archimède itəq əl PA 75-76 **MAI-JUIN 1981** 10 numéros par an

PA 75-76

**MAI-JUIN 1981** 

10 numéros par an

le petit **archimède** 

www.lepetitarchimede.fr

#### **SOMMAIRE**

<b>♣</b> Editorial	3
Petite histoire de l'électricité (suite)	4
A Réorganisation	9
🔁 Les neuf facteurs (suite)	10
Le nombre d'or	12
Pliages - La courbe dragon II	
Primus, Secundus & Tertius	16
Pliage, découpage et itération	17
##Algorithmique et raisonnement logique	20
Les Pentaminos «en veilleuse»	22
Boîte de dominos	24
♣ L'1.L.F. du P.A	25
<b>Д</b> Fanchon joue aux échecs	29
<i>‡</i> ⊲ Solution de «Réorganisation»	29
🏰 P.A. a lu vu entendu 🔝	30
Le petit coin d'Alice	33
Solution N° 1 (dominos)	33
₱ P.A. Jeux	34
## Echecs	37
Solutions du puzzle 73-74	39
Mots-Valises	39
🊰 Solution de la rubrique Echecs	40
Des carrés dans un rectangle	43
Les PB du PA	44
La Physique en questions	47

Nos conventions : 

✓ pour les «petits» 

✓ facile

✓ difficulté moyenne 

✓ pour les grands

#### **EDITORIAL**

#### LE TEMPS, SA MESURE, CALENDRIERS, CADRANS SOLAIRES

Horloge planétaire de la fin du XVIII<sup>e</sup> siècle (La Chaux-de-Fonds).



Oui un nouveau numéro spécial en préparation! Et après quatre années où l'A.D.C.S. a engagé toutes ses forces pour l'édition de son premier numéro spécial légitimement consacré au nombre PI (vous devez le connaître.. sinon voir dernière page!), c'est avec autant d'acharnement, de persévérances et de sérieux, que nous mettons en chantier ce nouveau numéro spécial.

#### Votre participation est capitale

Et cette invitation s'adresse tant à nos lecteurs isolés qu'aux professeurs de toutes les disciplines intéressés par ce beau sujet.

Quels sont les aspects principaux que vous désirez voir développer : Physique, Astronomie, biologie (rythmes biologiques), l'étude des usages et coutumes liés aux calendriers anciens, le temps en linguistique, dans la littérature et dans les arts en général... l'étude des techniques (celles des cadrans solaires, de l'horlogerie...) N'hésitez pas à nous écrire, à nous proposer vos réflexions, des textes, une bibliographie, des idées.

Il n'est pas question aujourd'hui de fixer le sommaire, la structure, le format de ce numéro spécial pour lequel, rappelons-le, votre participation est essentielle.

Eh oui, PA sera toujours ce que vous voudrez qu'il soit!

PA

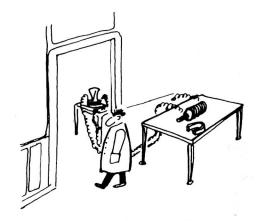
#### PETITE HISTOIRE DE L'ÉLECTRICITÉ (suite 2)

#### L'INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE

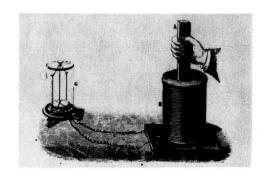
A la suite de l'expérience d'Oersted, de nombreux physiciens tentent de réaliser celle-ci en sens inverse, essayant de faire naître un courant électrique dans un conducteur par action d'un champ magnétique. Au cours de ces recherches, un physicien français, Colladon passe très près de la découverte de l'induction. Il étudiait l'influence de l'introduction d'un aimant dans un bobinage mais, désireux de soustraire l'aiguille de son galvanomètre à l'action de l'aimant, il l'avait considérablement éloigné de la bobine ; après introduction de l'aimant, Colladon allait observer son galvanomètre, mais n'y décelait plus aucun courant, car, nous savons maintenant que les courants induits ne circulent que lors du déplacement de l'aimant.

Michel Faraday pourra montrer, au cours de séries d'expériences publiées fin 1831, qu'une variation du champ magnétique baignant un conducteur ou une bobine, y crée un courant induit, qui persiste durant le temps de cette variation mais qui cesse sitôt que le champ magnétique reprend une valeur permanente.

Faraday découvre que l'intensité des courants induits est d'autant plus



Colladon passe très près de la découverte...



Induction par barreau aimanté

importante que la variation du champ magnétique est plus rapide.

Des expériences plus poussées lui montrent en effet que l'induction se produit également si l'on modifie la valeur de la surface conductrice, ou l'orientation de celle-ci dans un champ magnétique pourtant constant.

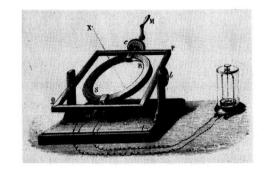
Il lui est alors possible d'énoncer clairement les lois de l'induction. Toute variation :

- du champ magnétique à travers une bobine de section fixe,
- de l'orientation d'une bobine de section fixe dans un champ magnétique fixe,
- de la section d'une bobine d'orientation fixe dans un champ magnétique fixe, donc du flux magnétique à travers la bobine, engendre des courants induits d'autant plus intenses que la variation est plus rapide.

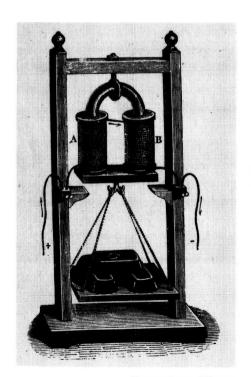
A la suite de Faraday, on put montrer que le sens des courants induits est tel qu'il s'oppose toujours à la cause inductrice.

Si l'on introduit un aimant dans une bobine, par le pôle Nord, il y a induction de courants dont le sens est tel qu'un pôle Nord prend naissance à l'extrémité de la bobine, dont on approche l'aimant.

Parallèlement à Faraday, François Arago parvient à réaliser en 1821 l'ai-



Cadre de Delzenne



Electro-aimant d'Arago

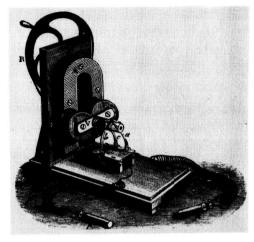
mantation induite d'un barreau de fer doux placé dans l'axe d'une bobine parcourue par un courant ; il découvre par là-même le principe de l'électroaimant dont le physicien Henry construit en 1833 le premier modèle de grande puissance.

### LES PREMIÈRES MACHINES A INDUCTION

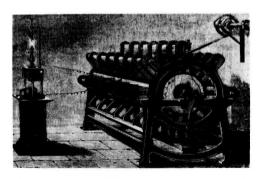
Dès 1832, un ingénieur, Pixili, présente à l'Académie des Sciences une machine constituée d'un aimant en fer à cheval tournant face à un fer doux courbé également en fer à cheval, et entouré d'un grand nombre de spires de fil de cuivre isolées. A chaque tour, les pôles nord et sud de l'aimant en rotation s'approchent et s'éloignent des branches bobinées du fer doux, le courant induit dans cette machine est en fait alternatif et la puissance fournie est très faible.

Les successeurs de Pixii perfectionnent ces premières machines magnéto-électriques, Clarke, Paccinotti mettent au point des machines utilisant toujours les aimants permanents dont un exemplaire alimentera la lampe à arc du phare de la Hève (machine de l'Alliance).

La première machine donnant un courant de sens constant d'une intensité suffisante est réalisée par Gramme en 1871, par utilisation d'un bobinage circulaire : l'anneau Gramme. C'est



Machine magnéto-électrique de Clarke



La machine de l'Alliance alimentant les arcs électriques des phares de la Hève (Havre) en 1860

encore lui qui imagine le remplacement des aimants permanents des machines antérieures par un électro-aimant, alimenté par une partie du courant produit aux bornes de l'anneau induit.

La machine dynamo-électrique de Gramme ne s'imposa qu'à la suite de la démonstration de la réversibilité de la machine qui, étant alimentée en courant continu, se trouve mise en rotation et devient moteur, le transport de l'énergie à distance apparaissant alors comme possible.

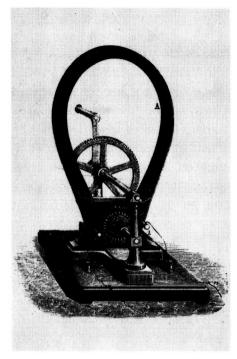
La machine de Gramme, fournissant du courant continu destiné à alimenter des systèmes d'éclairage ou d'électrolyse, ne pouvait être employée pour le transport d'énergie à longue distance par suite de l'impossibilité d'élever la tension assez faible du courant produit.

L'invention du transformateur, tout en suscitant l'essor des machines à courant alternatif résoudra ce problème.

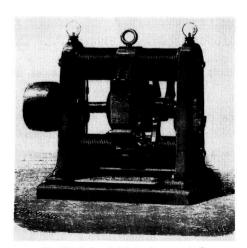
#### LE TRANSFORMATEUR

Le premier transformateur rassemblant les caractéristiques de cette catégorie d'appareils est construit par Rhumkorff : c'est la bobine d'induction.

Elle comporte un noyau de fer doux sur lequel sont bobinées quelques dizaines de mètres de gros fil de cuivre



La machine magnéto-électrique de Gramme



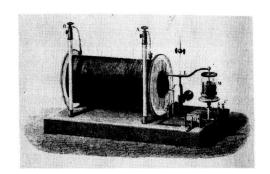
Modèle industriel de la dynamo de Gramme

émaillé. On enroule alors concentriquement à la première une seconde bobine de fil fin, cette fois soigneusement isolée et de très grande longueur.

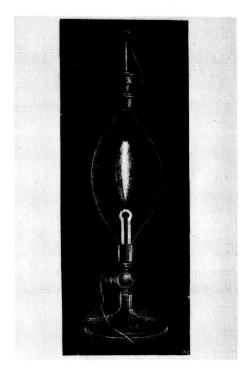
Le courant d'une pile est envoyé et interrompu un très grand nombre de fois dans la bobine primaire grâce à un rupteur. A chaque établissement et interruption, un courant de très haute tension est induit dans la bobine secondaire, aux bornes de laquelle on peut obtenir de longues étincelles.

La bobine de Rhumkorff jouera, à la fin du XIXe siècle, un rôle très important dans de nombreuses applications, ainsi que dans l'étude des phénomènes de décharges dans les gaz raréfiés, point de départ de toute la physique contemporaine. Rappelons simplement que les bobines d'allumage des moteurs à explosion ne sont autres que de petites bobines de Rhumkorff.

En octobre 1882, Lucien Gaulard et J.D. Gibbs prennent un brevet sur «un nouveau système de distribution de l'électricité pour servir à la production de la lumière et de la force motrice». Ce système utilise le courant alternatif, engendré par une machine à induction démunie de commutateur de redressement, et passant dans un grand nombre de bobines primaires, induisant dans des bobines secondaires un courant alternatif de même fréquence mais dont les caractéristiques de tension et



La bobine d'induction (1860)



L'œuf électrique et la décharge dans les gaz raréfiés

d'intensité dépendent de la réalisation des bobines et peuvent s'adapter à toutes les utilisations.

