le petit **archimède**

P.A. 81-82-83
10 numéros par an
JANVIER FEVRIER MARS 82

d'après M. ESCHER
Patrick MERCIER (Compiègne)

www.lepetitarchimede.fr

SOMMAIRE

Editorial 3
P.A. Construit 5
La géométrie en dégustant du fromage 8
A propos du scalaire 10
Solution des échecs 13
P.A. et la vie 14
Charade 29
L'informatique vue par les grands écrivains 29
Algorithmique et raisonnement logique 30
Solutions : A un rien près. 38
Les 3 paquets 39
Les lapins de Fibonacci 40
L'I.L.F. du P.A. 42
P.A. Jeux 48
Jouez avec les nombres 51
Echecs 52
Solution de la charade 81-82-83 53
Jeu de Dames 54
Croix et croissants 56
P.B. du P.A. 57
L'informatique vous intéresse 65
Index 66
Prix Scientifique Philips 70

Nos conventions : pour les «petits» facile
difficulté moyenne pour les grands

www.lepetitarchimede.fr

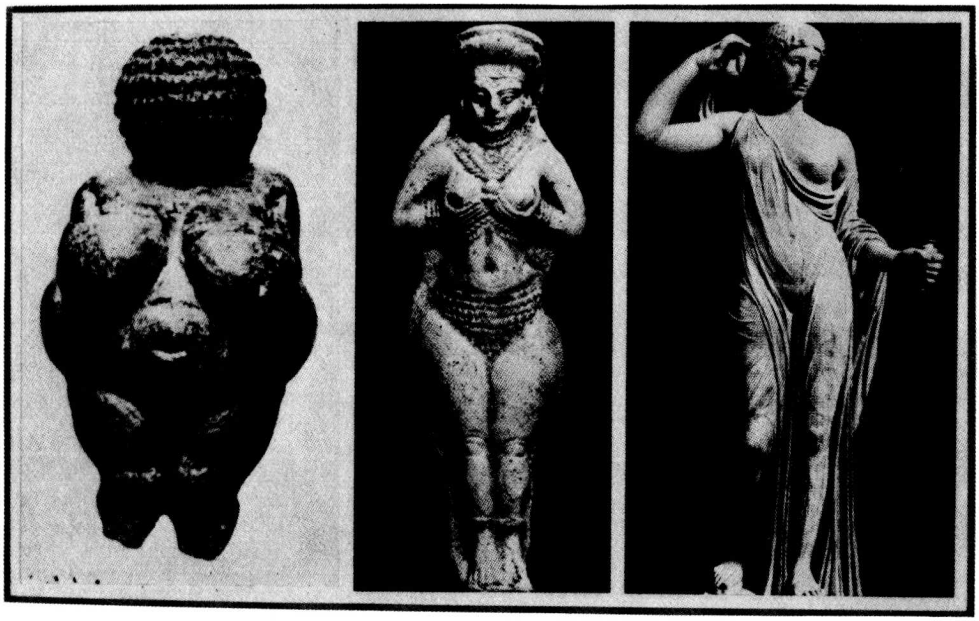
AVEC LE TEMPS...

Voici donc le premier numéro de cette année. Numéro heureusement triple (72 pages), qui nous permettra de tenir le rythme de production bien connu de 10 numéros/an.

Nous espérons que nos lecteurs, surtout les nouveaux abonnés ne nous en voudront pas de ces retards. Que chacun sache bien que dans l'équipe de P.A. et de l'A.D.C.S.toutes les tâches sont assurées bénévolement (ce qui veut dire après les heures de travail !) et que celles-ci deviennent très lourdes. Auteur, l'ADCS est aussi l'éditeur de sa revue, c'est-à-dire qu'elle a à sa charge tous les travaux (écriture d'articles,relectures, prise d'abonnements, facturations...) répartis habituellement sur plusieurs services et de nombreuses personnes !

Nous voulons aussi lancer à nos lecteurs un appel :Ecrivez-nous, proposez nous des textes ou tout au moins des sujets d'études... **N'oubliez pas non plus de nous faire connaître!** La survie de P.A. dépend essentiellement de son audience encore insuffisante. A vous de jouer ! P.A. est perfectible et ceci dépend surtout de ses moyens, c'est-à-dire de ses revenus.

Notre premier numéro Spécial PI



www.lepetitarchimede.fr

connaît un certain succès tant en France qu'à l'étranger. Rappelons qu'actuellement PA a engagé toutes ses forces dans un numéro spécial *"La mesure du temps, calendriers, cadrans solaires, rythmes biologiques"* et nous vous invitons autant à préciser vos besoins et souhaits qu'à aider notre équipe en proposant bibliographies, articles... Ainsi le Collège Gaétan Denain de Compiègne a monté cette année un P.A.E. sur "le temps" et nous félicitons, encourageons et aidons les équipes engagées sur ce très beau travail. Peut-être P.A. vous proposera-t-il bientôt quelques pages de l'almanach écrit par des élèves-compiègnois ?

Mais voici d'un lecteur de Rouen de bien belles illustrations ; oui les représentations évoluent selon les cultures, les technologies...Excellent sujet de réflexion, n'est-ce pas ?

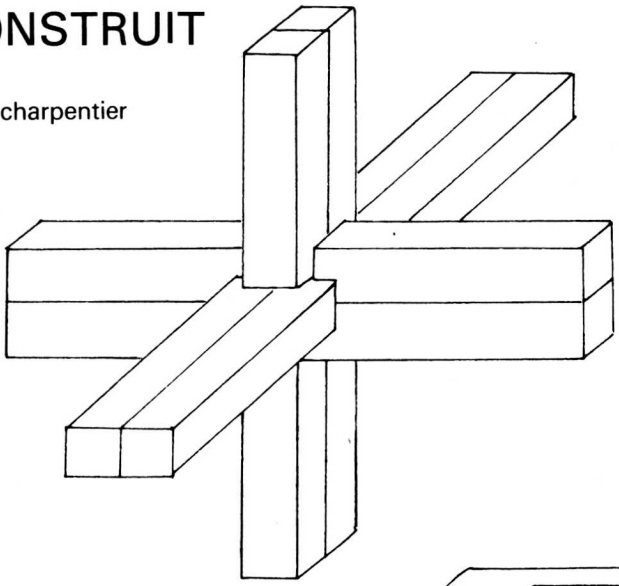
P.A.

de gauche à droite
Vénus de Willendorf, débuts de l'Age de Pierre. Environ 30 000 avant J.C.
Déesse de la Fécondité Istar ; sumérien acadien, environ 2000 avant J.C.
Vénus Génitrix, Kallimachos, Ve Siècle avant J.C.
La naissance de Vénus, Botticelli, XVe siècle après J.C.
Pin-up girl de Vargas et Barbarella, XXe siècle après J.C.

www.lepetitarchimede.fr

P.A. CONSTRUIT

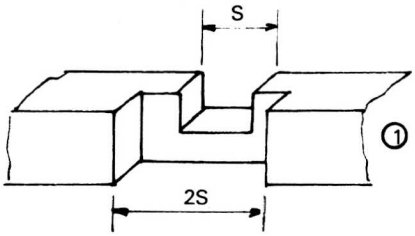
Croix de charpentier

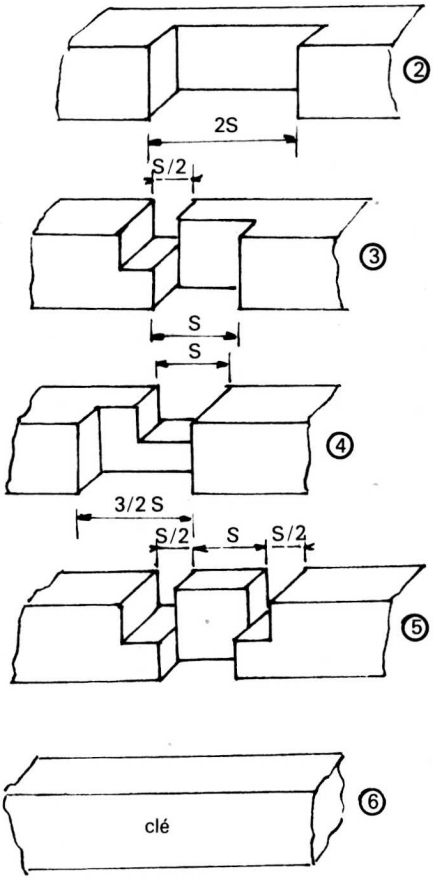


On trouve du bois de section carrée de 20 ou 25 mm de côté dans les «grandes surfaces».

