M 58 R	K 59 S	N 60 E	V 61 V	Z 62 E	J 63 R
F 64 A	G 65 N	X 66 C	D 67 E		A 68 O	C 69 N		W 70 P	T 71 E	D 72 U	Q 73 T	
X 74 A	W 75 P	Q 76 P	F 77 R	S 78 E	K 79 N	T 80 D	H 81 R	Σ 82 E		P 83 D	V 84 E	L 85 S
	W 86 M	Δ 87 A	Y 88 T	U 89 H	Σ 90 E	R 91 M	S 92 A	Δ 93 T	C 94 I	Δ 95 Q	I 96 U	Φ 97 E
H 98 S		Ω 99 S	W 100 A	K 101 N	N 102 S		P 103 E	T 104 T	B 105 R	E 106 E		S 107 P
H 108 O	Y 109 U	F 110 R	X 111 V	G 112 U		Z 113 D		I 114 U	I 115 N	M 116 E		A 117 B
J 118 O	G 119 S	M 120 S	J 121 E		E 122 S	S 123 P	M 124 E	Φ 125 C	K 126 I	X 127 A	U 128 L	L 129 E

Les deux pages centrales de ce PA vous présentent notre première affiche. L'original (format voisin de 41 x 58) est imprimé sur un très joli papier marron.

Cette affiche peut vous être envoyée (port gratuit).

Votre demande est à faire parvenir à :

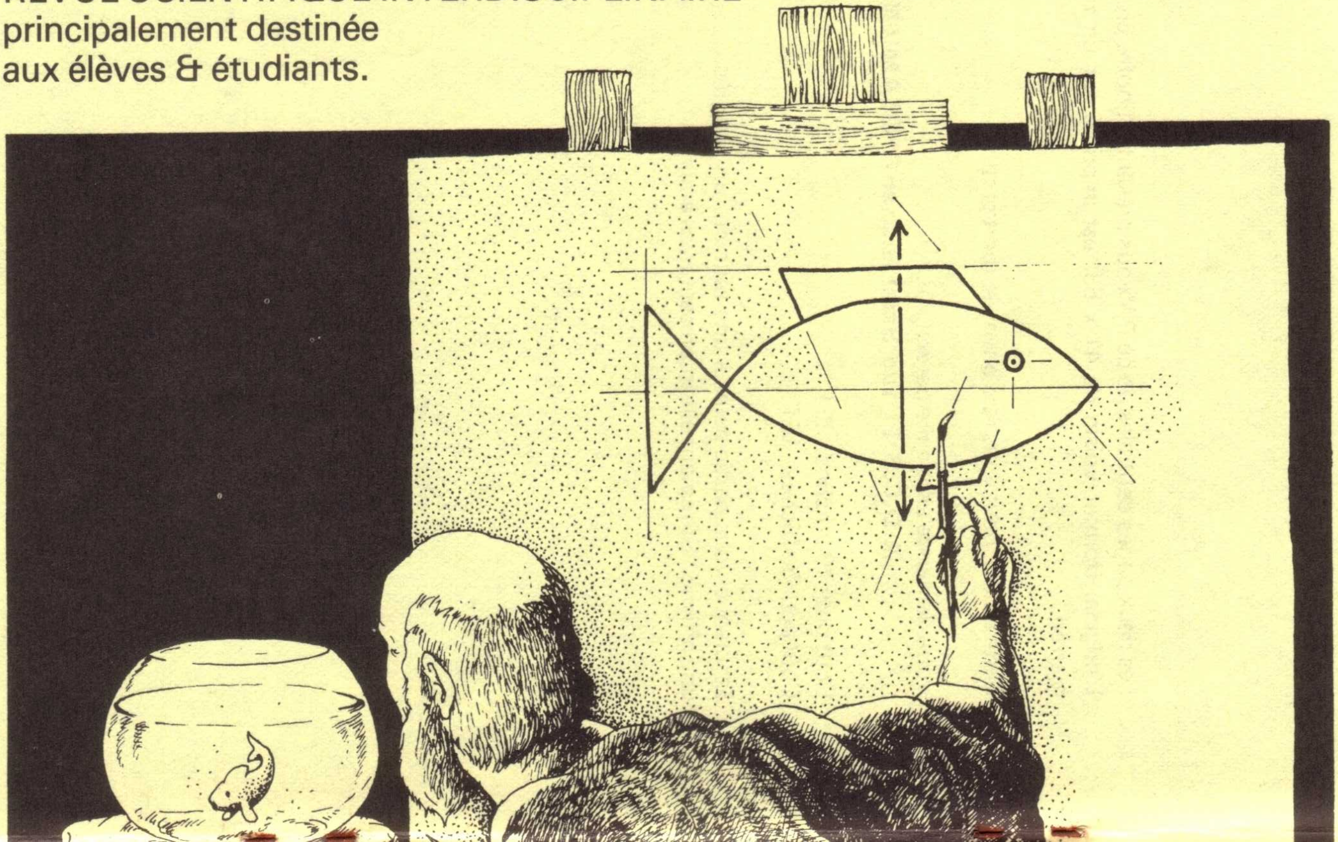
A.D.C.S. 61, rue Saint Fuscien 80000 AMIENS

Coût pour 10 affiches 25 F
Coût pour 5 affiches 15 F

Et lorsque vous participerez à une réunion, un congrès..., emmenez donc une affiche ! Sûrement elle intéressera vos amis !

LE PETIT ARCHIMEDE

REVUE SCIENTIFIQUE INTERDISCIPLINAIRE
principalement destinée
aux élèves & étudiants.



Renseignements & Abonnements
A.D.C.S. 61, rue Saint-Fuscien
80000 AMIENS FRANCE

PA reste inconnu d'un très grand nombre de jeunes, d'enseignants, de parents... Afin de permettre d'accroître notre audience, nous vous proposons :

— de vous faire un envoi de dépliants publicitaires (ainsi qu'une belle affiche) dans un délai d'au plus deux ou trois semaines.

— de déposer ces papiers en des endroits bien choisis (bibliothèques de Collèges, de Lycées...) ou auprès d'amis, de professeurs...

Une intervention directe de votre part a certainement beaucoup plus de chances de réussir qu'une expédition postale de la nôtre.

PA sera ce que ses lecteurs en feront. Mais il est temps que votre revue connaisse une audience accrue ! A vous de jouer !