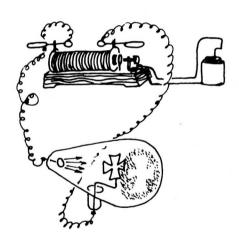
La théorie de l'électricité, ébauchée par les physiciens du XVIIIe siècle s'enrichit des contributions d'Ampère, Faraday et Maxwell dont la théorie électromagnétique semble réaliser la synthèse des phénomènes électriques et des phénomènes lumineux, la lumière n'apparaissant plus que comme cas particulier des perturbations affectant les champs électromagnétiques et se propageant dans le vide à la vitesse :

 $c = 300\,000\,\text{km/s}$ 

Parallèlement, l'étude des phénomènes de décharge dans les milieux raréfiés ouvre de nouveaux horizons et conduit Thomson et Jean Perrin à mettre en évidence ce grain d'électricité élémentaire que constitue l'électron. Les rayons cathodiques découverts en 1869 par Hittorf et étudiés par Crookes apparaissent alors comme constitués de myriades d'électrons animés de vitesses considérables (plusieurs dizaines de milliers de km/s).

L'identification de ce corpuscule électrisé, complétée par la mesure précise de sa charge et de sa masse, constitue alors le point de départ de toute la physique contemporaine. Il oblige les physiciens à élucider la constitution même de l'atome qui, perdant alors son caractère hypothétique, devient une réalité tangible dont l'expérience doit confirmer la configuration.

(à suivre)



#### REORGANISATION

(Adapté de Mathematical Pie)

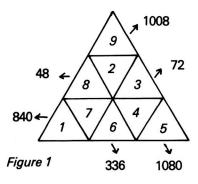
Placez dix pions sur un damier en formant un triangle isocèle dont le sommet est vers le bas. Quels pions faut-il déplacer pour obtenir un triangle isocèle de mêmes dimensions, dont le sommet est vers le haut?

#### LES NEUF FACTEURS...(suite)

Dans le numéro de PA 71-72, j'ai proposé quelques amusements à l'aide d'un triangle équilatéral et des neuf premiers nombres non nuls (1 à 9) : des casse-tête solitaires et un jeu de calcul (et de rapidité!) pour deux joueurs.

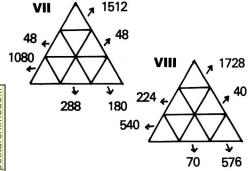
Leur principe commun était : Etant donnés les produits indiqués et le triangle vide, retrouver la position initiale des neuf nombres

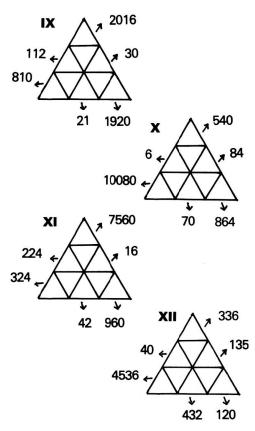
**En exemple** , la solution du Triangle V :



Cette fois, sur le même principe, nous proposons **plusieurs activités**:

### I - De nouveaux problèmes de «neuf facteurs"





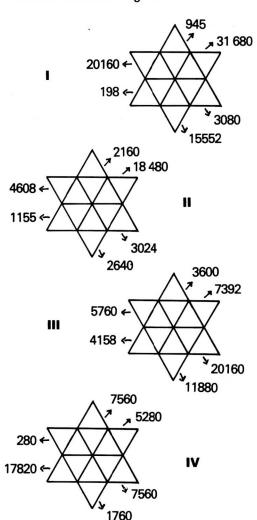
- Avez-vous remarqué comme certains triangles se découvrent plus vite que les autres ? Pouvez-vous l'expliquer ?
- Avez-vous mis au point une "méthode de recherche"?
- une erreur dans le Triangle I (PA 71-72) Il fallait lire 3024 au lieu de 5024.

#### II Une extension

Pour les plus forts, on pourra concevoir le même type d'activité avec un autre type de figure : **l'étoile** avec, cette fois, **les nombres entiers de 1 à 12.** 

On remarquera que si le problème est plus long à résoudre, deux nombres se placent aisément...

Pour vous entrainer voici quatre problèmes de difficultés inégales :



III - Quelques questions à propos des "neuf facteurs".

1/ Considérons les six produits résultats d'un triangle.

Nous pouvons effectuer le Produit P de ces six nombres.

 Comment placer les neuf nombres pour que le produit P soit maximal ?

- comment placer les neuf nombres pour que ce produit P soit minimal?
   Questions "faciles" ne nécessitant que peu de "puissance" de raisonnement; il y a d'ailleurs plusieurs solutions.
- 2/ Considérons toujours les six produits résultats d'un triangle. On peut les ordonner par ordre croissant. Soit **D** la différence entre le plus petit et le plus grand de ces nombres.
- Comment placer les neuf nombres pour que D soit maximal ?
- Comment placer les neuf nombres pour que D soit minimal ?
   (ici la deuxième question est plus délicate que la première!)
- 3/ Considérons toujours les six nombres produits; nous pouvons calculer la somme **S** de ces six nombres.
- Comment placer les neuf nombres pour que S soit maximal ? (j'estime le maximum à 17 485, qui dit mieux ?).
- Comment placer les neuf nombres pour que S soit minimal ?

Nous attendons impatiemment vos réponses, vos suggestions. Remarquons que de nombreuses autres questions se posent encore! et tout cela avec seulement neuf "petits" nombres...

#### Pour toute correspondance :

Francis GUTMACHER
LES NEUF FACTEURS
61, rue St Fuscien
AMIENS



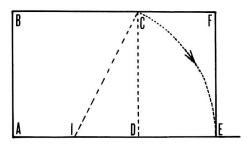
Symbole cosmologique, formule magique, proportion «divine», nombre aux propriétés étranges ; que penser de tout cela ? Où commence la légende, sur quoi repose cette mystique ?

#### Sa valeur :

$$\Phi = \frac{1}{2} (1 + \sqrt{5}) \simeq 1,618$$

Il n'a peut être pas la notoriété de T et ne fera peut être pas l'objet d'une publication spéciale de PA, mais, néanmoins, ce nombre était connu et utilisé déjà dans l'Antiquité. Pour un artiste,  $\Phi$  est le rapport entre les mesures respectives de la longueur et de la largeur d'un rectangle «agréable à l'œil» et on retrouve ce rapport dans maintes compositions : tableaux de maîtres, façade du Parthénon.

La construction d'un rectangle d'or est très simple : Prendre un carré (ABCD) de côté a, (cf. figure), prolonger le côté (AD), en prenant comme centre le milieu I de (AD) tracer un cercle de rayon IC qui coupe le prolongement de (AD) en E, compléter le rectangle (AEFB).



$$CD = AD = a$$
  $AI = ID = \frac{a}{2}$ 

$$1C^2 = a^2 + \underline{a^2} = \underline{5a^2}$$

avec leur somme».

donc IC = 
$$\frac{a\sqrt{5}}{2}$$
 = a x 1/2 (1 +  $\sqrt{5}$ )

d'où 
$$\frac{AE}{AB} = 1/2(1 + \sqrt{5}) = \Phi$$

Une autre définition du nombre d'or «Une harmonie que certains estiment parfaite, existe entre deux grandeurs lorsque celles-ci sont entre-elles dans la même proportion que la plus grande

Soit x et y les mesures de ces grandeurs,  $x \lt y$ , on a :

$$\underline{X} = \underline{x+y}$$
 soit  $\underline{y} = t$  on a alors:

$$t = \frac{1}{t} + 1$$

soit  $t^2$ -t-1=0; la racine positive de cette équation est égale à 1/2  $(1+\sqrt{5}) = \Phi$ 

On retrouve d'ailleurs cette équation dans le calcul du terme général d'une suite de Fibonacci.

Historique du nombre d'or : On pense que la découverte empirique du nombre d'or remonte à l'Antiquité la plus reculée, la présence de figures géométriques s'y rattachant le prouve. Il fallut attendre les Grecs pour nous laisser des textes écrits traitant de ses propriétés : les plus importants sont ceux d'Euclide dans son traité «Les Eléments». IL faut attendre ensuite le XIIe siècle pour que ce nombre réapparaisse dans un écrit : «le Liber Abaci» de Léonard de Pise (Fibonacci) né en 1180. L'ouvrage important qui est ensuite consacré au nombre d'or est dû au moine Luca Pacioli : «Divina -Proportione» en 1509. Pacioli montre comment cette «divine proportion» se retrouve dans les arts (architecture et peinture). Depuis un siècle, le nombre d'or a suscité de nombreuses recherches mathématiques et surtout psychologiques et esthétiques. Le travail le plus important a été effectué par le grand architecte LE CORBUSIER dans son célèbre traité du «Modulor» qui codifie littéralement les proportions idéales à retrouver dans l'architecture moderne. On a cherché à retrouver le nombre d'or en botanique, en anatomie, en musique, en acoustique et même en poésie! Ces recherches systématiques prouvent tout de même que le nombre d'or n'a rien perdu de sa fascination.

> (à suivre) J.C.

## PLIAGES La courbe Dragon II

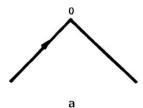
Dans le numéro 71-72, nous avons décrit quatre modes de construction de la courbe dragon de Heighway.

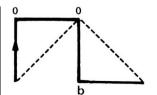
Cela nous a permis d'associer à cette courbe deux expressions numériques binaires : l'une de longueur 2<sup>n</sup>- 1, l'autre de longueur n, et nous demandions de chercher la courbe correspondant à la fraction 1 dans le second 3

cas.

Pour la découvrir, ce que vous avez sûrement réussi à faire, on commence par décomposer 1 en binaire, on obtient 3

$$\left(\frac{1}{3}\right)_{10} = (0,0101010101...)_2$$





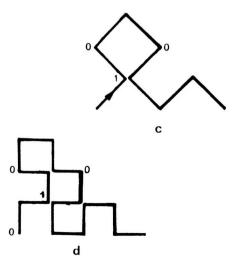
Pour ceux qui ignorent ou qui ont oublié les principes de la numération à base 2, l'écriture 0,0 1 0 1 0 1...signifie que :

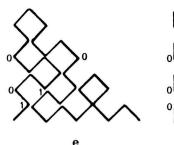
$$\frac{1}{3} = 0 + (0x\frac{1}{2}) + (1x\frac{1}{4}) + (0x\frac{1}{8}) + (1x\frac{1}{16}) \dots$$

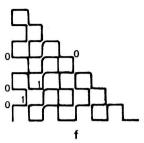
$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} \dots$$

Passons maintenant à la construction de la courbe correspondante en convenant que le chiffre 0 signifie tourner à droite et 1 tourner à gauche, et en convenant également qu'à l'étape n + 1 on passe alternativement de part et d'autre de la courbe obtenue à l'étape n.

La figure 1 (a à f) montre le détail de la construction correspondant aux cinq premiers chiffres de la fraction.







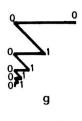


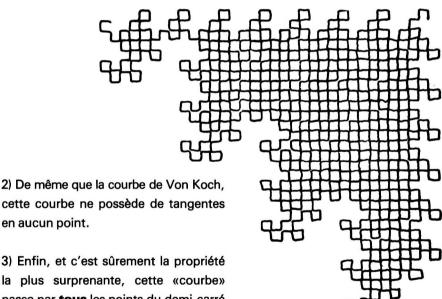
fig. 1:  $\frac{1}{3}$  = 0.01010...