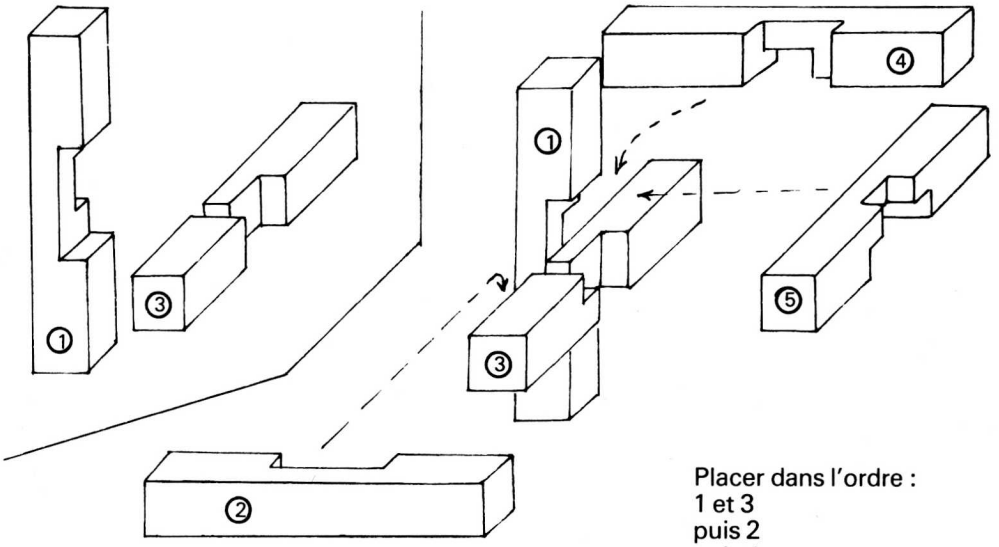
Après en avoir coupé 6 morceaux de 25 cm de long environ, on les travaille pour obtenir les 6 formes ci-contre. Avec ces 6 pièces et un peu de patience, on peut réaliser la «croix de charpentier»

REMARQUE : Si «S» est la section du bois, les entailles ont toutes des mesures qui sont multiples de S/2.





www.lepetitarchimede.fr

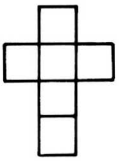


Placer dans l'ordre :
1 et 3
puis 2
puis 4
puis 5
enfin la clé 6

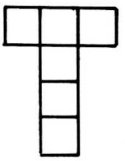
1 Solution
Y en a-t-il d'autres ?

.... UN CUBE

Les développements suivants du cube ont déjà été proposés à tous à partir de six carrés.



A pour les croyants, le développement "en croix"



B Pour les autres, le développement "à té"

fig. 1

En imitant le Recreational Mathematics Magazine n° 7 février 1962, P.A vous en propose deux autres à partir d'un rectangle fermé de 3 carrés. 24cm x 8 cm convient très bien.

www.lepetitarchimede.fr

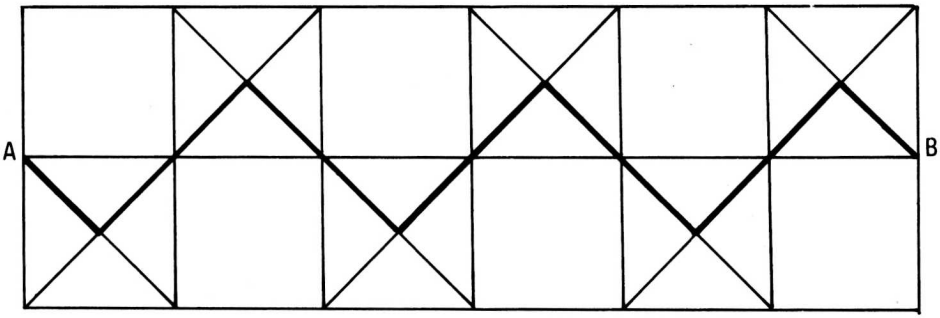


fig. 2

On marque tous les plis indiqués en les suivant (à la règle) avec une pointe de ciseaux (fig. 2)

On découpe suivant la ligne brisée qui va de A à B. Il ne reste plus qu'à enrouler chacune des moitiés de cube dont le bord libre est un hexagone régulier (Fig. 3).

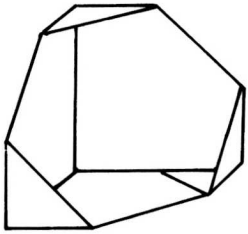


fig. 3

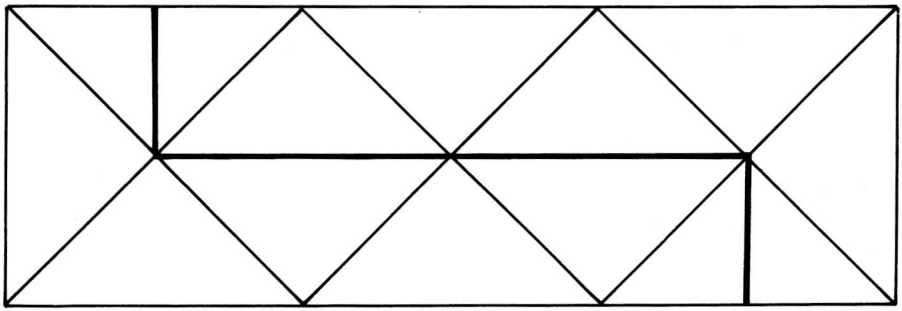


fig. 4

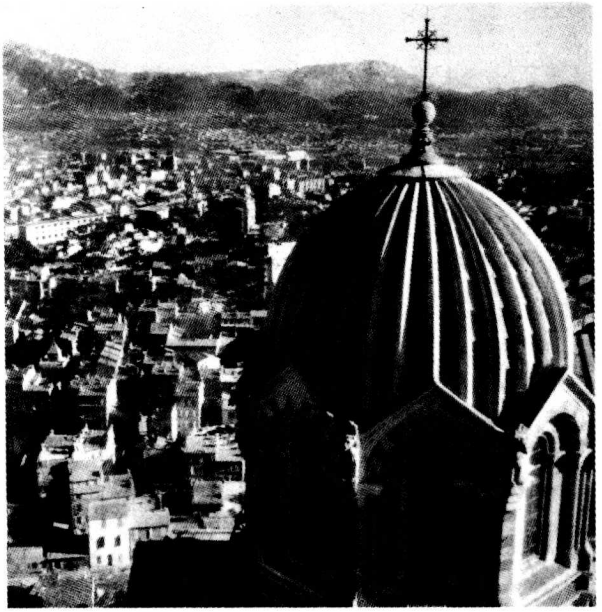
On dessine les trois carrés en traits fins. On marque les diagonales au moyen d'une pointe de ciseaux.

On découpe suivant la ligne brisée. On enroule chacune des deux moitiés. Le raccordement est parfait, quoiqu'un peu moins simple.

www.lepetitarchimede.fr

J'AI FAIT UN CONCOURS ET J'AI APPRIS LA GÉOMÉTRIE (1) en dégustant du fromage

(suite PA 77-78)



Question 3 - DETERMINEZ **A DIX METRES PRES** LA DISTANCE **A VOL D'OISEAU** DE L'AXE DE SYMETRIE DE LA FLECHE DE LA CATHEDRALE DE STRASBOURG A LA STATUE DE NOTRE DAME DE LA GARDE A MARSEILLE.