A	utilisé en topologie	117 B	68 O	43 R	32 D		
B	initiales d'une certaine fonction	105 R	14 C				
C	existe dans un groupe multiplicatif	31 U	69 N	94 I	53 T	1 E	
D	chiffre	36 N	67 E	72 U	3 F		
E	important au début	106 E	8 S	122 S	52 E		
F	peut être dichotomique	64 A	77 R	34 B	110 R	15 E	
G	associés aux autres	112 U	65 N	33 E	119 S		
H	structure algébrique	26 C	108 O	81 R	11 P	98 S	
I	un élément neutre l'est	96 U	115 N	49 I	21 Q	114 U	55 E
J	caracterise une forme	63 R	118 O	2 N	41 D	121 E	
K	évidents	126 I	79 N	101 N	30 E	59 S	
L	elles ont une forme elliptique	18 O	16 V	129 E	85 S		
M	peut qualifier un espace	120 S	116 E	29 P	10 A	58 R	124 E
N	elles sont isolées	6 I	46 L	60 E	102 S		
O	initiales bien connues des étudiants	20 T	56 P				
P	paradis	103 E	83 D	12 E	39 N		
Q	chiffre	9 S	57 E	76 P	73 T		
R	paramètre statistique	91 M	35 O	54 D	47 E		
S	peut être lancé	92 A	123 P	107 P	78 E	7 L	
T	pourquoi pas vers l'infini ?	104 T	71 E	5 N	80 D		
U	nuage	89 H	23 A	128 L	50 O		
V	la première mathématicienne	38 E	61 V	84 E			
W	début de sphère	86 M	100 A	75 P	70 P	42 E	
X	progresse	74 A	111 V	127 A	19 N	66 C	44 E
Y	terme équestre	88 T	109 U	13 R	45 F		
Z	c'est le début de la liberté	4 I	28 N	113 D	62 E		
Δ	il en faut quatre pour un	95 Q	22 U	87 A	17 R	93 T	
∩	souvent associés aux autres	27 U	51 N	99 S			
Φ	qui est en plus	97 E	48 X	125 C	25 E	40 S	
Σ	monte au printemps	37 S	82 E	24 V	99 E		

PA - JEUX

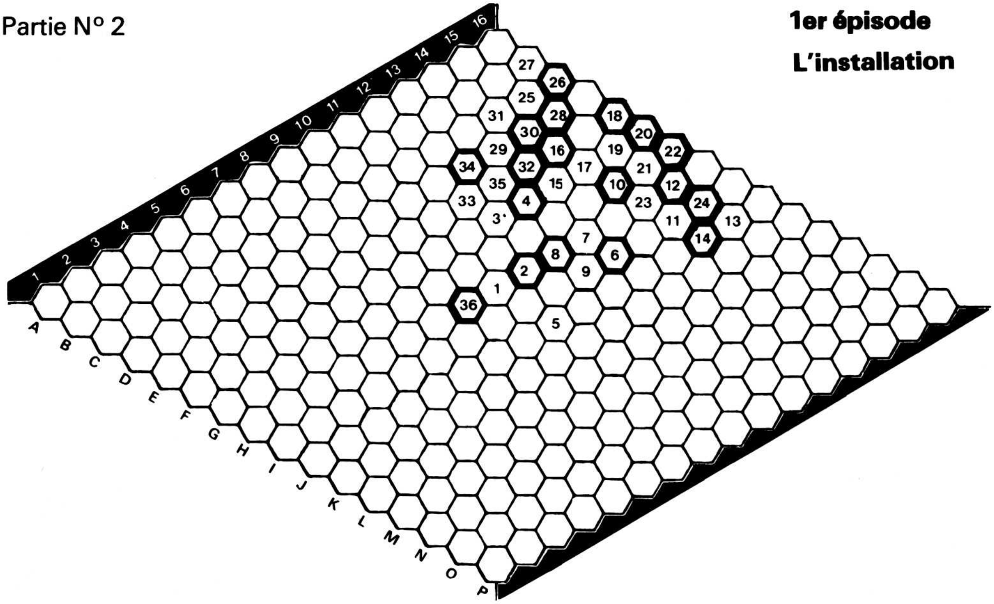
HEX : Partie commentée N°2

Pour les règles (simples) et la notation (évidente) se reporter aux P.A. 66-67 et 68-69-70...
mais si vous êtes déjà conquis par ce super jeu, voici une nouvelle partie...

Partie N° 2

1er épisode

L'installation



6 I11 était-il plus indiqué ?

7 Peut-on passer ?

8 Ôte une des deux menaces

11 Une menace à long terme

13 Une première installation stratégique

14 Restreint la «liaison» avec J9

22 Où l'on voit l'intérêt de H15 : les coups H13, H14 ou I13 auraient été mauvais !

25 Une autre menace ?...

27 ... Une seconde installation stratégique !

30 C14 aurait été meilleur... Pour la suite... et fin !

32 Forcé ? Peut-être pas.

33 Les Blancs conservent l'initiative et construisent au centre.

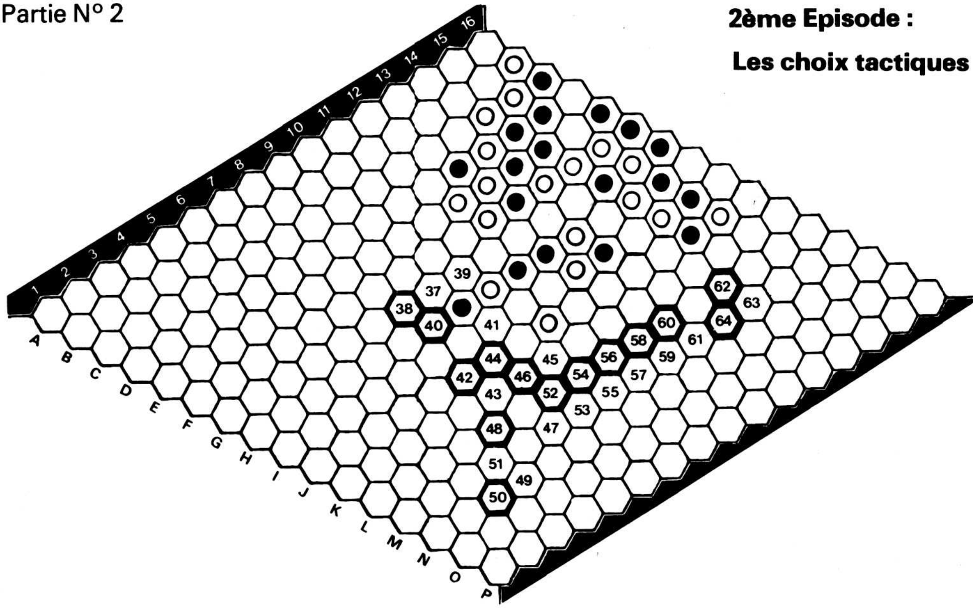
34 Cela peut toujours servir !

36 Après 36 une première phase est achevée ; les blancs sont parvenus à constituer une «chaîne» partant du centre et reliée au bord NE ; les autres pions sont connectés et le pion isolé J15 est bien placé. On comprend pourquoi les noirs changent de terrain !

Partie N° 2

2ème Episode :

Les choix tactiques



41 Devant l'ardeur à défendre de Noir, Blanc choisit de construire un chemin passant par le centre, ne serait-ce que comme ossature provisoire.