Cette courbe possède trois propriétés importantes :

1) De même que la courbe de Von Koch, la «longueur» de cette courbe est infinie. En effet, à chaque étape cette longueur est multipliée par √2 ≥ 1,414.

en exhibait une qui passait par tous les points d'un carré, conduisant ainsi les mathématiciens à préciser la notion de dimension topologique d'un espace.

Revenons à nos courbes. Les figures 2 et 3 indiquent, à titre de curiosité,



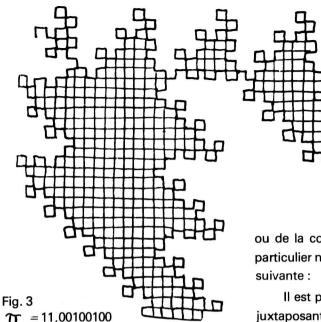
Enfin, et c'est sûrement la propriété la plus surprenante, cette «courbe» passe par tous les points du demi-carré où elle est inscrite.

en aucun point.

l'on rencontre des «courbes» jouissant de ces propriétés en Mathématiques. Peano, déjà, au début de ce siècle,

Ce n'est pas la première fois que

Fig. 2 e = 10,1011011...



les courbes associées aux développements binaires de e  $\simeq$  2,71828 et de  $\sim$  3,1415.

Elles n'ont évidemment pas le caractère de symétrie de la courbe-dragon ou de la courbe associée à 1/3, et en particulier ne possèdent pas la propriété suivante :

Il est possible de remplir le plan en juxtaposant des courbes-dragon, ceci sans qu'il apparaisse de jour entre les motifs.

En un mot, on peut paver le plan avec de telles courbes. Sauriez-vous le démontrer?

(à suivre)

### PRIMUS, SECUNDUS & TERTIUS

Tous ceux qui sont allés dans l'archipel lointain de la Nouvelle Héloïse se rappellent les fleurs magnifiques du «plindastus minabilis». Cette plante existe sous trois formes : primus, secundus et tertius.

Chaque plant de primus donne l'année suivante :

1 primus, 2 secundus et 3 tertius

Chaque plant de secundus dans les mêmes conditions donne :

2 primus, 3 secundus et 1 tertius alors qu'un tertius produit 3 primus, 1 secundus et 2 tertius.

On plante un primus.

- 1°) Combien obtiendra-t-on de plindastus au bout de n années ?
- 2°) Combien y aura-t-il de plants de chacune des variétés ?

### PLIAGE, DECOUPAGE et ITERATION...

Dans le N° 57-58 (page 34) j'ai posé le problème du ruban de papier que l'on plie, que l'on coupe... etc... J'ai donné une solution dans le PA 59-60 (pages 6 et 7). A la suite de quoi j'ai reçu une solution quelque peu différente de notre ami Gutmacher Francis qui utilise une diagonalisation de matrice, mais surtout qui **généralise le problème**. Il m'a semblé que ce prolongement était extrêmement intéressant, c'est pourquoi je vous livre ses calculs.

(Pour les nouveaux lecteurs de P.A. rappelons l'énoncé de ce problème original :

Considérons un ruban de papier vu par

la tranche : \_\_\_\_\_\_\_
C'est la situation initiale S<sub>O</sub>, on le plie, on le coupe, on superpose les morceaux:

pliage coupure superposition on obtient la situation S<sub>1</sub> (1 morceau plié, 2 morceaux non pliés).

**On continue**: on plie l'ensemble, on coupe, on superpose:







pliage coupure

superposition

On obtient 5 pliés, 6 non pliés, C'est la situation S<sub>2</sub>

On continue à plier, couper et superposer... que se passe-t-il ?

Que devient le nombre  $X_n$  des morceaux à la situation  $S_n$ ? Quel est le nombre  $P_n$  des morceaux pliés?

Quel est le nombre d<sub>n</sub> des morceaux non pliés ?)

«Pour trouver une solution on peut regarder ce que devient chaque morceaux de ruban, **séparément**, pendant l'opération proposée:

a) 1 morceau plié, est plié, coupé, et donne:

on peut dire alors que, par cette opération, un morceau plié donne : 3 pliés

b) 1 morceau non plié, est plié, coupé

\_\_\_ ==

et donne:

et 2 non-pliés.

 $\equiv$ 

disons que : 1 non plié donne : 1 plié et 2 non pliés.

L'opération (pliage, coupage) donnant le même résultat pour chaque morceau de ruban selon sa catégorie (plié ou non plié) on peut écrire, selon les notations de la question :

$$P_n = 3 P_{n-1} + 1 d_{n-1}$$
  
 $d_n = 2 P_{n-1} + 2 d_{n-1}$ 

ce qui résume le fait suivant : les *«pliés»* de la situation S<sub>n</sub> proviennent des pliés de la situation S<sub>n-1</sub> ; chaque plié donnant naissance à 3 nouveaux pliés et des *«pop pliés»* de la situation

plié donnant naissance à 3 nouveaux pliés, et des *«non pliés»* de la situation 
$$S_{n-1}$$
, chaque non plié donnant naissance à 1 seul plié. Des remarques analogues sont faites sur la provenance des *«non pliés»* de la situation  $S_n$ .

On peut écrire ceci sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} P_n \\ d_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{n-1} \\ d_{n-1} \end{pmatrix}$$

Soit A = 
$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$
  
La matrice de «l'opération» A est **dia-**  
**gonalisable** et se met sous la forme :

$$A = PDP^{-1}$$
 produit de trois matrices

avec 
$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$
  $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$  et  $P^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 - 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  (vous pouvez demander le concours de

votre prof de maths...) n-1 *«opérations»* sont représentées par

la matrice 
$$A^{n-1}$$
  $\begin{pmatrix} P_1 \\ D_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 

est la situation après la 1ère opération, la situation après la n<sup>ième</sup> opération sera donc :

ou : 
$$\begin{pmatrix} P_n \\ d_n \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4^{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

soit, après produit des matrices et simplifications:

$$\begin{pmatrix} P_n \\ d_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-1+4^n}{3} \\ \frac{2+4^n}{3} \end{pmatrix}$$

On remarque :  $d_n = P_{n+1}$  $P_n = \frac{-1 + 4^n}{3}$   $d_n = \frac{2 + 4^n}{3}$ 

$$X_n = P_n + d_n = \frac{1 + 4^n}{3}$$

On peut calculer certaines valeurs:

n	1	2	3	4	5	6
Pn	1	5	21	85	341	1365
d <sub>n</sub>	2	6	22	86	342	1366

On peut généraliser le problème ! Que se passe-t-il si on plie la bande de papier en 3 avant de couper ? Procédons de la même manière :

1 plié donne : 5 pliés et 2 non pliés

1 non plié donne : 2 pliés et 2 non pliés

 $\binom{P_n}{d_n} = A^{n-1} \binom{1}{2}$ 

or:  $A^{n-1} = PD^{n-1}P^{-1}$ 

soit, en conservant les notations précédentes :

$$\begin{pmatrix}
P_1 \\
d_1
\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}
2 \\
2
\end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix}
P_n \\
d_n
\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}
5 & 2 \\
2 & 2
\end{pmatrix} \begin{pmatrix}
P_{n-1} \\
d_{n-1}
\end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix}
P_n \\
d_n
\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}
5 & 2 \\
2 & 2
\end{pmatrix} \begin{pmatrix}
-1 \\
2 \\
2
\end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix}
5 & 2 \\
2 & 2
\end{pmatrix}$$

soit:
$$\begin{pmatrix} P_n \\ d_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2_{k-1} & k-1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \stackrel{n-1}{\begin{pmatrix} k-1 \\ 2 \end{pmatrix}}$$

 $\begin{pmatrix} Pn \\ dp \end{pmatrix} = \frac{1}{2k-1} \begin{pmatrix} 1 & k-1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & (2k)^{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1-k \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k-1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 

 $A = PDP^{-1} \text{ avec}:$   $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ 

$$\begin{pmatrix}
 P_n \\
 d_n
 \end{pmatrix} = \frac{1}{2k-1} \begin{pmatrix}
 (k-1)[(2k)^n-1] \\
 (2k)^n + 2k-2
 \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 - 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

d'où la solution générale :

$$A^{n-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 6^{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P_{n} = \frac{1}{2k-1}(k-1)((2k)^{n}-1);$$

$$d_{n} = \frac{1}{2k-1}[(2k)^{n} + 2k-2]$$

$$\frac{1}{2k-1}[(2k)^{n} + 2k-2]$$

 $\binom{P_n}{d_n} = \frac{1}{5} \binom{-2 + 2x6^n}{4 + 6^n}$ 

d'où:

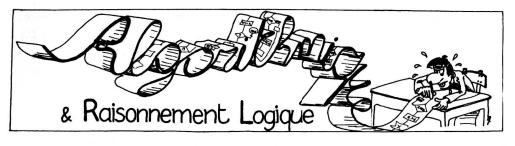
en remplaçant k par 2, on retrouve bien sûr, les formules du problème initial (pliage en 2)».

et le problème est résolu.

F.G.

On peut, bien sûr, se poser la question : et si on plie en k morceaux ?

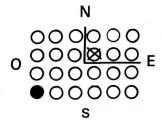
On remarque que les mêmes relations lient les  $P_n$  et  $d_n$  au  $P_{n-1}$  et  $d_{n-1}$  que k soit pair ou impair, ce qui n'était pas évident à priori.



#### Problème ARL 75 -Le jeu du poisson

Les lecteurs qui possèdent les premiers numéros de PA se souviendront peut-être de ce jeu proposé dans le N°4 page 65 - Aucune méthode ou solution n'a été jusqu'à présent publiée ; alors soyez sagaces et envoyez-nous vos idées et remarques.

Le jeu était posé en ces termes :



On dispose des jetons sur un damier rectangulaire. Deux joueurs enlèvent à tour de rôle les jetons de la manière suivante. Un jeton quelconque étant choisi par le joueur qui a le trait, celui-ci doit supprimer tous les jetons qui se trouvent dans le quadrant Nord-Est limité par le jeton choisi (voir figure) et ainsi de suite. Le perdant est celui qui prend le poison (jeton situé dans le coin Sud-Ouest).