Nous citons plus loin une partie de la lettre de M. Roger Lanchon (de St Brieuc). Notre lecteur, géométre avisé, ne s'est pas contenté d'une mesure à la règle graduée sur une carte au 1/1 000 000e. Ceux d'entre vous qui se sont livrés à ce sport ont :

(1) «géométrie» art de mesurer la terre (étymologie)

www.lepetitarchimede.fr

a) admis froidement que la terre est plate !
b) raboté quelques uns des plus hauts sommets d'Europe !
c) eu quelques menues difficultés avec les dimensions et les plis de la dite carte...
d) trouvé un résultat exact... à quelques kilomètres près ! (620 $\pm$ 3 km) on est loin des 10 m demandés.

La parole est à M. Lanchon...

«Si vous avez déjà vu voler une hirondelle, on peut estimer la distance à 5000 km. Car il lui faudra se ravitailler en route, et cela fera faire beaucoup de zigs et pas mal de zags.

De plus, un «PB» ne peut avoir de solution que si les données en sont précisées. En particulier :
— altitude du point de départ et,
— altitude du point d'arrivée (qui sont différentes) et,
— altitude du vol.

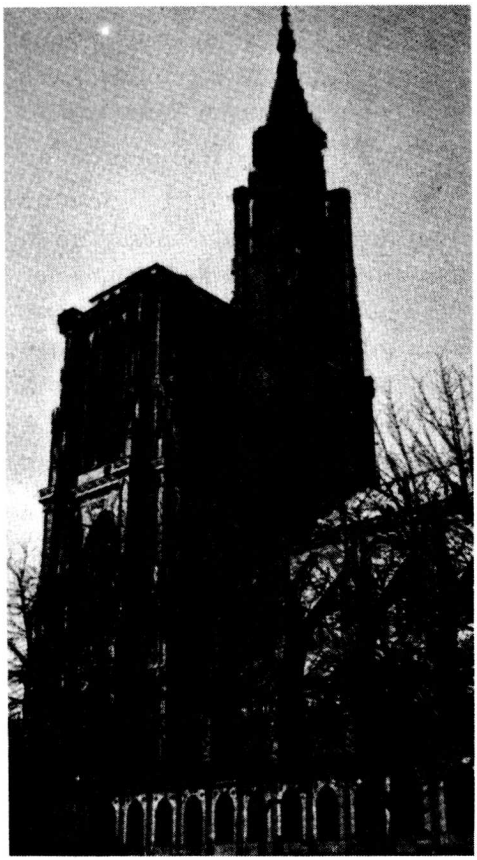
A propos d'altitude du vol, plusieurs solutions :
— on fait un trou à travers les montagnes, tout droit,
— on passe par dessus,
— on les contourne.

Il faut aussi connaître avec une **énorme** précision les coordonnées des points de départ et d'arrivée, fraction de seconde d'axe indispensable.

Cela se trouve comment ?»

Oui **Comment ?** Pour en savoir plus lisez «Le Petit Archimède» (qui fait de la géométrie en mangeant du fromage) et envoyez vos solutions à :

M. Yvan GRIMALDI (géométrie)
27, chemin du Frémont
80260 BERTANGLES.



www.lepetitarchimede.fr

A PROPOS DE SCALAIRE

HISTOIRES DE MOTS : LES COUSINS SCALAIRES

Ils sont au moins quatre à avoir le même arrière... arrière grand-père étymon. Aucun d'eux n'est de formation populaire. Tous descendent «savamment» du même escalier en gradins, latin, **Scalaris.**

Cependant, ils n'ont pas la même histoire *.

Un cousin adjectif, qui a fait con naissance de M. Larousse vers 1964, est artiste. Il nous parle de la ligne brisée —rappelant précisément des gradins—qui orne les œuvres d'art précolombiennes.

Un cousin substantif, répertorié aussi dès 1964, a un tempérament de dandy : M. Scalaire ne dédaigne pas nos aquariums où il se pavane travesti en poisson exotique d'Amérique du Sud, plat et rayé, de la famille des cillidés tout en dévorant larves et insectes apparemment pour se désennuyer.

Une cousine substantive s'est métamorphosée, autour de 1808, en mollusque gastéropode, de la famille des scalidés. Mme Scalaire est également carnivore, elle a une prédilection pour la mer des Antilles.

* Le **Littré** paraît être le premier dictionnaire à fournir des indications sur l'histoire des mots ne se limitant pas à leur étymologie.

Quant au mathématicien, c'est un personnage cosmopolite à double identité: tantôt adjectif, tantôt substantif. Il a été filé par des détectives lexicologues. On possède des preuves que vers 1656 il a fait un long voyage en Angleterre, où il a fait des affaires langagières sous le nom de **scalar**. Puis, en 1853, il s'est introduit chez les quaternions de Sir William Roman Hamilton. On retrouve ensuite sa trace vers 1901 en France et il a droit de cité dans la Grande **Encyclopédie Berthelot.**

Depuis, il s'est vulgarisé, hante les milieux les plus divers et notamment s'est glissé dans la plupart des manuels. Il est bien connu de la confrérie des A.P.M.E.P.-iens qui l'ont fiché sur leurs tablettes.

Merci à MM. Larousse et Robert pour les belles histoires qu'ils nous ont contées par la voix de leurs dictionnaires.*

Mais vous-mêmes, cher lecteur, peut-être connaissez-vous d'autres cousins ** et petits cousins scalaires,

* **Grand Larousse de la Langue Française, Grand Larousse Encyclopédique, Grand Robert, Dictionnaire des anglicismes** par Josette Rey-Debove et Gilberte Gagnon (Les Usuels du Robert).

** Ainsi, le **Dictionnaire mathématiques modernes** de Lucien Chambadal accorde le gîte à trois petits cousins et le **Dictionnaire des Mathématiques** dirigé par François le Lionnais va jusqu'à cinq. Sans doute sont-ils plus nombreux. Parmi eux il y a des mort-nés, des frères siamois, des conformistes, des indisciplinés, voire des mauvais garçons.

www.lepetitarchimede.fr

voire d'autres anecdotes croustillantes à leur propos ? Ne nous cachez pas vos trésors.

LES TRIBULATIONS D'UN AMATEUR DE SCALAIRES

Elever des poissons peut paraître une activité banale. Ce texte que nous devons à l'obligeance du cercle aquariophile picard nous montre un excellent travail de recherches de paramètres pertinents patiemment isolés, analysés... et nous donne aussi une bien bonne leçon de persévérance.

Je crois que les échecs constituent la meilleure des écoles et je vais vous décrire l'aventure de mes scalaires. Elle fera parfois sourire les aquariophiles chevronnés, elle sera je pense, utile aux débutants.

Au début de l'année 1974, après avoir résolu, grâce au Cercle, les premiers problèmes d'équilibre d'un aquarium, je décide de tenter la reproduction de scalaires.

Sept jeunes specimens, provenant de la production de deux membres du Cercle, viennent s'installer dans mon bac d'ensemble.

Ce bac, au risque de choquer les puristes, est peuplé d'individus plus ou moins recommandables, venus d'horizons différents. Je n'ai pu résister au plaisir d'admirer les couleurs des barbus, des cardinalis et autres rasboras.

Après le départ d'un Pelmatochromis indésirable, tout ce petit monde goûte les délices de l'eau du robinet de Flixecourt —Ph incertain ! TH inconnu !— Cette eau m'a été recommandée par notre Président qui est un connaisseur !!

Les mois passent. Grâce aux vers de vase et aux daphnies du Cercle, les scalaires prennent des dimensions majestueuses.