46 Noir a-t-il contré cet objectif ?

49 Blanc cherche à tirer parti de cette situation.

52 Il faut absolument couper ce chemin

61 Une autre liaison vers le bord N-E est bien amorcée !

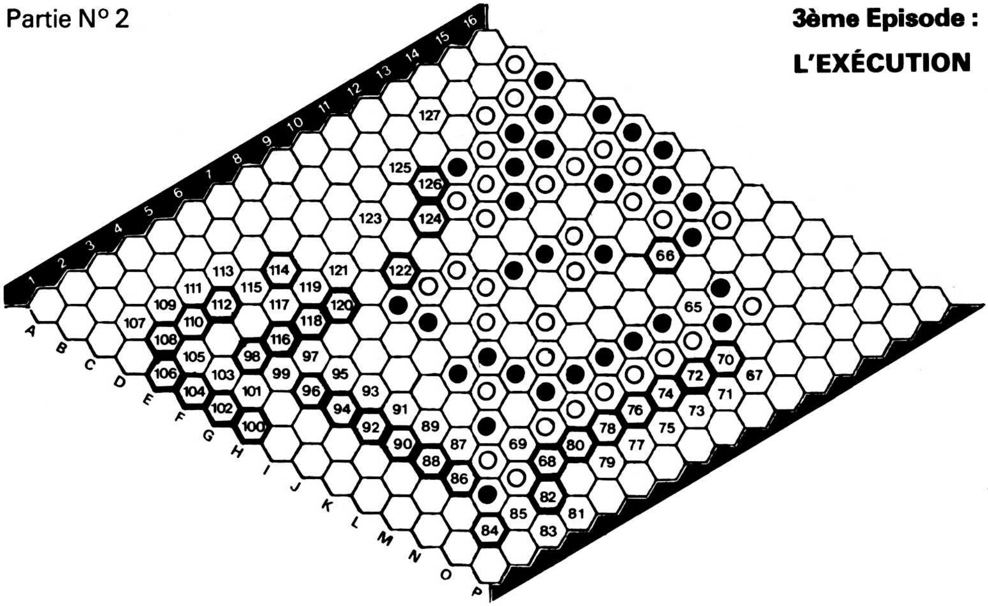
62 Une tentative d'arrêt...

64 Ou de percée ?

Le combat semble encore bien indécis et il ne faut pas commettre la moindre faute. Cependant on peut presque dire que les jeux sont faits. **Les Blancs ont réussi à enrober les pions adverses, reste donc à jouer avec précision.**

Partie N° 2

3ème Episode : L'EXÉCUTION



66 Que de connexions noires possibles !

68 Un coup parfois gênant,

69 «Il faut bien garder cette chaîne» Pense Blanc.

81 Forcé,

84 Un choix délicat : Abandon de la chaîne durement acquise contre une liaison dans un bord !

85 Désormais la stratégie est simple

98 Noir essaie de troubler les prévisions de Blanc,

107 Un coup décisif,

114 Noir refuse de se laisser promener contre le bord... jusqu'à C14 !

115 La menace est de taille, puisque rappelons le, à l'autre bout la chaîne blanche, avec 011, M13 et J15 est techniquement reliée au bord Nord-Est !

120 Forcé, sinon Blanc menacerait de lier aux Pions de la ligne 4 et relierait au Pion I8 !

124 D10 est mauvais, il n'y a rien d'autre,

127 Et le gain est assuré en cinq coups tranquilles !

Peut-être faudrait-il, comme dans les jeux beaucoup pratiqués depuis des millénaires, posséder un «vocabulaire» propre au jeu, lié à une «théorie». Qu'en pensez-vous ?

Pour toute correspondance, félicitations, injures, observations, etc...

Francis GUTMACHER - PA-JEUX
61, rue St-Fuscien 80000 AMIENS

PLIAGES :

La courbe Dragon

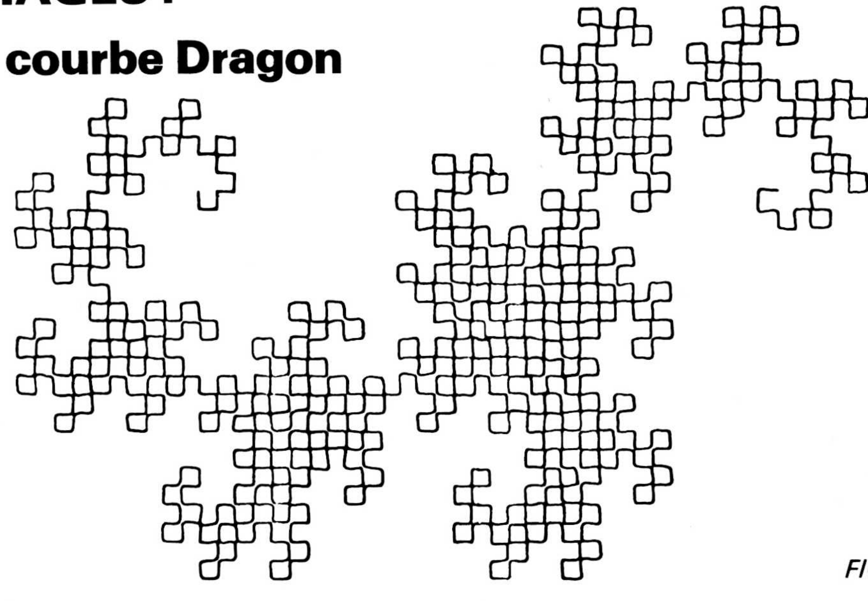


FIG. 1

Cette courbe (appelée courbe dragon) et découverte par le physicien J.E. Heighway peut être obtenue de différentes façons.

1) La construction d'origine est la suivante : on plie n fois une bande de papier en rabattant la partie droite sur la partie gauche. Ensuite on déplie de façon que tous les angles de pliage deviennent droits (fig. 2).

2) On peut également partir d'un segment AB, puis construire sur ce segment deux nouveaux segments AC et CB, de façon à tourner *à gauche* au sommet C. On recommence alors sur les segments AC et CB le même processus (fig. 3).

Notons que ce mode de construction est très proche de celui de la courbe sans tangente de Von Koch décrite

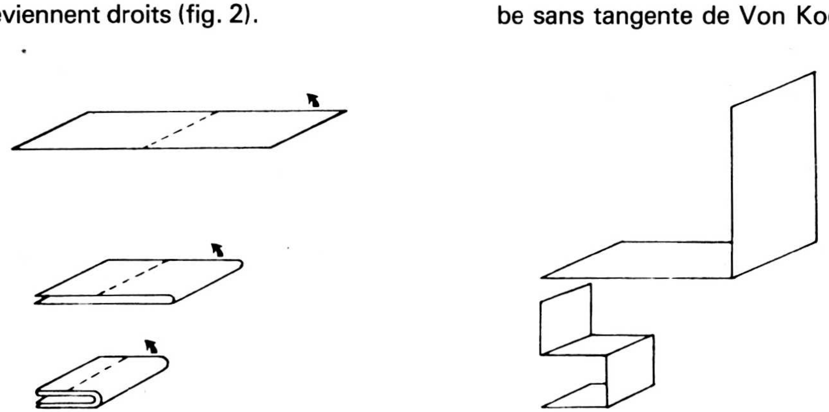
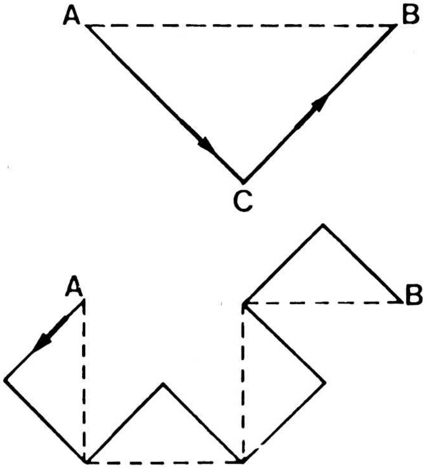


FIG. 2

ici-même (voir PA 55-56 et 57-58 : les Fractals).

3) On peut obtenir une définition algébrique de cette courbe en convenant



qu'un virage à gauche s'écrit 1 et un virage à droite 0. On obtient ainsi successivement (fig. 3) :

1 ; 110 ; 1 101 100 ; 110 110 011 100 100, etc...