#### Solution ARL 71-1

#### Rappel du problème :

Trouver tous les (a,b,c,d,e,f,g,h) appartenant à l'ensemble {0,1,2,...20}<sup>8</sup> vérifiant:

$$\begin{cases} a+b+c+d=e+f+g+h \\ a^2+b^2+c^2+d^2=e^2+f^2+g^2+h^2 \\ a^3+b^3+c^3+d^3=e^3+f^3+g^3+h^3 \end{cases}$$

Plusieurs propriétés sont évidentes :

P.1 - (a,b,c,d,e,f,g,h,) solution (=>(λa,λb,λc,λd,λe,λf,λg,λh) solution ∀λε Ν

P2 - 
$$(a,b,c,d,e,f,g,h)$$
 solution  $\iff$   
 $(a+k,b+k,c+k,d+k,e+k,f+k,g+k,h+k)$  solution  $\forall k \in \mathbb{N}$ 

#### Supposons que:

P.3 - (a,b,c,d,e,f,g,h) solution (=> (a-d,b-d,c-d,O,e-d,f-d,g-d,h-d) solution

Il est alors facile de trouver toutes les solutions grâce à une programmation simple. Il y a 13 solutions minimales:

nº	а	b	С	d	е	f	g	h
- 1	7	4	3	0	6	6	1	1
П	10	5	5	0	9	8	2	1
111	11	7	4	0	10	9	2	1
IV	13	7	6	0	12	10	3	1
V	14	8	6	0	12	12	2	2
VI	15	10	5	0	14	12	3	1
VII	16	9	7	0	15	12	4	1
VIII	17	9	8	0	15	14	3	2
IX	17	12	5	0	15	15	2	2
X	18	11	7	0	16	15	3	2
ΧI	19	11	8	0	18	14	5	1
XII	19	13	6	0	18	15	4	1
XIII	20	10	10	0	18	16	4	2

L'ensemble complet des solutions sera obtenu grâce à la propriété 2. Ainsi par exemple, pour a = 14 on a 5 solutions :

14,10,7,3/13,12,5,4 •14,11,10,7/13,13,8,8

On trouvera qu'il y a 77 solutions au PB ARL 71-1.

En analysant les solutions minimales, on remarque que :

1- la «V» est dérivée de la « I» grâce à la propriété P1 avec  $\lambda = 2$ 

2- la «XIII» est dérivée de la «II» grâce à la propriété P1 avec  $\lambda = 2$ .

3- si l'on compare les solutions I, II, IV, VII, XI, on peut supposer que :

P4 - (7+3k, 4+k,3+2k,0,6+3k,6+2k1+k,1) est toujours solution  $\forall k \in \mathbb{N}$ 

On le prouvera facilement par le calcul.

4- de même pour I, III, VI, XII:

P5 - (7+4k, 4+3k, 3+k, 0, 6+4k, 6+3k, 1+k,1)
est toujours solution ∀k∈N

Après les 4 remarques précédentes, il ne reste que 3 solutions à analyser :

\[ \begin{align\*} \text{VIII: } & (17,9,8,0,15,14,3,2) \\ & \text{IX: } & (17,12,5,0,15,15,2,2) \\ & \text{X: } & (18,11,7,0,16,15,3,2) \end{align\*}

Les dix autres sont générées par la solution «l» (7,4,3,0,6,6,1,1) grâce ce aux propriétés I, IV et V.

On peut seulement remarquer que : la VIII est obtenue en «ajoutant» I et II.

la «X» est obtenue en «ajoutant» I et III alors que l'«addition» de deux solutions ne donne généralement pas une solution.

Trouverez-vous des formules générales pour ces trois solutions ? Sontelles générées aussi par la solution ! ?

Envoyez votre courrier concernant cette rubrique à :

Christian BOYER
Le Petit Archimède - ARL
61, rue St Fuscien
80000 AMIENS

Il est attendu avec intérêt et sera lu avec attention.

#### **ERRATA**

Il s'est produit quelques petites

erreurs dans la rubrique ARL 73. voici comment les corriger :

page 15 - Dans le tableau, pour p=2, rajouter le nombre 68.

page 16 - 1ère colonne - 7º ligne lire  $(\sqrt{n}-a_0)(a_1+\sqrt{n}-a_0)=1$ 

2e colonne : remplacer tous les «A» par des «a»

page 17 - 1ère colonne - 4º ligne :

remplacer « => » par « = »

1ère colonne - 7º ligne :

lire n =  $(4\lambda^2 + 1)^2k^2 + 2\lambda(4\lambda^2 + 3)k + (\lambda^2 + 1)$ 

page 19 - 1ère colonne : une solution pour n = 4 et  $N = 65^2$  est  $25^2 + 60^2$  et non bien sûr  $25^2-60^2$ 

 $2^e$  colonne : dans le tableau, P(n) = 50pour n = 1 et m = 2

#### LES PENTAMINOS «EN VEILLEUSE» PASSENT «EN CODE»

I - On repère les cases d'un rectangle en nommant les colonnes a b c d e f.. les lignes 1 2 3 4 5 ...

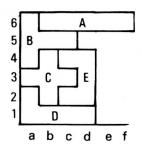
On peut décrire une pièce du jeu (pentamino) au moyen des conventions suivantes :

1- On cite la colonne la plus à gauche mordue par la pièce (au moyen d'une lettre)

2- puis les lignes dans cette colonne par ordre croissant.

3 - puis les lignes de la colonne suivante, ...

#### exemples:



Pièce A b,6 6 6 6 6 B a, 4 5 6 5 5

C a, 3 2 3 4 3

D a, 12111

E c, 24234

Une pièce n'a donc pas de code unique

Dan code 1- la 2- le 3- la

Dans un rectangle 10 x 6, combien de codes différents peuvent avoir :

1- la barre A

2- le té B

3- la croix C

4- l'équerre D

5- le pont E?

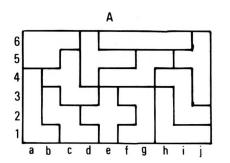
II - Code pour une solution (les 12 pièces mises dans un rectangle 10 x 6 ou 12 x 5).

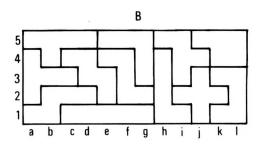
On notera les codes pièce à pièce, en commençant par celles qui mordent sur la colonne a, puis celles qui, n'ayant pas été déjà citées, mordent sur la colonne b, etc, etc...

En prenant toujours dans l'ordre croissant des lignes, exemple (fig. 1) on commence :

etc...

Décrire les solutions dans les cas A et B suivants :





Dessiner la solution correspondant aux codes dans un rectangle 10 x 6

III- On considère une pièce P du jeu et on en a autant d'exemplaires que l'on veut (P ayant successivement les formes A,B,C,D,E, du I). Combien peut-on en placer au plus sur le rectangle 10 x 6 en respectant les frontières des petits carrés ?

IV - Une solution S étant donnée par ses codes, former les codes de la solution déduite de S par la symétrie qui conserve le rectangle 10 x 6 et ses colonnes.

(Solutions dans un prochain PA)

#### **BOITE DE DOMINOS**

Jeu de dominos : combien comporte-til de pièces ? (du double blanc (0,0) au double-six (6.6)

00 10 11 20 21 22 30 31 32 33

. 60 61 62 63 64 65 66

Le nombre des pièces est :

$$1 + 2 + 3 + \dots + 7 = \frac{7X8}{2} = 28$$

Jeux avec les dominos.

Un de nos lecteurs, G: Regales, VIIIa «Les Galères» à Argelès, nous envoie les solutions des questions posées dans PA 17-18 page 18.

Rappel: on range les 28 pièces d'un jeu de dominos dans une boîte rectangulaire de dimensions 7 x 8.

Le dessinateur se borne à indiquer les marques sans tracer les contours des dominos.

Faites le pour lui dans les deux cas:

2	2	3	0	0	4	4
2	5	4	4	0	1	1
6	1	5	4	4	0	0
3	2	6	6	3	3	5
1	5	5	6	4	3	0
1	1	5	2	6	0	0
3	2	5	1	2	2	6
6	4	3	6	3	5	1

Disposition 1 Problème résolu dans ce numéro

6	6	0	6	6	0	0
4	5	2	6	6	5	1
4	4	5	5	4	3	3
0	5	1	4	1	3	2
2	5	2	6	1	1	1
3	1	5	3	4	2	2
3	2	6	0	0	0	2
5	3	3	4	0	1	4

Disposition 2
Solution dans le
numéro suivant

Conseils de notre lecteur pour le N° 1

1 - faire l'inventaire des positions possibles pour les 28 pièces depuis (0,0) 5

positions ici à préciser jusqu'à (6,6) repérable en 4 CD et D 45

2 - Certains n'ont qu'une position possible : (0,2) en F 6 7 ou (2,4) en B 7 8 Dessiner leurs contours.

3 - voir que (3,6) est coincé en A 7 8 couper les autres liaisons (3,6) cela détermine (1,6) en D 7 8 et (5,3) en C 7 8 couper les liaisons (1,6) et (5,3) ailleurs, etc...

#### I.L.F. du P.A.

#### LUCIEN TESNIERE -UN LINGUISTE PAS COMME LES AUTRES

(suite du P.A. 71-72, p. 15-16.)

Peu de savants ont eu l'honneur de voir leurs œuvres brûlées en place publique, et cela au XXº siècle! Tel fut cependant le cas de Tesnière, coupable aux yeux des hitlériens, d'avoir montré par des arguments linguistiques que la ville de Dantzig —aujourd'hui Gdansk—ne devait pas être rattachée à l'Allemagne. L'histoire lui a donné raison.

On ne s'étonnera donc pas que durant l'Occupation notre savant ait ressenti quelque anxiété à l'égard de certains Allemands, tout en éprouvant la plus haute estime pour d'autres. Bien lui en a pris.

En 1942, le linguiste n'a la vie sauve que grâce à la présence d'esprit de sa concierge qui, en baratinant les S.S. venus pour l'arrêter, lui laisse le temps de filer par les toits. Comme quoi, on a tort de se moquer inconsidérément du «baratin des pipelettes»!

Déjà, pendant la guerre de 14, «la der des der», comme on disait à l'époque, Tesnière est contusionné et presque enterré par un obus allemand qui éclate près de lui. Il en reste sourd d'une oreille, ce qui n'est guère recommandé pour un linguiste. C'est un soldat allemand qui le tire d'affaire et l'emmène au camp de prisonniers. Chemin faisant, un dialogue s'engage. Apprenant qui est son prisonnier, le brave militaire se met au garde-à-vous et lui propose de porter son paquetage. Hélas, ce camp s'avère être un camp de la faim. Néanmoins, le linguiste profite de ces «vacances» pour apprendre le russe -originale facon de se serrer la ceinture. Mais il ne lui reste que la peau et les os. Il est sauvé in-extremis par l'intervention de la Croix-Rouge qui l'évacue en Suisse.

Les langues, c'est plus qu'un amour, c'est une passion. Serait-ce parce que jusqu'à l'âge de 4 ans il a une gouvernante allemande ? Qui sait ? Plus tard, il sera reçu premier à l'agrégation d'allemand, il apprendra le slovène (langue parlée en Yougoslavie) en 40 jours et le tchèque en 55 jours. De quoi écœurer les surdoués.

Possédait-il la bosse des langues, ou une méthode miracle, ou les deux à la fois ? Toujours est-il que son contemporain J. Fourquet disait de lui après sa mort : «C'est 25 ans d'avance qu'aurait pu avoir la France, si elle avait confié à Tesnière la direction d'un Institut de Linguistique appliquée». Hélas! Le Ministère de l'Education Nationale n'a pas eu confiance et la France n'a pas eu ses 25 années d'avance. Ce sont les

Américains qui les ont eues, mais pour d'autres raisons.

Vers la fin de sa vie notre linguiste connaît une quinzaine de langues dont, bien sûr, l'anglais, l'espagnol, le latin, le grec ancien, mais aussi le basque, le sanscrit, le turc et le zoulou.