Puis, un jour de novembre, un événement se produit. Deux scalaires se font révérence ; les jours suivants ils occupent un coin de l'aquarium, interdisant aux autres toute approche. Les barbus eux-mêmes doivent battre en retraite, tandis que les autres scalaires sont repoussés à l'autre extrémité du bac, avec la plus grande violence.

Les deux amoureux nettoient consciencieusement un angle du bac. Qui est le mâle ? Qui, la femelle ? Mystère !

Enfin, la ponte a lieu. La femelle dépose ses œufs adhésifs, aussitôt fécondés par le mâle. Je compte environ trois cents œufs. Pendant deux jours, les reproducteurs vont ventiler la ponte de leurs nageoires pectorales à tour de rôle en chassant les intrus. Puis un matin, déception ! Les œufs ont disparu — Premier échec.

Je crois sans en être certain, que les parents ont dévoré leurs œufs putôt que de les voir avaler par les autres.

Une tombola providentielle me donne un bac de 50 litres. Je vais pouvoir expérimenter une autre méthode.

www.lepetitarchimede.fr

Le couple est isolé dans ce nouveau bac ; quelques pots plantés d'anubias et d'aponogetons créent le décor.

La deuxième ponte a lieu onze jours après la première, sur une feuille d'aponogeton —Même comportement des parents— Les œufs qui blanchissent sont éliminés d'un coup de gueule. Puis après deux nuits, nouvelle disparition des œufs !

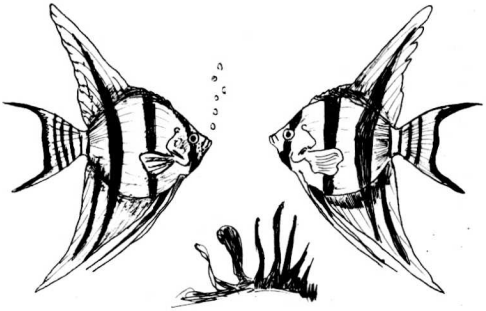
Avec patience, j'attends la ponte suivante et c'est le miracle ! Au bout de cinq jours, j'aperçois une trentaine d'alevins sur une feuille. A mon approche, le mâle les avale. Puis, il les recrache sur une feuille plus éloignée. J'ai eu peur.

Ma crainte se confirme au cours des jours suivants ; les alevins disparaissent jusqu'au dernier. Il y a néanmoins un progrès, je sais que le couple est «bon pour le service».

Je replace mes deux cannibales dans le bac d'ensemble ; onze jours plus tard, nouvelle ponte sur une large feuille d'anubia. Cette feuille est prélevée, placée délicatement dans un bocal et transportée dans le petit aquarium où elle est pincée sous une pierre, en position verticale. Un diffuseur, réglé doucement, lui imprime un léger mouvement d'ondulation. Les bulles passent au dos de la feuille.

Cela sera un nouvel échec. Les œufs moisissent rapidement ; en 24 heures tout est blanc.

A la ponte suivante (Les scalaires



aussi sont persévérants) j'applique la même méthode. J'additionne l'eau du bac de reproduction de 50 gouttes de bleu de méthylène (solution à 5%).

Quelques œufs deviennent blancs mais à raison de 2 ou 3 par jour — Espoir !

Enfin, 72 heures après la ponte, les œufs s'animent, l'éclosion a lieu. Les alevins, au nombre de trois cents environ restent en partie sur la feuille où ils s'accrochent, d'autres tombent au sol. Leurs mouvements sont désordonnés, ils restent sur place, agités de soubresauts.

Pendant quatre jours, ils resteront ainsi à l'état larvaire. Les plus robustes s'enhardissent ensuite et décrivent dans le bac des arabesques de forme indéterminée. C'est du pilotage sans visibilité, qui s'achève par un atterrissage en catastrophe, dans toutes les positions.

Le lendemain, tout le monde sait nager droit et un beau nuage d'alevins se promène craintivement mais fièrement.

Les problèmes de nourriture vont commencer, mais cela est une autre histoire...

www.lepetitarchimede.fr

QUELQUES DONNEES TECHNIQUES

Dimensions	Bac d'ensemble 80 X 40 X 50	Bac de reproduction 60 X 30 X30
Filtration Eau	Eau du robinet filtrée sur perlon et charbon. Pompe Eheim 240 L/heure	Eau du robinet. Filtre intérieur perlon —charbon. Pompe Rena
Plantation	Fougères, anubias,amazones	Anubia, aponogeton, Riccia
Sol	1 couche quartzite 1 couche aqualit 1 couche quartzite	pas de sol ; les plantes sont en pots posés au fond (1)
Température	23°C (26°C pendant la ponte et la reproduction)	26 — 28°C
Nourriture du couple	Vivante : vers de vase, tubifex et daphnies. Tetramin si nécessaire	

(1) les alevins se libèrent mieux du mucus qui les enveloppe sur un sol lisse.

Jean-François VIGNEUX

SOLUTIONS DES ECHECS

(voir page 52)

1) Diagramme N° 1

Les Blancs gagnent par :

1 . Te8 Si 1.....RXTh1
2.Rg3 Rg1
3. te1 mat
Si 1.....Rf2
2. Rh3Rf3
3. Tf1 mat
Si 1.....Rf3
2. Th2Rf4
3. Tf2mat

2) Diagramme N° 2

Les blancs auraient gagné par :

1.h5+ Rg7 (Le pion est imprenable sinon la tour f3 est perdue)
2. h6+ Rg6
3.Te6+! fXe6
4.Tg7 mat

3. Diagramme N° 3

Après h3 ? les Blancs gagneront par 2. Tg3 ! et les noirs ne peuvent plus rien ; ou bien ils perdent leur Tour ou bien leur pion avance avec échec.

Par contre s'ils avaient joué 1...Rh1; ils avaient la nullité assurée. Par exemple : 2. Rg4 h3 - 3. RXh3 TXg7 4. TXg7 et pat !

www.lepetitarchimede.fr

PA et la VIE

Sous ce titre, nos lecteurs ont déjà pu lire quelques articles justement appréciés. Aujourd'hui nous reparlons du JEU DE LA VIE de CONWAY déjà présenté dans nos colonnes. L'article que nous vous présentons est dû à la plume habile de notre ami Charles Corge et il a été écrit pour la revue TRUC dont il est le rédacteur en chef («Truc» signifie Tribune du Cercle des Utilisateurs de Systèmes Informatiques CiiHB et SEMS... comme vous voyez des gens très sérieux !) ; PA a ajouté quelques commentaires à l'intention de ses jeunes lecteurs. Nous remercions Charles Corge et sa revue pour cet emprunt et nous espérons que ce texte suscitera chez nos lecteurs, qu'ils soient armés d'un microcomputer ou non,une frénésie de travaux et de recherches. Une affaire à suivre n'en doutons pas !

Deus ex machina. Machina ex Deo ? [1]

L'informatisation entourée des incertitudes qu'on lui connaît malgré de brillantes réussites, à la fois fille et mère de l'automatisation, engage notre société dans de profondes mutations pour la plupart inconnues de nos concitoyens qui n'en mesurent ni l'étendue, ni la profondeur. Dans le domaine de la production et même dans celui de la consommation elles donnent, l'une et l'autre, parfois naissance à des effets spectaculaires qui leur font mauvaise presse. Obsession du monde industriel, crainte de voir la froide machine et surtout l'automate, au sens le plus large du terme, se saisir de ce qui fait l'humain et sa personne, pour que l'omniprésence insidieuse de ces instruments de damnation les habilitent peu à peu à regir des zones intimes de la vie, de notre vie, tels sont, parmi d'autres, les tourments qui habitent nombre d'entre nous et les jettent dans une angoisse continuellement renouvelée.

Et pourtant !