Ce mode de construction est particulièrement adapté au calcul à l'aide d'ordinateurs. On passe en effet d'un mot binaire au suivant en appliquant l'une des deux méthodes suivantes :

a) On part d'un mot : exemple 110 et on intercale dans les intervalles la suite 10101, etc

1 1 **0** 1 **1** 0 **0** = 1 1 0 1 1 0 0

b) On part d'un mot : exemple 110

— on écrit à sa suite un 1 ce qui donne 110**1**

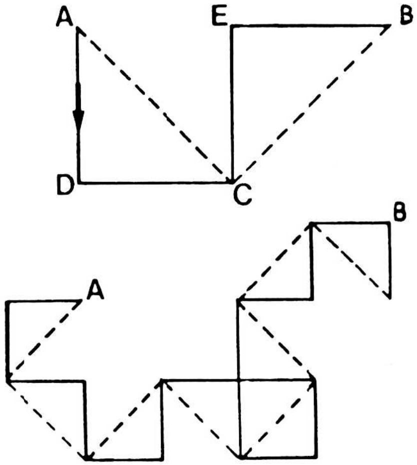


FIG. 3

— on récrit le mot initial renversé en remplaçant les 0 par des 1 et les 1 par des 0 on obtient 1101 suivi de 100. C'est-à-dire :

1 1 0 1 1 0 0

Cette seconde construction montre que l'on fait correspondre à la courbe, à l'étape n, un mot binaire de longueur $2^n - 1$. On peut lui faire correspondre un autre mot binaire. En effet, on ajoute à chaque fois un 1 après le mot initial : la courbe correspond donc au «mot réduit» :

1,1 1 1 1 1 1 1 1

...qui est une écriture binaire du nombre 2 sous forme illimitée.

Quelles courbes correspondent aux développements d'autres nombres : 1/3,π, e *par exemple ?* Nous en reparlerons dans le prochain numéro.

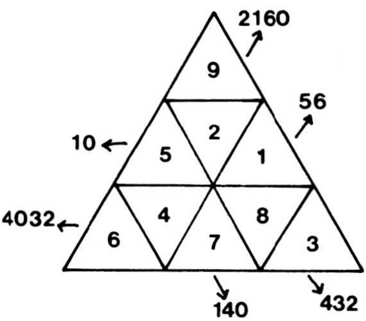
(à suivre)

LES NEUFS FACTEURS ...

• Soit un triangle équilatéral divisé en neuf petites cases triangulaires. Chacune de ses cases porte un nombre compris entre 1 et 9 et ceci **sans répétition** (Nos jeunes lecteurs auront bien sur compris qu'il y a une bijection entre l'ensemble des cases et l'ensemble des neuf nombres !).

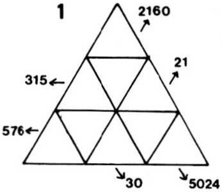
• Suivant trois directions **les produits** ont été faits ;

Par exemple :

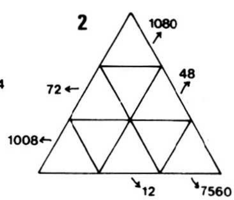


• Sauriez-vous **retrouver la place** des nombres de 1 à 9 dans les cas suivants, où seuls les produits sont indiqués ?

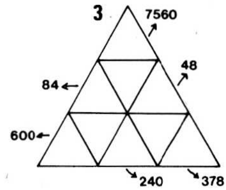
1



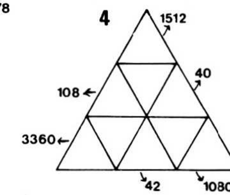
2



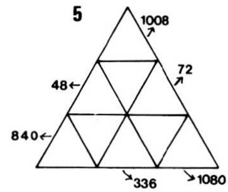
3



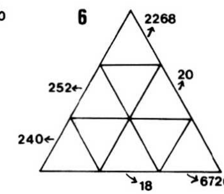
4



5



6



• Sans donner trop de renseignements aux lecteurs on peut toutefois faire observer l'utilité des **décompositions en facteurs premiers** et, bien sur, des **critères de divisibilité !...** alors bonne recherche !...

• On pourra aussi s'amuser à en construiire pour faire chercher les copains et copines ! On peut même concevoir cela comme **un jeu de rapidité** (2 joueurs) :

«Chacun propose à l'autre un triangle de sa composition, le premier qui a retrouvé la position a gagné. Une erreur dans la composition élimine le joueur fautif».

(à suivre)

SOLUTION DE TRIANGLE ET SOUSTRACTIONS

Solutions : ordre 3

6 2 5
4 3
1

5 6 2
1 4
3

1 6 4
5 2
3

Solutions : ordre 4

8 10 1 6
2 9 5
7 4
3

6 10 1 8
4 9 7
5 2
3

9 10 3 8
1 7 5
6 2
4

8 10 3 9
2 7 6
5 1
4

Solution ordre 5

6 14 15 3 13
8 1 12 10
7 11 2
4 9
5

Je n'en ai pas trouvé d'ordre supérieur.

Une méthode consiste à placer le plus grand naturel N sur la ligne supérieure, puis (N-1) sur la même ligne ou au dessous de N puis (N-2),... en balayant de gauche à droite et de haut en bas.

Ainsi pour l'ordre 4, on essaiera successivement :

10 9 • •
1 • •
• •
•

10 • 9 •
• • •
1 •
•

10 • • 9
• • •
• •
•

10 1 • •
9 • •
• •
•

9 10 • •
1 • •
• •
•

• 10 9 •
• 1 •
• •
•

• 10 • 9
• • •
• 1
•

1 10 • •
9 • •
• •
•

• 10 1 •
• 9 •
• •
•

on essaye chaque fois de placer 8, puis 7.

LES PB du PA

DES ÉNONCÉS

Aujourd'hui, je vous présente cinq énoncés d'origines diverses, de difficulté variable, et touchant à plusieurs parties des mathématiques. Tout d'abord, de J.C. Martzloff, de Saint-Denis :

PB 124. Vous connaissez la **suite de Fibonacci :** 0, 1, 1, 2,3, 5, 13, 21, 34,... où chaque terme est la somme des deux précédents. Mais le **produit** de deux termes quelconques (sauf 0 et 1) peut-il être encore un terme de cette suite ?

Et M. Cordier, de Coursan, vous demande :

PB 125. On appelle **réseau** l'ensemble des points d'intersection de deux familles de parallèles équidistantes (figure 1). Les sommets d'un polygone régulier peuvent-ils appartenir tous à un même réseau ?

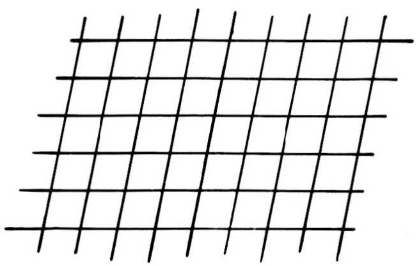


figure 1

(deux familles de parallèles équidistantes)

Restons en géométrie, avec un problème transmis par M. Béthune, professeur de Philosophie :

PB 126 - soit E un ensemble fini de points du plan, vérifiant la propriété suivante : quels que soient les points M et N de E, il existe toujours un troisième point P appartenant à E, distinct de M et de N, et alignés avec eux. Montrer que les points de E sont tous alignés.

Mais c'est de Probabilités que nous parle M. Jean-Luc Rémy, de Nancy :

PB 127 - On lance plusieurs fois de suite un dé normal, et l'on s'arrête lorsque les six faces sont apparues, chacune une fois au moins. Pour cela, combien faut-il de lancers, **en moyenne** ?