Dans cette diversité linguistique, Tesnière entrevoit une certaine unité, une sorte de «grammaire universelle», valable pour un grand nombre d'idiomes, sinon pour tous, bien plus harmonieuse et cohérente que les grammaires particulières que l'on utilisait à l'époque pour enseigner les langues à l'école. Il l'appelle «Syntaxe structurale», car ce qu'il importe de mettre en évidence c'est, par delà les faits disparates, une structure commune simple et claire.

Il y consacre vingt ans de labeur acharné. Chemin faisant, il tire son inspiration de l'Astronomie, de la Chimie, de la Biologie... de l'art dramatique. Il ne verra jamais publier son œuvre maîtresse. La mort le surprend après une longue maladie. Ses amis rassemblent ses notes et sauvent une première fois de l'oubli son legs scientifique.

Pour en savoir plus, LISEZ LE PROCHAIN P.A.

#### LA BALLADE DE CHALCKLINKLIKUK ou «LA STATISTIQUE EST UN ART RAFFINÉ DU MENSONGE»(1)

«On croit savoir ce que c'est que le français. En réalité personne ne sait vraiment comment parle l'ensemble des sujets ni dans un village français, ni dans une ville de province française, ni encore moins à Paris. (1925, Antoine Meillet 2).

Les Ingénieurs du téléphone ont besoin de connaître avec une certaine précision la constitution du langage, afin d'évaluer quantitativement les conditions dans lesquelles les systèmes de transmission assurent les conversations entre deux abonnés. (1947, Pierre Chavasse 3).

C'est pourquoi le C.N.E.T. entreprit des recherches statistiques sur la fréquence des lettres, des groupes de lettres et des sons du français. Voici les

Boutade prêtée à Benjamin Disraeli, homme d'Etat et écrivain britannique (Londres, 1804-1881).

<sup>(2)</sup> Linguiste français (1866-1936), auteur de La méthode comparative en linguistique historique

<sup>(3)</sup> Ingénieur en chef des P.T.T. Voir : Annales des Télécommunications t. 3, n° 1, janvier 1948 (Centre National d'Etudes des Télécommunications).

résultats partiels sur les fréquences relatives des lettres, l'expérience ayant porté sur un texte de 39.877 lettres.

TABLEAU de fréquence relative des lettres dans la langue française :

	•
а	6,94
à	0,45
â	0,08
В	0,87
c doux	1,65
c dur	1,44
c cédille	0,07
D	3,67
e muet	15,09
é	1,89
è	0,40
ê	0,28
f	1,11
g dur	0,44
g doux	0,33
h	0,81
i	7,38
j	0,60
k	0
1	5,69
m	3,04
n	7,24
0	5,37
ô	0,03
р	2,76
q	1,34
r	6,33
. <b>S</b>	8,50
t	7,08
u	6,83
V	1,52
w	0,002
x	0,37
У	0,267
Z	0,131

Voici , par ailleurs, un exercice de diction pour comédiens :

De Pernambouc au Potomac
L'Antique Inca lègue au métèque
Sa brocante et son bric-à-brac
En vrac avecque ses pastèques.
Mainte statue en toc d'astèque,
Maint masque de Cacique en stuc,
Sculptés en Stock pour glyptothèque,
Au temps du grand Chalcklinklikuk.

Lequel n'ayant fait qu'un mic-mac Du sachem des cercopithèques, Sur mille écorces de sumac Dénombra ses pinacothèques. Puis fit par septante archevêques Translater en copte habacuc D'après des palimpsestes tchèques, Au temps du grand Chalcklinklikuk.

Mais ce fut sous Manco-Capac
Qu'Osques, Kiosques, Etrusques, Eques,
Suivis des menhirs de Carnac,
Qui se repaissaient de bifteaks,
Jetèrent chez les Yucatèques
L'immense aqueduc du trou d'Uk
Sur les monts Chicuisicatèques,
Au temps du grand Chalcklinklikuk.

Envoi

Prince, les anthropopithèques N'ont rien bâti qui fut caduc, On conservait les hypothèques Au temps du grand Chalcklinklikuk.

(anonyme)

Etudiez les fréquences (notamment celle de la lettre K) comparez, jugez.

Doit-on donner raison à Disraeli et adopter l'adage de la fière Albion : «Il y a des mensonges, il y a de fief-fés mensonges et il y a les statistiques!» ou au contraire soutenir que «les chiffres ne sauraient mentir!» et intenter un procès contre «X» pour calomnie et diffamation?

Affaire à suivre.

#### LES VIEUX GRIMOIRES

En musardant le long des rayons d'une bibliothèque, mon regard fut attiré par un vieil in-octavo relié de cuir : Dictionnaire botanique et pharmaceutique contenant les principales propriétés des Minéraux, des Végétaux et des Animaux, avec les préparations de pharmacie internes et externes. 1768. Par\*\*\* (l'auteur ne tenait pas à faire connaître son nom). Voici ce que j'y découvris :

La préparation des Crapauds, des Vers de terre, des Cloportes, et d'autres insectes semblables, consiste à les faire sécher au soleil pour les pouvoir conserver, et mettre en poudre quand on voudra. On prendra donc, par exemple, des Crapauds, après les avoir tués, on les lavera, et on les pendra par un pied en quelque lieu exposé au soleil, pour les y faire sécher.

On prétend que le Crapaud entier desséché, étant tenu dans la main, ou dessous l'aisselle, ou derrière l'oreille, ou pendu au col, arrête le saignement du nez, et qu'étant appliqué sur le nombril, il guérit le flux d'hémorrhoïdes. On en applique en poudre sur les bubons, ou charbons pestilentiels, et sur les bubons vénériens, il en attire la malignité en dehors, et il les fait suppurer. On en donne aussi par la bouche pour l'hydropisie, depuis demi scrupule jusqu'à demie dragme.

Après avoir bien lavé les Vers de terre dans de l'eau, et ensuite dans du vin pour les faire mourir, on les attachera à une ficelle par un bout, et on les fera sécher au soleil.

Ils sont résolutifs, on les emploie dans les compositions de quelques emplâtres.

On lave les Cloportes, et on les fait mourir dans du vin blanc, ou dans de l'eau aiguisée d'esprit de sel, puis on les fait sécher au soleil, ou dans le four, quand le pain est tiré, pour les pouvoir mettre en poudre.

Ils sont apéritifs, et propres pour faire sortir la gravelle, la pierre, pour la colique néphrétique, pour les rétentions

bibliothèque de l'I.L.F. de Besançon

d'urine. La dose est depuis un scrupule jusqu'à une dragme».

Une bonne recette, n'est-ce pas ? Ne riez pas trop vite de la science d'antan. Pensez à cette réflexion du mathématicien Henri Poincaré (*La Science et l'Hypothèse*. 1908) «Chaque siècle se moquait du précédent, l'accusant d'avoir généralisé trop vite et trop naïvement. Descartes avait pitié des Ioniens ; Descartes à son tour nous fait sourire ; sans aucun doute nos fils riront de nous quelque jour».

### FANCHON JOUE AUX ECHECS

Rappelez-vous (PA 62-63 p. 27) : Fanchon qui ne sait pas jouer aux échecs, mais qui voit clair, se propose d'attaquer simultanément deux adversaires et de gagner soit une partie sur les deux disputées soit de faire deux parties nulles!

Fanchon, très rusée, décide tout d'abord, ce qui n'est guère fréquent je crois, de jouer une partie avec les Noirs (échiquier 1), l'autre avec les Blancs (Echiquier 2).

Son adversaire (Blanc) joue sa première pièce (échiquier 1)... et notre amie Fanchon la rusée joue la même pièce sur la même case de l'échiquier 2. Fanchon attend que son adversaire (N° 2) réponde, puis elle répond à son premier adversaire en répétant exactement ce coup.

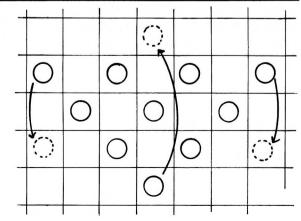
A ce moment les deux situations sont exactement les mêmes sur les deux échiquiers et le même processus en 4 coups se reproduit... jusqu'à ce que l'on ait exactement deux parties gagnées (une seule pour Fanchon) ou deux parties nulles. Voilà!

P.A.

[N.D.L.R.: nous avons rencontré Fanchon et lui avons demandé d'où elle tirait tant de sagesse! Elle nous a confié avec modestie qu'elle est simplement une fidèle lectrice de votre PA, et que ceci suffit à expliquer cela].

## SOLUTION DE «REORGANISATION»

(voir page 9)



#### PA A LU VU ENTENDU

Nous proposons sous ce grand titre, le compte rendu d'une visite, celui d'une lecture, d'un exposé ou conférence, d'une visite de musée...

Aujourd'hui trois textes tout à fait complémentaires.

Tout d'abord la rencontre avec un très grand monsieur, Jósef Hurwic, auteur de nombreux articles de vulgarisation scientifique. Volontairement tronqués, nos entretiens sont présentés sous la forme de «questions-réponses». Nous pouvons seulement regretter qu'en France trop de scientifiques (pour ne pas dire la quasi-totalité) se refusent à «vulgariser» et abandonnent cette tâche essentielle à des personnes tellement moins qualifiées! Au fait, pourquoi?

Puis, un compte rendu de lecture : la physique en questions - Mécanique de J-M. Lévy-Leblond aux éditions Vuibert, et un autre : le Jeu d'Echecs de notre ami F. Le Lionnais aux P.U.F.

#### LE PROFESSEUR JOSEF HURWIC

Jósef Hurwic est professeur de chimie physique à l'université de Provence à Marseille, ancien professeur titulaire et doyen de la Faculté de Chimie à l'Ecole Polytechnique de Varsovie, ancien président de la Société Chimique de Pologne.



PA : Qu'est-ce que la vulgarisation da la science ?

JH: Par vulgarisation de la science on entend, en principe, des formes de diffusion de la science ne consistant pas en enseignement systématique ou visant à compléter la qualification professionnelle, bien qu'il ne soit, évidemment pas possible de tracer une ligne de démarcation précise. La vulgarisation de la science est, en général, la transmission des résultats de la recherche scientifique aux non spécialistes.

PA: A quoi sert la vulgarisation scientifique?

JH: La tâche fondamentale de la vulgarisation scientifique est d'aider l'indi-

vidu pour qu'il ne se sente pas perdu devant l'avalanche des découvertes de la science contemporaine. Aujourd'hui aucun domaine de la vie quotidienne n'échappe à l'ingérence de la science. Comment le simple citoyen peut, par exemple, décider du sort de l'énergétique nucléaire lorsqu'il ne sait de quoi il s'agit? Comment peut-il donner son avis sur telle ou telle application de l'informatique quand il ne sait pas qu'est-ce que c'est?

PA : Pour qui faut-il vulgariser la science ?

JH: La vulgarisation scientifique doit s'adresser aussi bien aux jeunes qu'aux adultes, aux gens de différents niveaux d'instruction, même à ceux ayant acquis une formation supérieure, même aux chercheurs, en dehors, naturellement, de leur spécialité. Un bon exemple de ce dernier cas est le journal «Scientific American» (Pour la Science). La vulgarisation scientifique fournit ainsi un antipoison contre les conséquences néfastes d'une spécialisation très poussée.

PA: Qui doit vulgariser la science?