Pourtant combien est grande la curiosité qui pousse les hommes à sonder ce mystère technique qui nous investit de toutes parts ! Combien est grande la fascination exercée sur notre esprit par ces automates qui paraissent hors du temps et qui excitent notre pouvoir créateur, notre volonté de puissance, qui finalement nous meuvent jusque dans nos plus secrètes entreprises au point de se voir prêter une certaine capacité d'intelligence !

Or Bergson[2] définissait l'intelligence comme "la faculté de fabriquer des objets artificiels et en particulier des outils". Et dès 1950 J. von Neumann[3] voulut montrer la possibilité pour une machine de se reproduire elle-même dans la mesure où l'on mettrait à sa disposition les matières premières nécessaires en quantité illimitée et où elle serait dotée d'un certain "savoir faire". Naturellement pour parvenir à ses fins, le célèbre mathématicien ne fabriqua pas une telle machine, mais il élabora sur papier un équivalent abstrait, baptisé "automate cellulaire", évoluant dans un "espace cellulaire uniforme". Un tel espace n'est autre qu'une grille ou un échiquier infini sur lequel des pions ou des cellules peuvent passer par un nombre fini d'états, y compris l'état "vide", et se trouvent baignés dans un environnement de cellules qui risque d'influencer leur propre état et celui des autres. Les changements d'état se font instantanément et simultané-

www.lepetitarchimede.fr

ment dans un espace-temps quantifié selon des règles logiques qui dépendent du voisinage, comme nous venons de le dire.

Les automates cellulaires ont fait, et font encore, l'objet de nombreuses études portant sur le nombre d'états possibles, les lois de transition d'un état à un autre, les configurations initiales de cellules et les collisions éventuelles de configurations qui peuvent provoquer des phagocytoses.[4] J. von Neumann lui-même était parti avec l'intention de réaliser dans son espace cellulaire la simulation d'une machine de Turing,[5] ce qu'il réussit d'ailleurs au prix d'une énorme configuration initiale et d'un grand nombre d'états. Depuis les configurations envisagées sont beaucoup plus simples.

Les travaux menés par J. von Neumann inspirèrent à J.H. Conway[6] un jeu de simulation : le jeu de la vie.

Ce jeu part de configurations ne comportant que peu de cellules vivantes et les fait évoluer par application de lois génétiques qui donnent vie à une nouvelle cellule lorsque les conditions sont devenues favorables, ou qui provoquent au contraire, la mort lorsque ces conditions sont devenues intolérables, soit que la cellule se trouve étouffée par ses voisines, soit qu'elle se trouve abandonnée du groupe. Essentiellement ces lois se résument aux trois règles qui suivent, étant entendu que deux cellules sont réputées voisines lorsqu'elles se situent dans deux cases se touchant soit par un côté, soit par un sommet; que le temps est quantifié, ce qui nous vaut une évolution par bonds successifs donnant lieu à autant de générations; et que les naissances et les morts se produisent simultanément sans influer les unes sur les autres, autrement dit que la mort d'une cellule ne l'empêche aucunement de contribuer à la naissance d'une autre. Ces règles sont :

- Toute cellule entourée de deux ou trois cellules voisines survit jusqu'à la génération suivante.
- Toute cellule entourée de quatre voisines ou plus meurt asphyxiée. Isolée, ou n'ayant qu'une voisine, elle ne survit pas davantage.
- Toute case inoccupée, autrement dit toute cellule "vide", entourée de trois cellules exactement, ni plus, ni moins, vient à la vie au quantum de temps suivant.

Les neuf figures suivantes illustrent l'évolution d'un groupe de neuf cellules. Pour suivre cette évolution, il suffit d'observer les règles suivantes :

- Étant donné la configuration considérée à l'instant t (cases marquées d'un rond noir), on identifie les cellules qui doivent mourir à $t + 1$ (ronds noirs barrés d'un trait).
- En même temps on repère les cases vides où apparaîtra la vie à $t + 1$ (marquées d'un rond clair).
- A $t + 1$ on effectue les changements d'états de la configuration pour obtenir celle de la nouvelle génération.

www.lepetitarchimede.fr

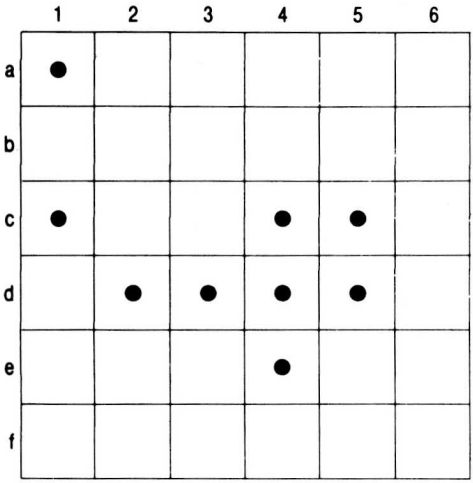


Fig. 1 : génération I

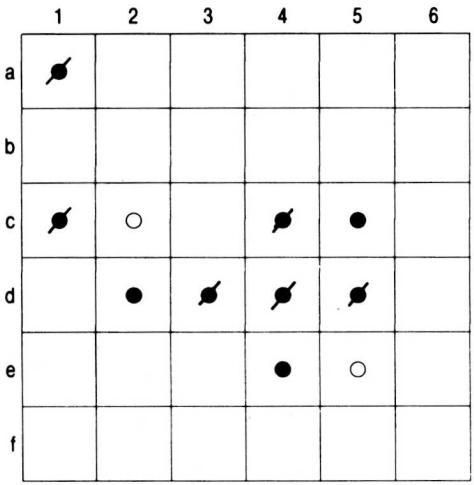


Fig. 2 : 6 morts, 2 naissances

La deuxième génération résulte de six morts, quatre par étouffements (*d*3, *c*4, *d*4, *d*5), deux par isolement (*a*1, *c*1), et de deux naissances (*c*2, *e*5). La troisième génération se réduit à trois cellules alignées, après cinq morts et trois naissances. La quatrième génération comporte également trois cellules disposées perpendiculairement à l'alignement précédent. En fait, à partir de là, les cellules resteront stables en nombre mais changeront d'alignement à chaque génération; autrement dit la société au bout de quelques générations va osciller indéfiniment entre deux états. Conway a baptisé de telles sociétés du nom de clignotants.

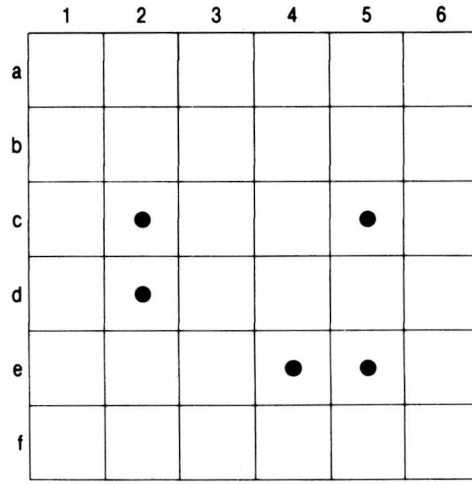


Fig. 3 : génération II

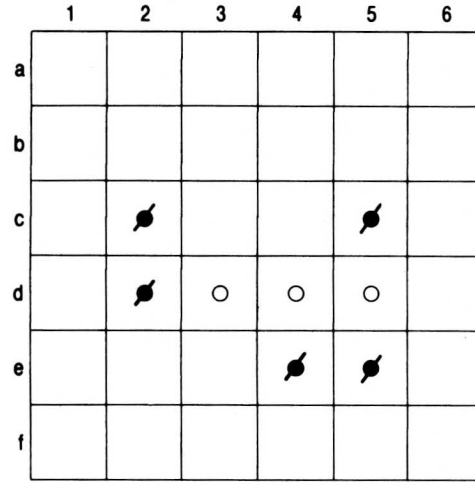


Fig. 4 : 5 morts, 3 naissances

www.lepetitarchimede.fr

Toutes les sociétés n'ont pas le même comportement : certaines, et ce sont les plus intéressantes, ont la propriété d'émigrer en se reproduisant identiques à elles-mêmes au bout d'un certain nombre de générations et constituent ce qu'on appelle