Et enfin, votre serviteur vous soumet cette petite question :

PB 128 - Considérons comme opérations **autorisées :** l'addition, la soustraction et l'opération «unaire» qui consiste à prendre l'inverse d'un nombre (non nul). Comment peut-on obtenir le produit de deux **réels** donnés par une suite bien choisie de telles opérations ?

DES SOLUTIONS

PB 112, PA 64-65, p. 40 (distances entières)
Pouvez-vous construire, dans le plan, **quatre** points **non alignés** dont toutes les distances mutuelles sont entières ? Pouvez-vous en construire cinq, six, etc...?

Madame Chrétien, de Villemomble, a cherché des ensembles de **quatre** points répondant à la question, et qui forment des figures remarquables. Un rectangle de côtés x et y et de diagonale z (figure 2) convient si l'on a : $x^2 + y^2 = z^2$. On peut fabriquer une infinité de triplets d'entiers positifs (x, y, z) vérifiant cette relation : il suffit de prendre : $x = 2\,ab$, $y = a^2 - b^2$, $z = a^2 + b^2$, avec a et b entiers positifs.

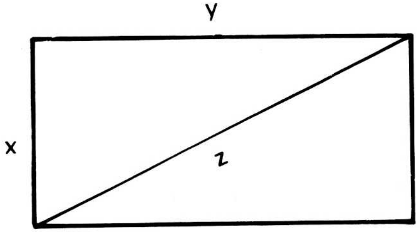


figure 2
(rectangle)

Ils se nomment **triplets pythagoriciens**. Si l'on a soin de choisir a et b premiers entre eux et de parité différente, ils fournissent toutes les solutions «primitives» de l'équation $x^2 + y^2 = z^2$. Primitives, c'est-à-dire formées d'entiers entre eux (voir : «Arithmétique et théorie des nombres» de Jean Itard, «Que sais-je» n° 571, pp. 107-108).

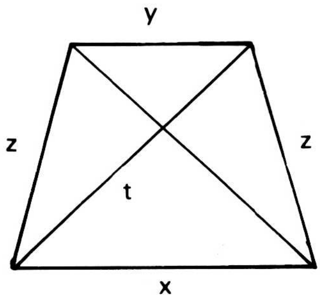


figure 3
(trapèze isocèle)

Le trapèze isocèle fournit aussi une solution : si ses bases sont x et y (figure 3), z ses côtés non parallèles et t sa diagonale, on doit avoir : $t^2 - z^2 = xy$. Pour déterminer les quadruplets (x,y,z, t) qui satisfont à cette condition, noter que t-z et t+z ont même parité et que, par suite, leur produit xy doit être impair ou multiple de 4. On se donne donc des x et y convenables, avec $x > y$, on choisit a et b de même parité tels que $a > x$ et $ab = xy$, et l'on obtient z et t en résolvant le système : $t + z = a$, $t - z = b$. Exemple : $x = 9$, $y = 7$, $a = 21$, $b = 3$, $z = 9$, $t = 12$.

On peut penser enfin au **parallélogramme :** si ses côtés sont x et y, ses diagonales z et t, ces grandeurs vérifient l'égalité : $z^2 + t^2 = 2(x^2 + y^2)$. Par exemple : $x = 10$, $y = 11$, $z = 9$, $t = 19$.

Vous pouvez chercher d'autres solutions.

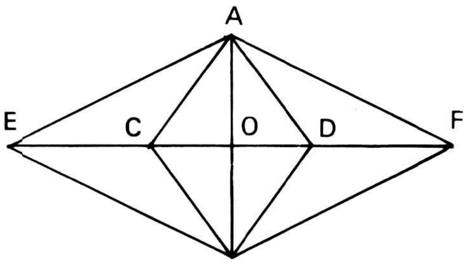


Figure 4

Reste à trouver plus de quatre points. Pour cela, Marc Bajet, de Vernon, préconise d'accoler des triangles rectangles entiers qu'il appelle «triangles parfaits». Cela lui donne **sept** points (voir figure 4) :

$OA = OB = 8, OC = OD = 6,$
$OE = OF = 15.$

On peut se remémorer à ce sujet les travaux du mathématicien belge **Maurice Kraitchik** qui dans sa «théorie des Nombres» (Tome III, Gauthier-Villars, 1947) traite des triangles **héroniens**, triangles dont l'aire et les côtés sont rationnels, et donne **neuf** points à distances mutuelles entières (figure 5). Il suffit de prendre :

$OA = OA' = 4\,abcd,$
$OB = OB' = (a^2 - b^2)(c^2 - d^2),$
$OC = OC' = 2\,cd\,(a^2 - b^2),$
$OD = OD' = 2\,ab\,(c^2 - d^2),$

avec a,b,c,d, entiers naturels, $a > b$, $c > d$

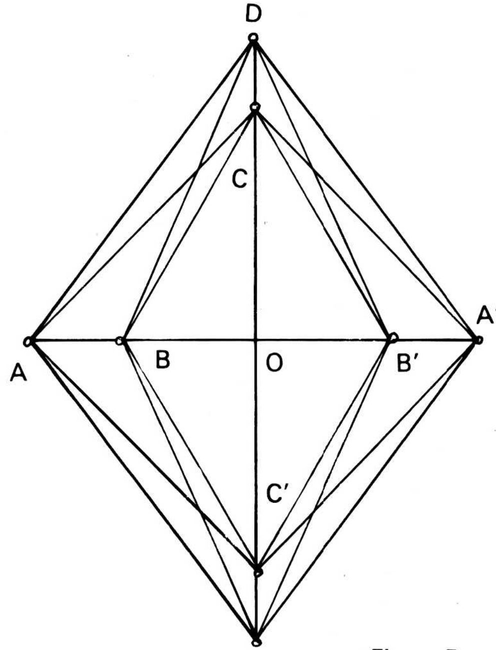


Figure 5

Le moment est venu de se demander si l'on peut obtenir un nombre de points donné à l'avance. Ce sont encore nos triplets pythagoriciens qui vont nous être utiles, grâce à Pierre Lescanne, de Nancy. Il nous conseille de choisir pour x un nombre pair ayant «beaucoup» de diviseurs, par exemple $x = 48$, ce qui permet de poser $x = 2ab$, avec $a > b$, de plusieurs manières. Par exemple : $48 = 2.24.1 = 2.12.2 = 2.8.3 = 2.6.4$. Pour chacune de ces décompositions, on pose $y = a^2 - b^2$ et $z = a^2 + b^2$. Dans le cas présent, nous avons le tableau :

a	24	12	8	6
b	1	2	3	4
y	575	140	55	20
z	577	148	73	52

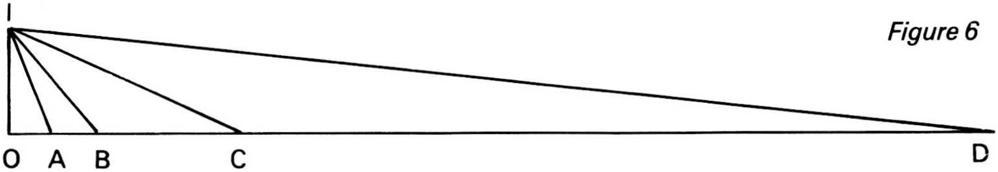


Figure 6

Sur une demi-droite d'origine O, on porte les points A, B, C, D tels que : $OA = 20$, $OB = 55$, $OC = 140$, $OD = 575$.