JH: La vulgarisation scientifique est la traduction des résultats scientifiques du langage hermétique de la science en un langage de tous les jours. Le traducteur doit bien maîtriser ces deux langues.

La première est liée à la compétence scientifique. La deuxième représente la capacité, sinon le talent, de communication, orale, écrite ou par image. Seul un spécialiste peut présenter de manière simple les problèmes d'un sujet donné, sélectionner le matériel, extraire de toute une foule de détails l'essence. le simplifier sans faire d'entorse à la vérité scientifique. Enfin, dans la vulgarisation, comme, d'ailleurs, dans toute autre activité, on ne doit pas sousestimer le facteur émotionnel. Et qui peut mieux que le chercheur faire partager la passion qu'il éprouve pour le domaine dont il s'occupe ? Seul le chercheur passionné par son travail est capable de montrer non seulement le résultat des recherches mais aussi leur charme et les arcanes du laboratoire scientifique.

Existe-t-il de meilleurs exemples de bonne vulgarisation que la série des conférences de Faraday sur le comportement d'une bougie ou des livres de Gamov sur la physique nucléaire?

PA: Que faut-il vulgariser?

JH: Sans entrer dans les détails, on peut dire qu'il faut vulgariser surtout les recherches qui influencent le plus notre vie, les domaines qui vieillissent le plus et qui, par conséquent, exigent une rénovation constante.

PA : Comment faut-il vulgariser la science ?

JH BIEN, c'est-à-dire, de façon exacte, facile à comprendre et attrayante, en tenant compte du niveau d'instruction du destinataire, de son âge, de ses prédispositions psychiques, etc... La tâche de vulgarisation n'est pas de fournir un bagage de connaissances mais plutôt inciter l'intérêt pour la science. Un procédé général n'existe pas.

LA PHYSIQUE EN QUESTIONS par J.-M. Lévy-Leblond - Editions Vuibert 4° trimestre 80 (135 pages)

#### NE JAMAIS FAIRE AUCUN CALCUL AVANT D'EN CONNAÎTRE LE RESULTAT.

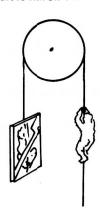
Ceci n'est pas une boutade! L'auteur nous propose sous la forme de 163 petites questions anodines d'aspect parfois, de réfléchir à des problèmes de mécanique de tous les jours ou presque: à propos du jeu de pétanque, d'extraits de lectures de Jules Verne, Tintin, Cyrano de Bergerac, Lewis Caroll...

Seule une étude qualitative préalable à une formulation mathématique rigoureuse («l'avantage de la mathématisation est aussi son inconvénient») vous permettra de comprendre ces petits problèmes même si vous connaissez bien le ou les théories utilisées. Aucune astuce n'est réclamée, aucun piège habilement dissimulé. L'auteur réclame une compréhension profonde de tous les lecteurs pour ce premier recueil [Sous-titre «Mécanique»].(Nous espérons bien le voir dans toutes les bibliothèques de nos collèges et lycées). Précisons cependant que pour nos jeunes lecteurs, certaines questions ou réponses sont «musclées» et que cet excellent petit ouvrage s'adresse peut être en priorité à leurs ainés, élèves des classes de seconde, première...

Voici un premier extrait soumis à votre réflexion (solution page 47).

«Une corde passe par-dessus une poulie, pendant symétriquement de chaque côté. A l'une des extrémités est agrippé un singe, et à l'autre, en face de lui, est suspendu un miroir de même poids. Effrayé par son image, le singe tente d'y échapper en grimpant le long de la corde.

Que fait le miroir?»



#### LA CHASSE AUX PARTICULES (suite BD 1)

ON CONNAÎT LA FORCE ÉLECTRO-MAGNÉTIQUE DE MANIÈRE TRÈS PRÉCISE (C'EST ELLE QUI CONSTRUIT L'ATOME). PAR CONTRE, QUI CONSTRUIT LE NOYAU À L'INTÉ-RIEUR DE L'ATOME, EST BEAUCOUP MOINS BIEN COMPRISE.

















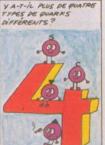




PEUT-ON PRÉTENDRE, AVEC LA DÉCOUVERTE DES QUARKS ET DE LA PLUPART DES AUTRES PARTICULES, ÊTRE ARRIVÉ AU TERME DE LA RECHERCHE DANS LE DOMAINE DE LA COMPOSITION DE LA MATIÈRE? ÉLECTRON QUARK EUREKA? NOYAU ATOME

JUSQU'ICI ET MALGRÉ TOUTE L'ÉNERGIE DES ACCÉLÉRATEURS DU CERN, ON N'EST JAMAIS PARVENU A ISOLER UN QUARK. POURQUOI?











DANS LA MATIÈRE, LA PLUS MYSTÉ-RIEUSE DES FORCES QUI GOUVERNENT LE COMPORTEMENT DES PARTICULES C'EST LA FORCE DITE "FAIBLE".













#### LE JEU D'ECHECS

La deuxième édition du livre de F. LE LIONNAIS : «LE JEU D'ECHECS» vient de sortir aux Presses Universitaires dans la collection QUE SAIS-JE?

Les lecteurs de notre série de chroniques (pour ceux qui ne savent pas jouer) trouveront dans ce recueil de 128 pages tout ce que l'honnête homme doit savoir sur les Echecs....et même un peu plus.

Après un court historique du jeu mais fort documenté vous trouverez les règles du jeu, quelques usages. Mais bien plus que la sèche énumération de la marche des pièces, vous y trouverez intimement mélés commentaires et remarques. Un exemple : la durée des parties. Combien de fois ai-je entendu dire que les parties entre Maîtres sont interminables avec des évaluations allant de plusieurs heures (ce qui est exact) à plusieurs jours (ce qui l'est moins). Vous trouverez là quelques réponses à ces questions -la partie la plus courte possible, la plus longue possible, etc, etc... et vous y apprendrez que le temps des parties officielles est limité (ce qui n'est pas sans agir sur la façon de jouer).

#### LE PETIT COIN D'ALICE

- Pardon, Monsieur, le trottoir d'en face s'il vous plaît ?
- Mais... c'est là-bas...
- Espèce d'idiot ! J'en viens.

Beaucoup plus donc que la règle du jeu, vous trouverez une foule de détails.

Tous les chapitres sont de la même veine. A travers histoires, historiettes et anecdotes vous retrouverez l'immense érudition de F. LELIONNAIS.

En particulier, je vous recommande le chapitre intitulé : «VERS LA MATHEMATISATION DU JEU D'ECHECS».

F. LE LIONNAIS est aussi un amoureux du problème et il vous fera partager sa passion dans : «L'ART DES ECHECS». Tous les aspects de la composition échiquéenne y sont passés en revue et une part est réservée aux Echecs Féériques qui trouvent ainsi droit de cité dans un ouvrage consacré au «Noble Jeu». En terminant j'insiterai sur les réflexions de l'auteur concernant le jeu, le sport et l'art. Trois composantes des Echecs analysées avec compétence et esprit.

P. CHRISTOFLEAU

## SOLUTION DU Nº 1 (DOMINOS)

			,				
	Α	В	С	D	Ε	F	G
1	2	2	3	0	0	4	4
2	2	5	4	4	0	1	1
3	6	1	5	4	4	0	0
4	3	2	6	6	3	3	5
5	1	5	5	6	4	3	0
6	1	1	5	2	6	0	0
7	3	2	5	1	2	2	6
8	6	4	3	6	3	5	1

#### **PA JEUX:**

## HEX une partie commentée

Partie Nº 4 Diagramme 1 В В N B15 H9 2 27 H12 28 (f) (g) 3 G11 4 F13 G7 30 G8 5 112 6 M3 (b) 31 i7 32 J6 7 J4 8 16 33 H7 34 G6 (h) 9 Κ5 10 J7 35 H6 36 i4 L6 12 **K8** 37 i5 38 K2 13 L8 14 L7 39 L3 40 M1 15 N<sub>6</sub> 16 02 41 N2! 42 K4! 17 M6 M9 18 43 **K3** M2 19 N8 20 N10 45 N3 46 L5 21 **M7** 22 K10 47 **K6** 48 L4! (d) 49 J5 50 N4 23 K9 24 J10 bilar 25 J9 26 110 (e)

Cette partie de HEX est très disputée. Elle est intéressante pour l'étude des techniques de défenses. Noir et Blanc ouent un jeu plain de subtilités, d'astuces et il est difficile de tout expliquer. Le mieux est de suivre pions en main et de faire des analyses: Et si Blanc avait joué ici...Noiaurait pu répondre ça... mais alors... Blanc aurait pu faire une astuce... etc...

A vos jeux!

5



#### Remarques:

- a) jusque là les joueurs s'observent...
- b) ce coup est d'scutable
- c) menace de rendre utile le pion M3
- d) une attaque roire s'amorce
- e) H10, H11, et F14 (dans l'ordre, pour Noir) aurait été très agressif!
- f) pare une menace pressante
- g) il reste pour Noir l'attaque au centre.
- h) Noir se retrouve contraint à défendre!
- i) bilan : Noir a bloqué l'attaque Blanche mais... Blanc en a profité pour isoler totalement le chemin Noir précédemment construit...

Partie N° 4 Diagramme 2

C9 58 F5

H2

(j)

**E3** 

59 G5. 60 H3

63 C3!

65 D6 66 D4

67 E4

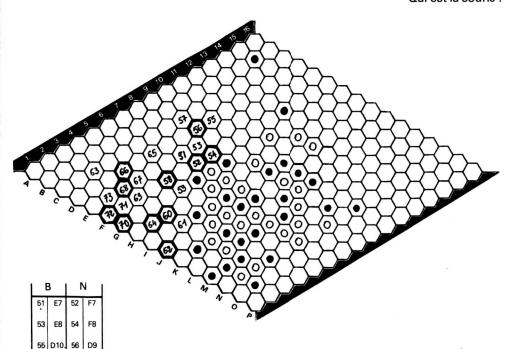
69 F3 70 G1

73 E2

F2 72 F1

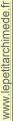
**2º épisode**Qui est le chat ?

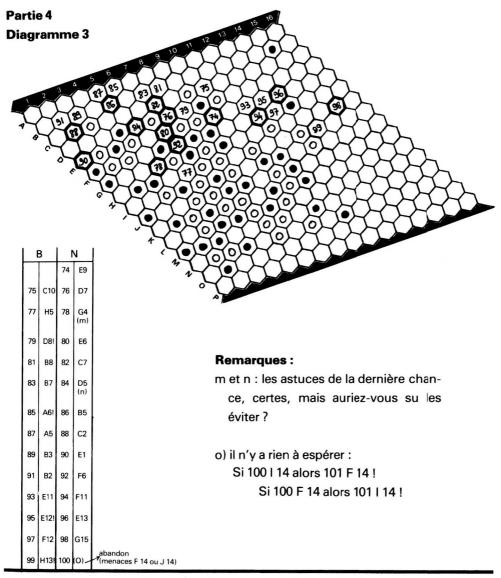
Qui est la souris ?



# Remarques:

- j) Noir, tout à son attaque sous estimeC3, il aurait dû jouer C2!
- k)Blanc a un jeu plus constructif désormais.
- e) Blanc devient vraiment menaçant...