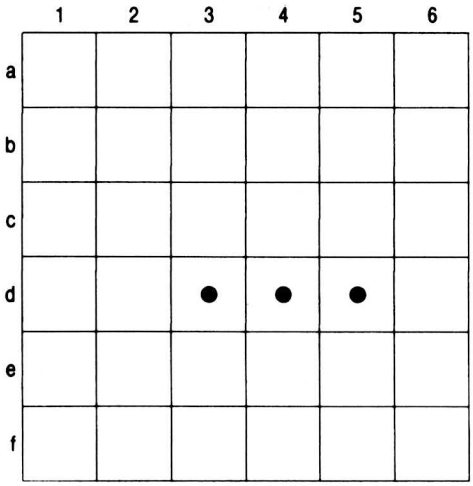


Fig. 5 : génération III

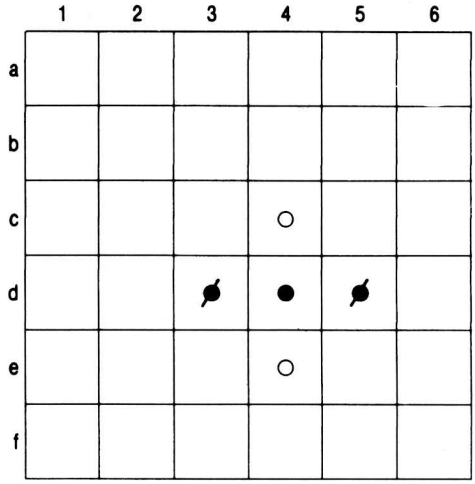


Fig. 6 : 2 morts, 2 naissances

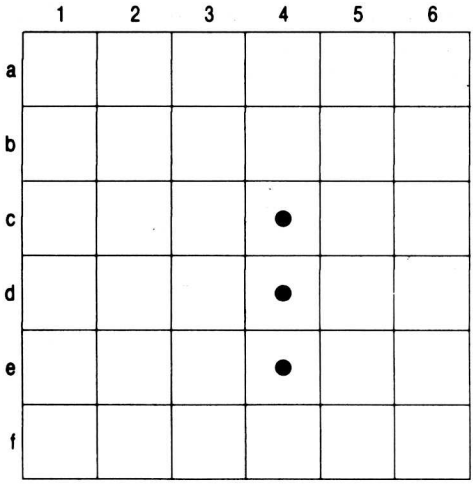


Fig. 7 : génération IV

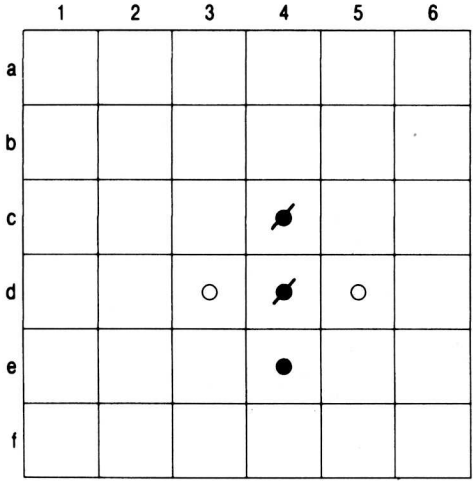


Fig. 8 : 2 morts, 2 naissances

des vaisseaux parmi lesquels le glisseur dont les figures 10 à 14 représentent le déplacement. On peut montrer que la plus grande vitesse accessible à un glisseur est d'une case par quatre générations, c'est-à-dire le

www.lepetitarchimede.fr

quart de la vitesse limite absolue dans cet univers appelée d'ailleurs vitesse de la lumière.[9]

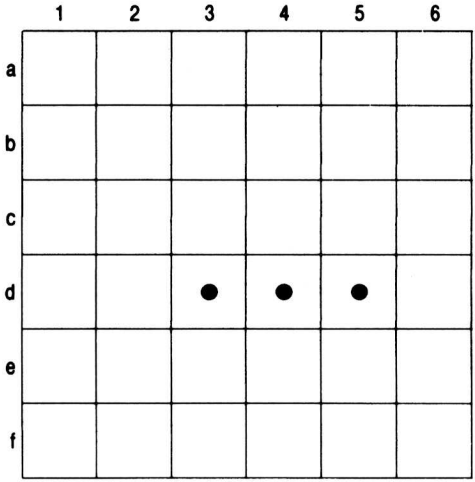


Fig. 9 : génération V

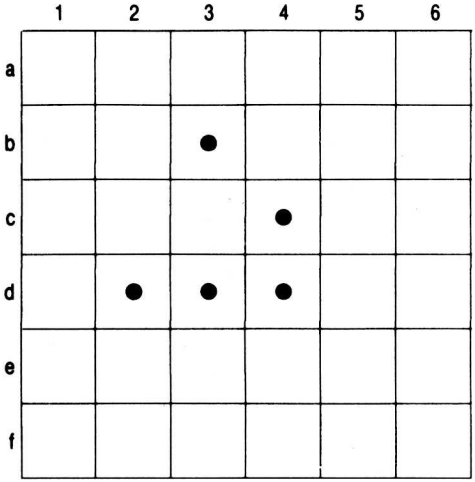


Fig. 10 : le glisseur en t_0

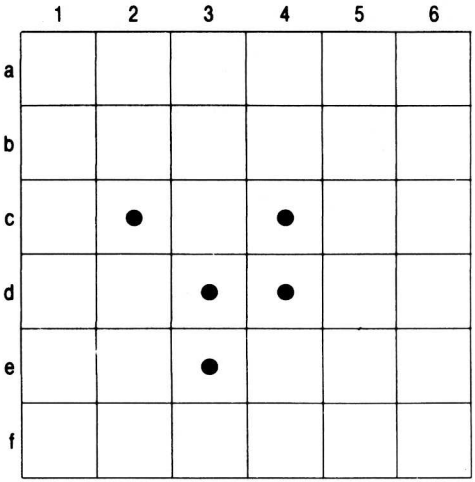


Fig. 11 : génération II

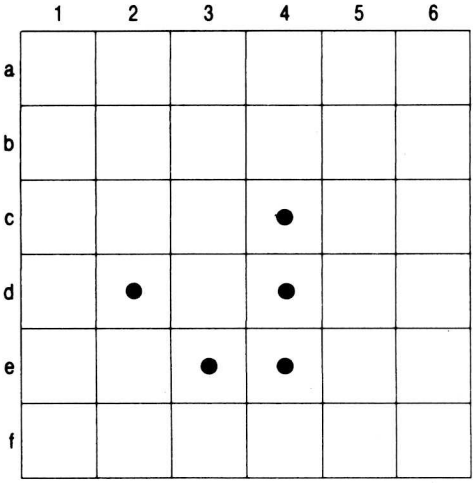


Fig. 12 : génération III

Il y aurait beaucoup de choses à dire sur le comportement des sociétés que ce jeu de simulation fait vivre ou dépérir. Conway se posait la question de savoir si une société pouvait

www.lepetitarchimede.fr

grossir indéfiniment. La question était difficile. Aujourd'hui la preuve est faite que la chose est possible. Une équipe du M.I.T.[7], spécialiste de l'intelligence artificielle a en effet observé en novembre 1970 une telle société sur le visuel d'un ordinateur. Il s'agit d'une configuration se transformant en lanceur de glisseurs qui tire son premier glisseur à la quarantième génération pour ensuite en éjecter indéfiniment un toutes les trente générations.