On construit enfin le point I tel que $OI = 48$, et que OI soit perpendiculaire à OD. On a alors :
$IA = 52$, $IB = 73$, $IC = 148$, $ID = 577$. Ainsi, les six points O,I, A, B, C,D répondent-ils à la question (figure 6). Et l'on peut ajouter les cinq symétriques de I,A,B,C,D par rapport à O, soit J,E, F,P.Q, ce qui fait **onze** points. En général, si $x = 2k$, si k n'est pas un carré et possède d diviseurs, on obtiendra par ce procédé **d + 3points** non alignés à distances mutuelles toutes entières. Mais parmi ces points, $d + 1$ sont alignés, et ceci peut passer pour un inconvénient. Pour y échapper, on peut penser à une **inversion** de pôle I, par exemple celle qui conserve le point O, et dont la puissance est : $k = IO^2$.

On appelle A', B', C', D', etc... les images, par cette inversion, des points A, B, C, D, etc... Alors, les dix points I,O,A',C',D',E',F',P',Q' sont situés sur le cercle de diamètre IO, de centre J'. Mais qu'en est-il de leurs distances mutuelles ? Elles sont **toutes rationnelles.** En effet, on a par exemple :

$$A'B' = \frac{k\,AB}{IA.IB}$$

quotient de deux entiers. Pour les rendre toutes entières, il suffira d'une similitude de rapport égal au PPCM de leurs dénominateurs, et nous aurons dix points cocycliques à distances mutuelles toutes entières.

Nous avons ici mis le doigt sur une remarque anodine mais riche de conséquences : puisque nous cherchons un nombre **fini** de points, il **suffira** que leurs distances soient toutes **rationnelles**, car alors on pourra les multiplier toutes par le PPCM de leurs dénominateurs. Et Monsieur Vidiani, d'Annecy, a bien raison de nous signaler la parenté de cet énoncé avec le suivant, proposé aux Olympiades Internationales (devinez en quelle année) : «Est-il possible de disposer, sur un cercle de rayon unité, 1975 points dont les distances mutuelles soient toutes rationnelles ?». Pour en savoir plus, voir «les Olympiades Internationales de mathématique» de D. Gerll et G. Girard (Hachette), pp. 73 et 78, ainsi que «International mathematical Olympiads 1959-1977» de Samuel L. Greitzer (The mathematical Association of America) pp. 17 et 171.

On y trouve notamment une solution élégante, que nous donne aussi Madame Chrétien. Cela consiste à choisir un angle α dont le cosinus et le sinus soient rationnels et à construire, sur un cercle de centre O et de rayon 1, les points A_1, A_2,... A_n tels que :

$\widehat{\overrightarrow{OA_1},\overrightarrow{OA_2}} = \widehat{\overrightarrow{OA_2},\overrightarrow{OA_3}} = 2\alpha$.

(Par exemple : α = Arc Cos 3/5).

La distance des points A_k et A_h est alors : $2|\sin (k-h)\alpha|$, qui est rationnel, et le tour est joué. Mais il reste à prouver que tous ces points sont bien **distincts**. En d'autres termes, que l'on ne peut avoir : $\cos r\pi = s$ avec r et s rationnels, à quelques exceptions près. Comment cela se démontre-t-il ? Je vous le demande, ou je vous renvoie au «Pied carré» N° 3 et 4.

Bref, on peut trouver dans le plan autant de points qu'on veut (en nombre fini !) dont les distances mutuelles sont toutes entières, et trois à trois non alignés. Mais le problème n'est pas clos. On peut essayer de chercher de tels ensembles de points de diamètre minimum, par exemple. Qu'en pensez-vous ?

PB 122, PA 68-69-70, p.60
(Fonction d'Ackermann)

On définit de la façon suivante le symbole A (m,n,), où m et n sont deux entiers naturels :

- Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a: $A(o,n) = n+1$
- Pour tout $m \in \mathbb{N}^*$, on a : $A(m,o) = A(m-1,1)$;
- Pour tout $m \in \mathbb{N}^*$ et tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose : $A(m,n) = A(m-1,A(m,n-1))$.

Calculer A(4,4).

On voit d'abord que $A(1,0) = A(0,1) = 2$.

Si $n > 1$, on a $A(1,n) = A(0,A(1,n-1)) = 1 + A(1,n-1)$. Donc : $A(1,1) = 1 + A(1,0) = 3$, $A(1,2) = 1 + A(1,1) = 4$, etc... En général, on voit que $\underline{A(1,n) = n+2}$ pour tout entier naturel n.

Procédons de même pour A(2,n) : on a $A(2,0) = A(1,1) = 3$ et, si $n > 1$, $A(2,n) = A(1,A(1,A(2,n-1))) = A(2,n-1) + 2$.

Les nombres A (2,n) forment une suite arithmétique de raison 2. Donc : $\underline{A(2,n) = 2n+3}$.

Passons à A(3,n) : d'abord $A(3,0) = A(2,1) = 5$. Ensuite si $n > 1$, $A(3,n) = A(2,A(3,n-1)) = 2A(3,n-1) + 3$, d'où : $A(3,n) + 3 = 2(A(3,n-1)+3)$. Si l'on pose $a_n = A(3,n)+3$, on voit que la suite a_n est géométrique de raison 2, avec $a_o = 8$. D'où : $a_n = 8.2^n = 2^{n+3}$ et $\underline{A(3,n) = 2^{n+3}-3}$

Enfin, $A(4,0) = A(3,1) = 13$. Si $n > 1$, alors $A(4,n) = A(3,A(4,n-1)) = 2^{A(4,n-1)+3}-3$. Si l'on pose : $b_n = A(4,n)+3$, on a : $b_n = 2^{b_{n-1}}$, et $b_o = 16$. D'où : $b_1 = 2^{16} = 65536$,

$b_2 = 2^{2^{16}}$, etc... En général, $b_n = 2^{2^{2^{\cdot^{\cdot^{16}}}}}$ (le 2 figure n fois) et $A(4,n) = b_n - 3$. En particulier, $A(4,4) =$

$2^{2^{2^{65536}}} - 3$. Nombre vraiment considérable, dont le nombre de chiffres est à peu près :

$10^{10^{19728}}$, le dernier de ces chiffres étant (sans doute) un 3.

Bonnes solutions de Mme Chrétien de Mlle Sambard, et de Denis Escoffier, de St Michel de Maurienne.

Cette fonction, qui atteint si rapidement des valeurs aussi énormes, se nomme fonction d'Ackermann. C'est un exemple de fonction récursive non primitive. Pour plus d'information, voir par exemple «calculateurs programmables», collection «Recherches Pédagogiques» n° 75, édité par l'INRDP en 1975.

PB 123, PA 68-69-70, p. 60
(Le Congrès de Babel)

A un congrès international arrivent mille délégués de divers pays. Chacun parle plusieurs langues. On sait que n'importe quel groupe de trois peut se comprendre sans l'aide des autres, l'un des trois servant éventuellement d'interprète aux deux autres.

Démontrer que l'on peut loger tous ces délégués dans des chambres à deux places, de sorte que deux personnes logeant dans la même chambre puissent communiquer entre elles.