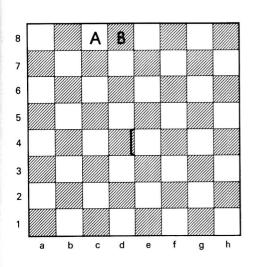
Dans une revue amie : Jeux, tu ils, le jeu de HEX a fait l'objet d'une longue étude dans ses deux derniers numéros. 9 et 10.

Pour plus de précisions écrire à : Association JEUDI 2 square Jean Falck 75010 PARIS La rubrique HEX continue : Pour toute correspondance, félicitations, injures, observations, remarques, demande de renseignements, etc...

Francis GUTMACHER P.A. JEUX 61, rue St Fuscien 80000 AMIENS

#### VIII - Trajet avec arches

Comment entrant par A, traverser la barre et sortir par B en ayant traversé toutes les cases. (On n'a pas le droit de se déplacer en diagonale (fig. 4)! Bien sûr, puisqu'il s'agit ici encore d'un problème de tour.



# 

Fig. 5

elles par leurs côtés. Les gardes placés en A, B, C, et D doivent se rendre à leurs sorties respectives tandis que le garde E doit aller en F. Les gardes ne doivent pas croiser le chemin d'un autre garde (une case doit être traversée une fois seulement). Quel garde traversera la chambre noire (celle ou fut assassiné le Prince Edouard IV)?

II - Cette tour a inspiré un autre problème : Comment un garde partant de W pourra-t-il se rendre à la chambre noire après avoir traversé toutes les salles en effectuant le minimum de tournants ?

# X - Un dernier voyage sur l'échiquier

Comment, partant de A5, passer par toutes les cases en effectuant le moins de tournants possibles ? Seuls

### IX Dans la Tour de Londres

I - La figure 5 donne le plan (revu par Sam LOYD) de la Tour de Londres. Les pièces communiquent toutes entre-

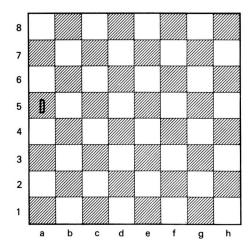


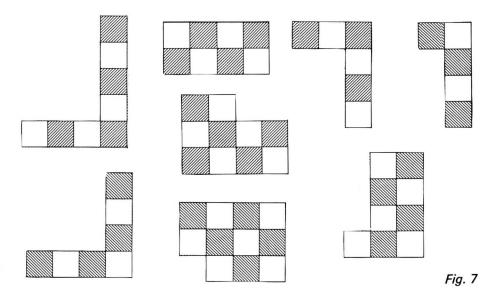
Fig. 6

comptent les centres des cases. Vous pouvez vous déplacer comme vous l'entendez dans les limites de l'échiquier. Un conseil : pensez que vous pouvez passer plusieurs fois par la même case. (fig. 6).

# XI - Deux puzzles pour terminer cette série

- I Reconstituez l'échiquier avec les morceaux de la figure 7.
- II Sciez un échiquier en ne formant que des morceaux différents les plus nombreux possible. Par exemple un morceau formé d'une case blanche est différent du morceau formé d'une case noire mais deux morceaux contenant 2 carrés sont toujours identiques.

PETIT PHILIDOR



# **MOTS-VALISES**

Le premier grand vainqueur de notre Concours Permanent est R. Titon, de Paris, en qui votre serviteur a trouvé un successeur tout désigné pour tenir cette rubrique, puisque, non content de nous envoyer cinquante-deux nouveaux mots-valises, il s'apprête à continuer sur sa lancée. J'en extrais ceux qui m'ont le plus ravi personnellement, dans l'ordre alphabétique :

AUTOCARD Véhicule bon pour la casse
CHARDON JUAN Homme dangereux
pour les femmes
CLAMEURT cri qui tue
COLÉRA Virus qui rend fou furieux
DÉGRINGOULINER Tomber goutte

GADJETTE objet amusant, mais inutile

MATHÉMATTAQUE assaut minutieusement préparé

NAPOCALYPSE la retraite de Russie

NAPOCALYPSE la retraite de Russie
SANGLOSSAIRE cahier de doléances
SINGÉNIEUR animal savant
SINUSITÉ rhume causé par un virus rare
TALENTUEUR homme de (première)
main

VIGNOBLE alcool imbuvable

J'en ajoute modestement deux que je tenais en réserve :

ASSASYMPTOTE tueur qui n'arrive pas à ses fins MINISTRAL vent faible (et MAGISTRAL vent fort)

votre dévoué

à goutte

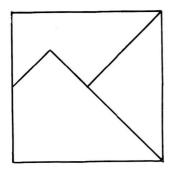
Z.L.

# **SOLUTION DU PUZZLE**

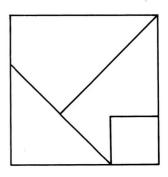
73-74 (voir PA 73-74, p. 28):

Des carrés à profusion

Voici le carré composé des trois pièces :



Et si, à ces trois pièces, l'on ajoute un petit carré, on peut obtenir encore un carré:



Poursuivons : si vous prenez deux fois chacune de ces quatre pièces, vous pouvez obtenir un grand carré. Comment ? Et si, de ces 8 pièces vous ôtez les deux petits carrés, que pouvezvous faire ?

# www.lepetitarchimede.fr

# SOLUTIONS DE LA RUBRIQUE ECHECS

#### I - Problème des 8 Dames (PA 73-74)

Le tableau ci-dessous donne les 92 solutions du problème.

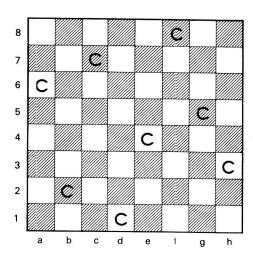
-			-								
1	1586	3724	24	3681	5724	47	5146	8273	170	6318	5247
2	1683	7425	25	3682	4175	48	5184	2736	71	6357	1428
3	1746	8253	26	3728	5146	49	5186	3724	72	6358	1427
4	1758	2463	27	3728	6415	50	5246	8317	73	6372	4815
5	2468	3175	28	3847	1625	51	5247	3861	74	6372	8514
6	2571	3864	29	4158	2736	52		7483			1825
7	2574	1863	30	4158	6372	53	5281	4736	76	6415	8273
8	2617	4835		4258							5713
9	2683	1475		4273							3528
10	2736	8514	33	4273	6851	56	5384	7162	79	6471	8253
11	2758	1463	34	4275	1863	57	5713	8642	80	6824	1753
12	2861	3574	35	4285	7136	58	5714	2863	81	7138	6425
13	3175	8246	36	4286	1357	59	5724	8136	82	7241	8536
14	3528	1746	37	4615	2837	60	5726	3148	83	7263	1485
15	3528	6471	38	4682	7135	61	5726	3184	84	7316	8524
16	3571	4286	39	4683	1752	62	5741	3862	85	7382	5164
17	3584	1726	40	4718	5263	63	5841	3627	86	7425	8:36
18	3625	8174	41	4738	2516	64	5841	7263	87	7428	6135
19	3627	1485	42	4752	6138	65	6152	8374	88	7531	6824
20	3627	5184	43	4753	1682	66	6271	3584	89	8241	7536
21				4813							1746
22	3642	8571	45	4815	7263	68	6317	5824	91	8316	2574
23	368ı	4752	46	4853	1726	69	6318	4275	92	8413	6275
-											

Le nombre de gauche indique le numéro de la solution, le nombre de 8 chiffres donne les emplacements des Dames par Colonne.

Ainsi la solution N° 86 montre : que la 1° dame est sur la colonne a en 7 2° dame est sur la colonne b en 4 3° dame est sur la colonne c en 2

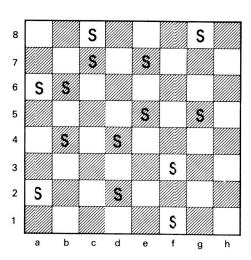
# II - Les corbeaux dans le champ de maïs (PA 73-74)

Le diagramme donne une solution (c'est la solution nº 67). Y en-a-t-il d'autres?



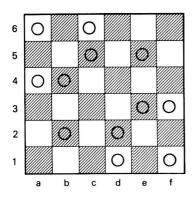
# III - Les soldats (PA 73-74)

Le diagramme donne une solution avec démarrage en d4-é5.



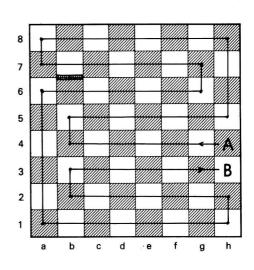
# IV - Echiquier 6 x 6 (PA 73-74)

On peut placer 12 pièces au maximum (voir diagramme joint)



# VI - Le cochon dans le jardin (PA 73-74)

Voici une solution en 14 tournants



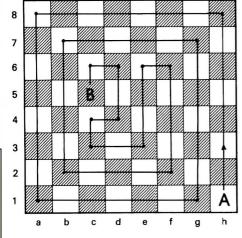
## V Trajet A-B (fig. 1)

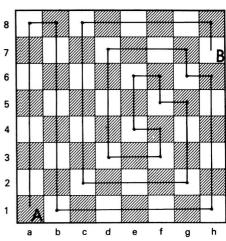
voici une solution en 16 tournants

# 7 6 5

# VII - Trajet minimum de A à B (PA 73-74)

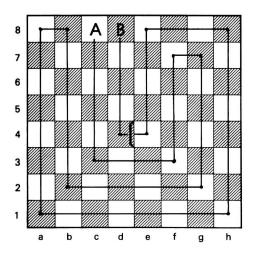
La solution proposée demande 11,65 m de fil





# VIII - Trajet avec arche (PA 73-74)

Voici une solution avec 14 tournants.



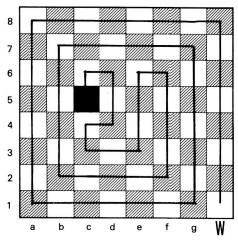


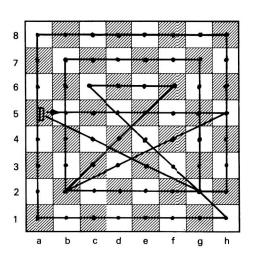
Fig. 5 - II

# IX Dans la tour de Londres (PA 75-76)

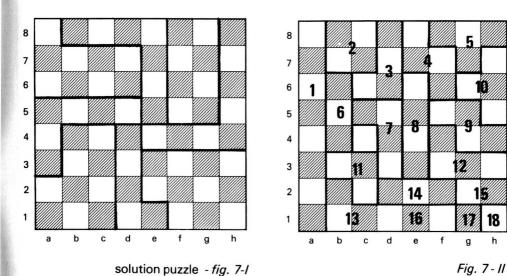
# 

Fig. 5-I solution

# X Un dernier voyage sur l'échiquier



## XI Deux puzzles



# **DES CARRÉS DANS UN RECTANGLE**

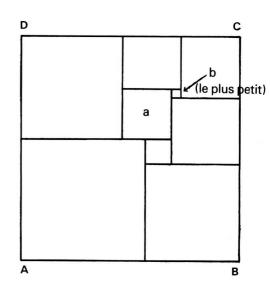
Le rectangle ABCD est pavé de dalles carrées dont les côtés entiers sont tous différents.