L'existence de ces émetteurs de glisseurs fait apparaître clairement l'excitante possibilité pour le jeu de la vie de simuler une machine de Turing, ce calculateur universel capable, en principe, de faire ce que pourrait faire le plus puissant ordinateur qu'il se puisse imaginer. L'astuce est d'utiliser les glisseurs en tant qu'impulsions unités pour transmettre l'information, la stocker ou exécuter les opérations logiques.

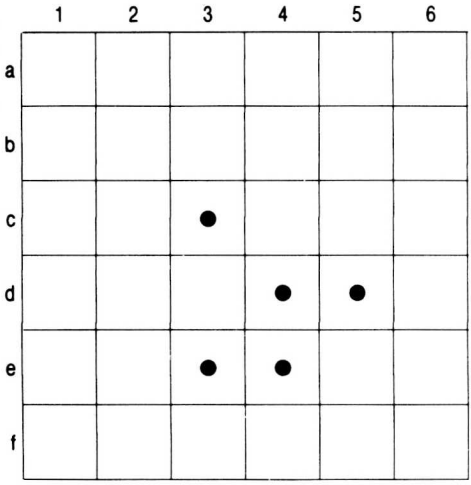


Fig. 13 : génération IV

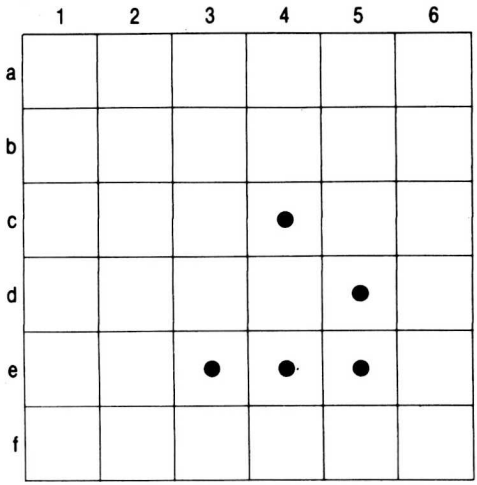


Fig. 14 : le glisseur en $t_0 + 4$

Une autre question abordée par E.F. Moore[8] portait sur l'existence ou la non-existence de configurations qui ne peuvent jamais se présenter au cours du jeu, autrement dit l'existence d'une société qui ne peut avoir d'ancêtres. Après avoir été longtemps conjecturés de tels jardins de l'Eden authentiques n'ont été découverts que récemment. Jean Hardouin-Duparc, de l'U.E.R. de mathématiques et d'informatique de Bordeaux-I, en a construit un sur un rectangle de 122 × 6. La figure 15 en montre un autre sur un rectangle plus petit, 33 × 3, dû à Roger Bank et Steve Ward du M.I.T. Les auteurs l'ont appelé l'Orphelin.

De nombreuses sociétés ont été étudiées, aussi intéressantes ou surprenantes les unes que les autres parmi lesquelles certaines ont reçu des noms de baptême très évocateurs. Pour notre part dans les figures qui suivent nous allons suivre l'évolution du Moissonneur inventé par David W. Poyner. Oscillateur de période 4,

www.lepetitarchimede.fr

il se déplace le long d'un alignement infini de plantations situé en diagonale. Sa vitesse est celle de la lumière[9] et au fur et à mesure qu'il avance il laisse derrière lui des paquets stables de quatre unités. "Malheureusement", écrit Poyner "j'ai toujours été incapable jusque-là de créer une entité qui sèmerait devant le Moissonneur aussi vite que celui-ci récolte".

Charles Corge

■

(1) Un dieu descendu d'une machine, une machine issue d'un dieu ?
Au théâtre, le dieu qui descendait grâce à un mécanisme invisible intervient pour résoudre les intrigues insolubles.

(2) Henri Bergson, célèbre philosophe français décédé en 1941. Son œuvre littéraire, politique l'amènera à assumer les responsabilités nombreuses. Signalons aux lecteurs de P.A. qu'il fut Prix Nobel de littérature en 1928.

(3) John von Neumann. Mathématicien américain d'origine hongroise né à Budapest en 1903, mort à Washington en 1957. Il a obtenu des résultats essentiels dans de très nombreuses branches des mathématiques pures et appliquées. Il a en particulier contribué à la conception de la bombe H. Il a défini la logique des ordinateurs dits du type von Neumann. Chaque instruction en appelle une autre sans pour autant que celle-ci soit la voisine de celle-là. Dans une machine de Babbage, les intructions se déroulent nécessairement séquentiellement. Dans ce contexte J. von Neumann a introduit la notion d'organigramme (ou ordinogramme) et surtout la notion de sous-programme.

Par ailleurs en collaboration avec O. Morgenstein, Von Neumann a écrit un ouvrage devenu célèbre : «La théorie des jeux».

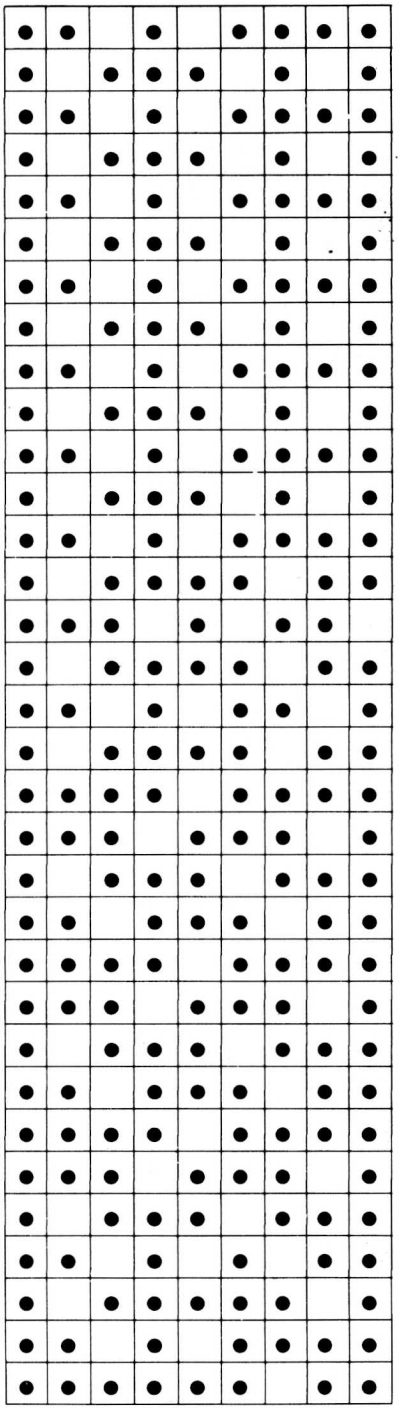


Fig. 15 : l'Orphelin

www.lepetitarchimede.fr

(4) Phagocytose - Fonction par laquelle certaines cellules animales telles les amibes, les phagocytes, les leucocytes (ou globules blancs) absorbent des particules, des microbes, d'autres cellules en les englobant puis en les digérant (du grec phagein, manger et kutos cavité)

(5) Machine de Turing. Automate mathématique abstrait capable de lire et d'écrire des informations unitaires, au stade le plus élémentaire de leur analyse classique sur une bande (de papier) idéale (de longueur infinie) en procédant case par case et séquentiellement. Une telle machine simule les procédures de traitement à leur niveau d'analyse le plus bas. On peut poser le théorème suivant : Une opération ne peut être exécutée sur ordinateur que s'il existe une machine de Turing correspondant.

(6) John Horton Conway - célèbre mathématicien de l'Université de Cambridge - Spécialiste de la théorie des groupes et passionné de jeux. Outre le Jeu de la Vie, on lui doit aussi le jeu des bourgeons dont nous parlerons bientôt si vous le désirez. Signalons aussi son livre passionnant Numbers and games.

(7) M.I.T. Masschusetts - Institute of Technology (Institut de technologie du Massachusetts) situé à Cambridge USA, voisin de l'Université de Harvard. Institut de qualité mondiale par la qualité des études qu'on y fait et la valeur des diplômes délivrés.