D'après l'énoncé, dans tout groupe de trois congressistes, il y en a deux qui se comprennent. Si nous répartissons nos mille congressistes en 333 groupes de 3, on pourra en extraire deux de chacun de ces groupes et les loger dans la même chambre. Voici donc la question réglée pour 666 d'entre eux. On recommence pour les 334 restants, dont on fait 111 groupes de trois, ce qui permet d'en loger 222. Il en reste alors 112. On continue ainsi, et on en loge 74, puis 24, puis 8. A ce moment, il reste **six personnes**. Si l'on poursuit le même processus, cela permet d'en loger quatre, mais nous ne sommes pas assurés que les deux qui restent se comprennent. Alors, on en loge seulement **deux**, et il en reste **quatre**, que nous nommerons A,B,C,D. Parmi A,B, C, il y en a un qui comprend les deux autres : supposons que ce soit A. Si B et D se comprennent, on les loge ensemble ainsi que A et C. Si B et D ne se comprennent pas, C doit les comprendre tous deux pour pouvoir assurer la communication dans le trio BCD. On loge donc ensemble A et B d'une part, C et D d'autre part, et le problème est résolu. Il est clair que le même raisonnement vaudrait pour tout nombre pair de congressistes.

Sous un habillage «concret», il s'agit en fait d'un problème (élémentaire) de théorie des graphes. Pour vous en convaincre, vous pouvez représenter chaque congressiste par un point et joindre deux points si les deux personnes se comprennent.

J'ai reçu deux bonnes solutions : Mlle Sambard et M. Puissegur, de Nevers.

DU COURRIER

M. Vidiani nous reparle du PB 115 dont on peut lire la solution dans le PB 68-69-70, p. 63. Il s'agit d'une boule que l'on lance suivant une bissectrice d'un billard rectangulaire de dimensions m et n : où s'arrête-t-elle ? M. Vidiani nous signale une curieuse application de ce problème parue dans un ouvrage de Martin Gardner : «Les jeux scientifiques du Scientific American», adapté en français par Y.Roussel et publié par CEDIC. Il s'agit du **Billard optique** de Zavrotsky, un montage grâce auquel le PGCD de deux entiers se trouve déterminé par la trajectoire d'un rayon lumineux. Reportez-vous donc à l'ouvrage cité (p. 207) et pendant que vous y êtes, lisez-le en entier : vous ne perdrez pas votre temps.

M. Marc Blanchard, à la suite du PB 111 (cf. PA 64-65, p. 44) qui traitait de fonctions périodiques, nous envoie un énoncé portant sur des suites périodiques, et je l'en remercie.

M. Marc Charny, de Toulouse, me renvoie un courrier qui s'était égaré, et qui contenait de précieuses réflexions arithmétiques prolongeant le PB 101 (PA 59-60, PA 62-63). En voici un exemple :

Prenez un nombre de trois chiffres (en base dix), par exemple 642. Ecrivez les trois mêmes chiffres à la suite : vous obtenez 642642. Divisez ce nombre par 7 : la division tombe juste, et donne 91806. bon. Divisez le résultat par 11 : cela tombe encore juste et l'on obtient 8346. Tiens, tiens... Divisez alors ce dernier nombre par 13 : encore une division exacte, dont le quotient est... 642. Vous avez dit bizarre ?

Nos lecteurs sont aussi attentifs à nos fautes. Et justement, la solution donnée dans notre dernier numéro au PB 118 est **erronée**, comme le signalent Mme Chrétien et Mme Motte. Rapelons l'énoncé :

Chaque jour, M. Martin se rend par le train à son travail. Le train atteint la gare d'arrivée à 8 H, où une voiture de son entreprise vient chercher M. Martin. un jour, il se lève une heure plus tôt, arrive à cette gare à 7 H et là, au lieu d'attendre la voiture, il décide de marcher. Il rencontre la voiture en route et elle l'emmène. Il constate qu'il arrive à son entreprise seulement 10 mn plus tôt que d'habitude. combien de temps a-t-il marché ?

Toutes les vitesses étant supposées constantes, la voiture a roulé 10 mn de moins que d'habitude, soit 5 mn de moins à l'aller et 5 mn de moins au retour. Comme elle arrive d'ordinaire à la gare à 8 h, son voyage-aller s'est arrêté à 8 h moins 5 : c'est le moment où elle a chargé M. Martin, qui a ainsi marché 55 mn.

Il en résulte d'ailleurs que la voiture va **onze** fois plus vite que M. Martin, puisqu'elle parcourait en 5 mn la distance qui a pris 55 mn à notre piéton occasionnel.

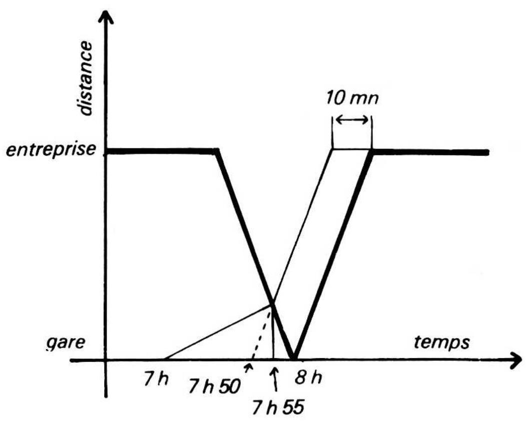


Figure 12

On peut s'en convaincre aussi à l'aide de la représentation graphique du mouvement de M. Martin (figure 12) : en trait fort, son trajet habituel, et en trait fin, son trajet exceptionnel.

Cet énoncé, auquel je n'avais affecté qu'une demi-flèche, s'est avéré plus coriace que bien des problèmes dits plus compliqués : la leçon est à retenir !

Notre ami F. Gutmacher me signale que cet exercice a paru dans notre Précurseur Vénéré, le Facteur X, N° 52 (avril 1959), p. 105, et sa solution dans le N° 53, p. 125. Je signale aussi sa parenté avec «the chauffeur problem», dans «Mathematical Morsels» de Ross Honsberger (mathematical Association of America, 1978).

Continuez donc de m'adresser vos commentaires sur cette rubrique, vos solutions, vos idées pour prolonger ces solutions, vos suggestions d'énoncés. Veuillez traiter des questions distinctes sur des feuilles séparées, et adresser le tout à :

M. CUCULIERE Roger
Professeur de Mathématiques
Lycée H. Wallon
146, Rue des Cités.
93300 AUBERVILLIERS.

INDEX PA 61 à 70

	25	94			
	25		$x^y = y^x$		
62-63	37	Olympiades			
		PB 107	Aire carré hachuré	68-70	61
		108	Drapeau colorié	62-63	37
		109	Carré en trois sous ensembles	62-63	38
		110	Les sept pneus	62-63	38
		111	$f(x) = \sin x + \sin (x\sqrt{2})$		
		Sol 101		59-60	34
		104		59-60	34
64-65	40	PB 112	Distances entières		
		113	Carré découpé	68-70	62
		114	Triangle de Pascal et progressions	64-65	40
		115	Billards	68-70	63
		104		59-60	34
66-67	44	PB 116	Poêle et biftecks	68-70	65
		117	Divisibilité par 7	68-70	66
		118	M. Martin de bon matin	68-70	66
		119	Nombres et puissances de 2	68-70	67
68-70	60	PB 120	Les 47 vaches		
		121	tg 89°		
		122	A (m,n)		
		123	Les 1000 délégués		