La plus petite a pour côté b ; une de ses voisines a pour côté a (fig. 1).

fonction de a et de b Donner les valeurs de a et de b sachant que le côté AB est le plus petit possible.

www.lepetitarchimede.fr

Calculer tous les autres côtés en



18

# LES P.B. du P.A.

# **DES ÉNONCÉS**

Tout d'abord, un problème posé par M. Kuntzmann, de Grenoble :

**PB 132** - On remarque que :  $1981 = 13^3$ -  $6^3$ . Quelle est la prochaine année dont le millésime est somme ou différence de deux cubes ?

Et encore des nombres :

PB 133 - Considérez la somme:  

$$S = \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + + \frac{1}{\sqrt{9999}} + \frac{1}{\sqrt{10000}}$$

Quelle est la partie entière de S?

Et des mathématiques appliquées :

**PB 134-** Sur un disque d'enregistrement musical, le sillon est situé dans une couronne circulaire de rayons r = 6,5 cm et R = 14,5 cm. Ce disque tourne à 33 1/3 tours par minute et dure 22 minutes.

Quelle est la longueur du sillon?



# **DES SOLUTIONS**

#### PB 125, PA 71-72, p. 33 (Réseau)

On appelle **réseau** l'ensemble des points d'intersection de deux familles de parallèles équidistantes (figure 1). Les sommets d'un polygone régulier peuvent-ils appartenir tous à un même réseau?

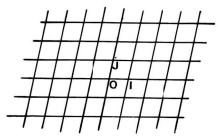


figure 1

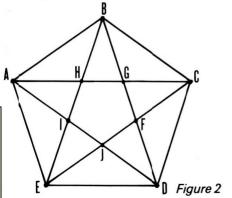
Si O, I, J sont trois points disposés comme l'indique la figure 1, le réseau est l'ensemble R des points M dont les coordonnées, dans le repère (O, OI, OJ), sont des entiers relatifs. Par suite, si A,B,C sont trois points d'un réseau R, et si (A,B,C,D) est un parallélogramme, alors le point D appartient aussi au réseau.

Considérons alors un polygone régulier  $(A_1, A_2,...A_n)$  dont tous les sommets appartiennent à R, dont le côté est égal à C. Construisons les points  $B_1, B_2,...B_n$  définis par :  $\overline{OB_1} = \overline{A_1A_2}, \overline{OB_2} = \overline{A_2A_3},...\overline{OB_{n-1}} = \overline{A_{n-1}A_n}, \overline{OB_n} = \overline{A_nA_1}$ . Faites la figure, et vous verrez que ces points, qui appartien-

nent encore au réseau sont les sommets d'un polygone régulier inscrit dans un cercle de centre o, de rayon c. Le côté de ce polygone mesure donc :  $C' = 2c \sin \frac{\pi}{n}$ .

Si l'on prend n > 6, on a : sin \( \frac{\pi}{n} \) < 1/2 et donc : c' < c. il en résulte que, pour tout polygone régulier à n côtés tracé sur le réseau, il y a un polygone de n côtés tracé aussi sur le réseau et de côté strictement inférieur. Ceci signifie que l'on pourrait trouver une suite infinie strictement décroissante de nombres qui soient tous distances de deux points du réseau. Mais c'est impossible car un disque quelconque du plan ne contient qu'un nombre fini de points du réseau. D'où découle l'absurdité de notre hypothèse n > 6, ce qui prouve que : n < 6.

Examinons à présent le cas où n = 5: Soient A,B,C,D,E, cinq points d'un réseau R formant un **pentagone régulier** de côté c (figure 2). Les quatre points ABCJ forment un **parallélogramme**, donc J appartient encore au réseau.



De même pour F,G,H,I. On a obtenu ainsi un nouveau pentagone régulier FGHIJ, qui a encore tous ses sommets sur le réseau, et dont le côté est strictement inférieur à c, ce qui ne se peut, comme nous l'avons vu. Ainsi, les seuls polygones réguliers qui peuvent avoir tous leurs sommets sur un même réseau sont les triangles équilatéraux, les carrés, les hexagones réguliers.

Il est très facile de construire un réseau qui contienne des polygones réguliers de l'un ou de l'autre de ces trois types. Un tel réseau étant construit, il reste à déterminer **tous** les polygones réguliers qu'il contient. Mais c'est une autre histoire.

M. Roux, de Chadrac, nous fournit une solution par le calcul, qui utilise la propriété suivante, déjà signalée ici (PA 71-72, p. 37) : on ne peut avoir cos r  $\mathbb{T}$  =s, avec r et s rationnels, que si s=o, ou s= $\pm$  1, ou s= $\pm$  1/2 Mais réciproquement, la démonstration ci-dessus permet d'établir cette propriété (voir le «Pied Carré»  $\mathbb{N}^{\circ}$  4).

# PB 131, PA 73-74, p. 39 (la poursuite héroïque)

Un pénitencier est situé dans un désert de sable. A 22 h, un prisonnier s'évade. Il marche **droit devant lui**, à 6 km/h. A 3h du matin, les gardiens constatent son évasion, mais le vent a effacé les traces du fugitif, et ils ignorent la direction que celui-ci a empruntée. Ils se lancent immédiatement à sa poursuite en voiture, à 60 km/h, en suivant une trajectoire telle qu'ils sont sûrs de le rencontrer. Quelle est donc cette trajectoire ? Avant quelle heure le rattraperont-ils ?

Nous allons résoudre la question en général, nommant v la vitesse du prisonnier, V celle de la voiture poursuivante, et T le retard des gardiens sur le prisonnier.

Mettons que les gardiens partent aussi tout droit. A un certain instant, la distance pénitencier-gardiens sera égale à la distance pénitencier-prisonnier. Cette distance d vérifie :  $\frac{d}{v} = T + \frac{d}{V}, \ d'où : d = \frac{vVT}{V-v}$ 

Notons A et B les positions respectives des poursuivants et du prisonnier évadé à cet instant, pris pour origine des temps. Soit O la position du pénitencier (figure 3). On a : OA = OB = d Soit (la mesure de l'angle orienté OA,OB, comprise entre O et 2 Tradians.

A partir de là, nos gardiens vont se diriger vers leur homme suivant une certaine courbe encore inconnue de

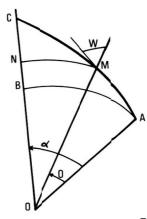


Figure 3

nous. A l'instant t, ils seront en M et l'évadé en N. Si l'on pouvait prouver cette courbe pour que l'on ait. **à chaque instant**: OM = ON, poursuivi et poursuivants seraient toujours à même distance de pénitencier, et ceux-ci finiraient par rattraper celui-là. Si l'on désigne par s l'arc ÂM de la courbe inconnue parcouru par les gardiens durant un temps t, on a s=Vt. Dans ce même temps, l'évadé a parcouru le segment BN = ON-OB = OM-OA = vt. Posons OM = r, rayon vecteur de M; il vient : r-d = vt, d'où s = V(r-d)

Il nous faut donc trouver, sur le marché des courbes, une courbe pour laquelle la longueur de l'arc soit proportionnelle à la différence des rayons vecteurs des extrémités. (Voyez par exemple le numéro spécia du bulletin du Palais de la Découverte consacré aux courbes). Vous y trouverez l'objet

www.lepetitarchimede.fr

cherché, la spirale logarithmique, d'équation polaire :

 $r = d \exp(v\theta/\sqrt{V^2-v^2})$ 

où  $\Theta = \overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{OM}$ . L'angle que fait cette courbe avec ses rayons vecteurs est toujours le même. Si on l'appelle W, on a en effet : tgW =  $\frac{r}{r'} = \frac{1}{v} \sqrt{V^2 - v^2}$ 

Notre malheureux fuyard sera rattrapé au point C, lorsque l'on aura : ⊕ = 
∴ Ceci a lieu à l'instant  $t = \frac{r-d}{v} = \frac{d(exp(v \propto /\sqrt{V^2-v^2})-1)}{v}$ 

Ce sera plus ou moins tôt selon que 🗸 est petit ou grand, selon que les gardiens ont eu ou non, la chance de choisir une direction voisine de la bonne. En tout cas, on aura:  $t < \underline{d} (exp (2 \pi v/\sqrt{v^2-v^2})-1)$ , puis-

Avec les données numériques de ľénoncé, on a : d  $\sim$  33,33 km et t < 4,89110 exprimé en «heures décimales», comptées à partir du moment où l'évadé et les poursuivants ont parcouru la disance d.

Or, ceci a lieu, après 3h du matin, au bout d'un temps égal à : <u>d</u> soit  $\underline{5} = 0,55555$ 

La poursuite durera au maximum 5,44 666 heures et prendra donc fin au plus tard à 8h26mn48s.

Amis lecteurs, j'attends vos solutions aux présents PB, mais aussi aux PB 126,129,130 parus dans PA 71-72 et 73-74. J'attends vos idées d'énoncés, et contributions diverses, à mon adresse:

> M. CUCULIERE Roger Professeur de Mathématiques Lycée Henri Wallon 146 rue des Cités 93300 AUBERVILLIERS

# LA PHYSIQUE EN QUESTIONS

**SOLUTION -**

que < < 2 TT.

La tension de la corde est la même en tout point. Le miroir est donc soumis à la même force que le singe et subit la même accélération. Les conditions initiales étant les mêmes (vitesses nulles, hauteurs égales), les mouvements sont identiques. Le miroir monte donc à la même vitesse que le singe, qui ne peut échapper à son image, quelle que soit la frénésie avec laquelle il grimpe!

# **LE PETIT ARCHIMÈDE**

Revue de l'Association pour le Développement de la Culture Scientifique 10 numéros par an

ABONNEMENT 1981 (nouveau tarif) Abonnement de Soutien : 100F Abonnement de Bienfaiteur : 500F Abonnement ordinaire : 50 F Abonnements groupés (minimum 10) : 35 F (Ils peuvent être servis à une ou plusieurs adresses)  MAJORATION POUR TOUT ENVOI HORS EUROPE ou PAR AVION (le préciser) de 50 %								
Toutes les collections anciennes s N° 1 à 10, 11 à 20, 21 à 30, 31 à 40, Prix de vente au n° : 8F PRODUCTIONS SPECIALES Le nouveau calendrier perpétuel :	, 41 à 50, 51 à 60 : 35F la collection 61 à 70 : 40 F	(3)						
Affiches (5 affiches : 15 F) (10 affiches Spécial PA Sp1 (index général N° Spécial Pi : 75 F - A partir de 4 A partir de 10 exemplaires : 60 F l'	(2)							
NOM : Adresse d'expédition : Code Postal : Bureau distributeur : Cette demande est à adresser exc	Prénom : Ville : esser exclusivement à :							
Joindre chèque ou mandat à l'ord	nt - 61 rue St Fuscien 80000 AMIE lre de : S CCP 4736 63 W LILLE LES ETABLISSEMENTS SCOLA PEUVENT-ILS ÉVITER LES DEMAI FACTURE ? MERCI	AIRES						

Adresser toute correspondance à :

Y. ROUSSEL - 61 rue St Fuscien 80000 AMIENS

Nº 75-76: 10F.

Revue éditée par l'A.D.C.S. - Le Directeur de la publication J.C. HERZ

IMPRIMERIE I & RG AMIENS Tél. 92.60.16

www.lepetitarchimede.fr