B : ALGORITHMIQUE

64-65	12	Pour faire travailler les facteurs	
	15	Clubs Microtel et Ademir	
	13	Les fractions continues	
66-67	3	Multiplication éthiopienne	
66-67	5	Les fractions continues	
68-70	7	Les fractions continues	
64-65	12	La septième décimale	
66-67	3	66-1	Jeu des permutations
	4	66-2	Jeu des Touches voisines
68-70	8	68-1	Au sujet de Pythagore
	8	68-2	Sur les nombres premiers

C : GÉOMÉTRIE

62-63	8	Un Heptaèdre singulier		

PA et la VIE

PA et les ACTIVITES MANUELLES

JEUX

64-65	19	Miniatures et méréditths	64-65	35
66-67	23	Parmi les revues échiquéennes		32
68-70	38	Mérédith		

JEUX DIVERS

62-63	28	Le Dadamax		
66-67	11	Le Hex		
68-70	32	Le Hex		
66-67	3	Jeu des permutations		
	4	Jeu des touches voisines		
68-70	6	Les deux cavaliers	68-70	40
	31	Jeu de Mots		

AMUSEMENTS

66-67	43	Récréation mathématico-militaire		
68-70	12	Pierre et Paul		
68-70	12	Histoire Russe		56
68-70	14	Une histoire de π-pe		
	71	Beraudit en avion		
	71	M. Lageres		

DIVERS

PA A VU, LU, ENTENDU

62-63	19	Mots valises
64-65	29	Haha ou… (Martin Gardner)
		Jeux Mathématiques (Martin Gardner)
66-67	31	Mathématiques pour la Tête et les Mains
62-63	20	Trois Revues Jeunes : Jeux-tu-ils Math-Jeunes Le pied carré

S V | P
| A

64-65	17	La Télédétection	68-70	15
61	26	Un abaque		

PA A LU, VU, ENTENDU
Le traité d'Echecs chinois

C'est avec beaucoup de plaisir que je présente aujourd'hui ce qui doit être une première : «le traité d'Echecs Chinois», traduit en français par Christiane Guermeur et diffusé à des conditions très intéressantes par l'I.C.C.C.A. (International Correspondence Chinese Chess Association) dont le Président est M. Wohrer.

Ce livre, bien conçu et fort bien imprimé, propose sur près de 300 pages brochées et 380 diagrammes une initiation complète pour le débutant et un cours de perfectionnement pour le joueur avancé.

Nous ne saurions trop le recommander aux amateurs de nouveautés.

Le livre et la cotisation I.C.C.C.A. pour 1980-81 incluse : 60 F.

S'adresser à I.C.C.C.A., 1 bis, rue Mornay, 75004 PARIS.

Il me paraît intéressant, pour tous ceux qui se posent des questions à propos de notre cousin chinois, de donner l'avis de Michel Van Belle, membre de l'A.J.E.C.(1) et de l'I.C.C.C.A.

«Jusqu'ici, j'ai trouvé que la pratique des deux jeux, loin d'être incompatible, présentait des avantages de distraction, d'agrément et de progrès sur les deux échiquiers.

Pour un niveau supérieur au mien, je ne peux me prononcer, mais pour les débutants, joueurs de quatrième et troisièmes séries, j'estime que le Xiang Qi est profitable. Les règles sont simples et accessibles à tous et quelques heures suffisent pour assimiler parfaitement la valeur de chaque pièce. Un enfant de 6 à 8 ans peut s'initier si vite que certains ont conclu qu'il s'agissait d'un jeu par trop «simpliste», ce qui est faux.

Il existe une stratégie différente de nos échecs, mais elle existe, et pour s'en rendre compte il suffit de lire l'ouvrage de C. Guermeur. Il est passionnant et je suis certain que de nombreux joueurs seront de mon avis».

PETIT PHILIDOR

(1) Association des joueurs d'échecs par correspondance.

REVUE DU PALAIS DE LA

découverte

vous intéresse !

Vous y trouverez :

- **une chronique d'actualité scientifique** par Fernand Lot ;
- le texte des **conférences** du samedi du Palais de la Découverte par exemple : « La révolution des microprocesseurs », par Wladimir Mercouroff ; « Vaincre le cancer », par Raymond Daudel ;
- des articles sur les exposés, expériences, expositions ;
- des informations sur l'activité des clubs de jeunes, des camps scientifiques de vacances, la Société des Amis du Palais de la Découverte et ses avantages ;
- des notes de lecture...
- des suggestions de visite au Palais de la Découverte (exposés, expériences, expositions, conférences, planétarium, cinéma, initiation à la science...) et dans les musées ;

Vous bénéficierez de :

- numéros spéciaux sur des sujets divers, par exemple :

— Découverte de l'Univers,
— Initiation à la diététique,
— Albert Einstein,
— La conquête de l'espace.

BULLETIN D'ABONNEMENT PA 81

NOM ______________________ PRENOM ______________________

ADRESSE ____

______________________ PROFESSION ______________________

10 numéros mensuels plus 1 ou 2 numéros spéciaux ; France **75 F**, Etranger **95 F**, abonnement de soutien **150 F**. Règlement par chèque bancaire ou postal (3 volets) à l'ordre du PALAIS DE LA DECOUVERTE - Avenue Franklin-D.-Roosevelt - 75008 Paris.

LE PETIT ARCHIMÈDE

Revue de l'Association pour le Développement de la Culture Scientifique

10 numéros par an

ABONNEMENT 1981 (nouveau tarif)

Abonnement de Soutien : 100F ☐ (1)
Abonnement de Bienfaiteur : 500F ☐ (1)
Abonnement ordinaire : 50 F ☐ (1)
Abonnements groupés (minimum 10) : 35 F
(Ils peuvent être servis à une ou plusieurs adresses) ☐ (2)

MAJORATION POUR TOUT ENVOI HORS EUROPE
ou PAR AVION (le préciser) de 50 %

Toutes les collections anciennes sont disponibles :

N° 1 à 10, 11 à 20, 21 à 30, 31 à 40, 41 à 50, 51 à 60 : 35F
Prix de vente au n° : 8F — la collection 61 à 70 : 40 F

PRODUCTIONS SPECIALES

Le nouveau calendrier perpétuel : 50 F le paquet de cinquante ☐ (3)

Affiches (5 affiches : 15 F) (10 affiches : 25 F) ☐ (2)

N° Spécial PA Sp1 (index général PA1 à PA50) : 5 F ☐ (1)

N° Spécial Pi : 75 F - A partir de 4 exemplaires : 70 F l'unité
A partir de 10 exemplaires : 60 F l'unité ☐ (2)

NOM : Prénom :
Adresse d'expédition :
Code Postal : Ville :
Bureau distributeur :
Cette demande est à adresser exclusivement à :

ADCS - Abonnement - 61 rue St Fuscien 80000 AMIENS

Joindre chèque ou mandat à l'ordre de :

ADCS CCP 4736 63 W LILLE

(1) cocher les cases utiles
(2) Nombre d'exemplaires
(3) Nombre de paquets de cinquante cartes postales

LES ETABLISSEMENTS SCOLAIRES PEUVENT-ILS ÉVITER LES DEMANDES DE FACTURE ? MERCI

Adresser toute correspondance à :

Y. ROUSSEL - 61 rue St Fuscien 80000 AMIENS

Revue éditée par l'A.D.C.S. - Le Directeur de la publication J.C. HERZ

IMPRIMERIE I & RG AMIENS Tél. 92.60.16