(8) E.F: Moore : Edward Forrest Moore, technicien connu pour ses travaux sur les modèles de machines qui se reproduisent elles-mêmes, et sur des méthodes d'optimisation de recherche dans les arbres binaires. auteur du théorème : «Dans une structure cellulaire uniforme plane où il existe des configurations effaçables, il existe des configurations de «Jardin de l'Eden» c'est-à-dire des configurations qui n'ont pas d'ancêtres et qui ne proviennent pas de l'évolution d'une société». Moore est américain bien sûr.

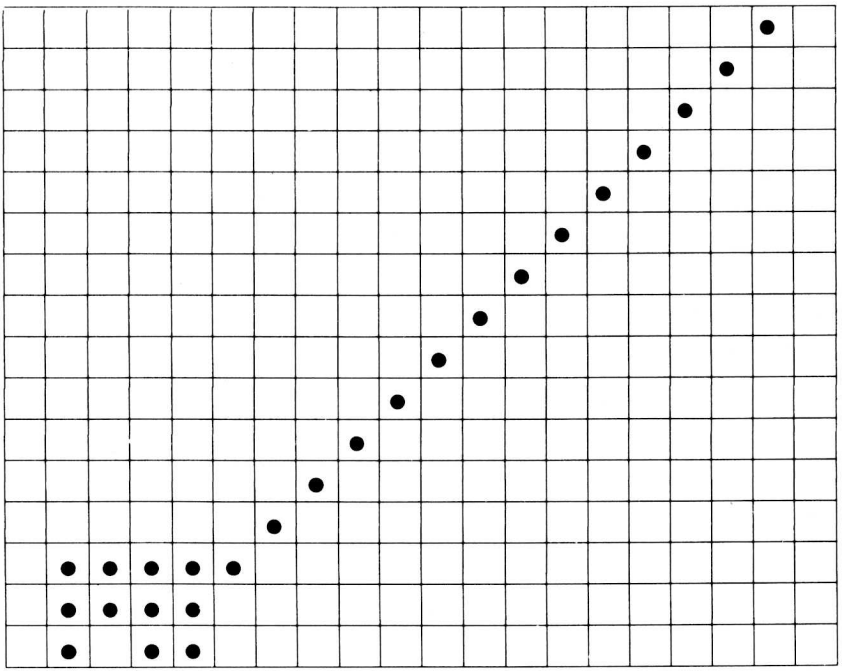


Fig. 16 : le Moissonneur et son alignement de plantations à l'instant t_0, génération I

www.lepetitarchimede.fr

(9) **Vitesse de la lumière** - La vitesse de la lumière dans le vide représente, dans le monde physique dans lequel nous vivons, la limite supérieure de toutes les vitesses physiques possibles. Cette assertion est un constat inattendu et très important qui résulte des expériences du physicien Michelson, à la fin du siècle dernier. Ce savant voulut étudier l'effet du mouvement de la Terre sur la vitesse de propagation de la lumière. Il découvrit à sa surprise, que cet effet est nul et que la vitesse de la lumière dans le vide est toujours exactement la même indépendamment du système dans lequel elle est mesurée et du mouvement de la source qui l'émet.

On sait que lorsqu'un observateur va à la rencontre d'un objet lui même en mouvement, ils se rapprochent l'un de l'autre avec une vitesse égale à la somme des vitesses de l'observateur et de l'objet. Si au contraire l'observateur et l'objet vont dans le même sens, leur vitesse relative est égale à la différence des deux vitesses.

Or, les expériences les plus poussées de Michelson ont montré que ce n'est plus vrai dans le cas de la lumière. La vitesse demeure toujours la même. Elle est égale à 300 000 km/s et Michelson la désigne conventionnellement par c, si rapide que soit l'observateur.

Par analogie Michelson appelle encore dans l'univers de «l'espace cellulaire uniforme» la vitesse limite absolue du nom de vitesse de la lumière. Elle est d'une case par génération.

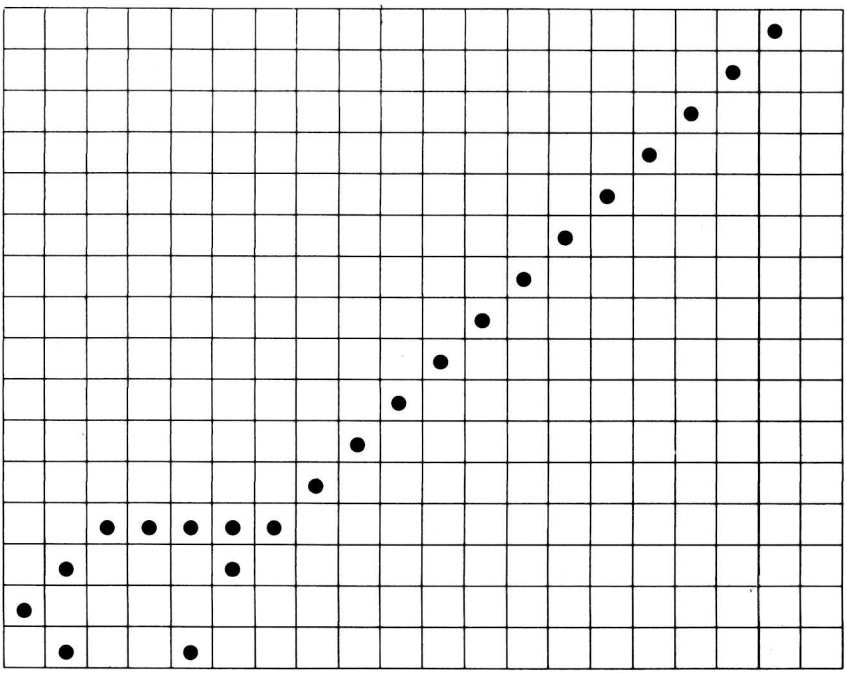


Fig. 17 : le Moissonneur, génération II

www.lepetitarchimede.fr

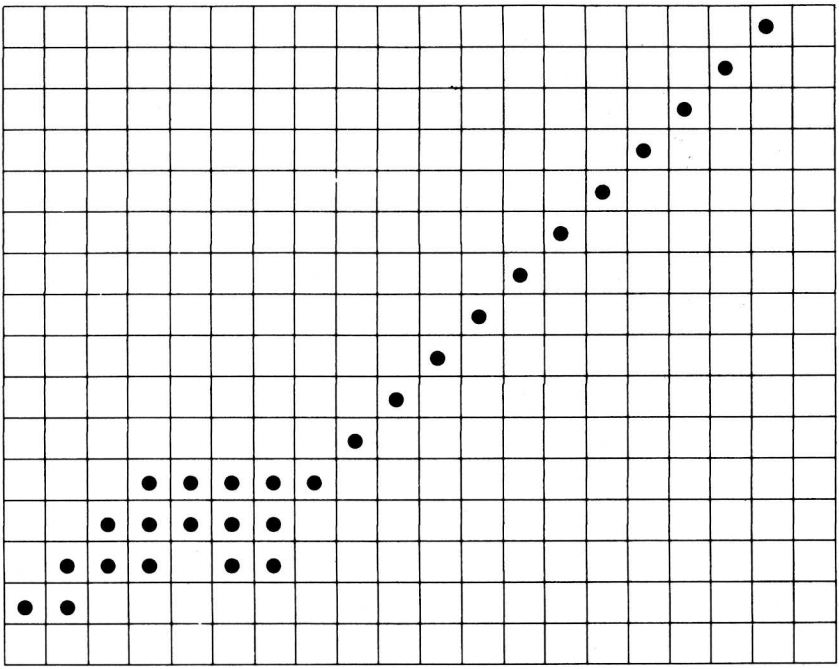


Fig. 18 : le Moissonneur, génération III

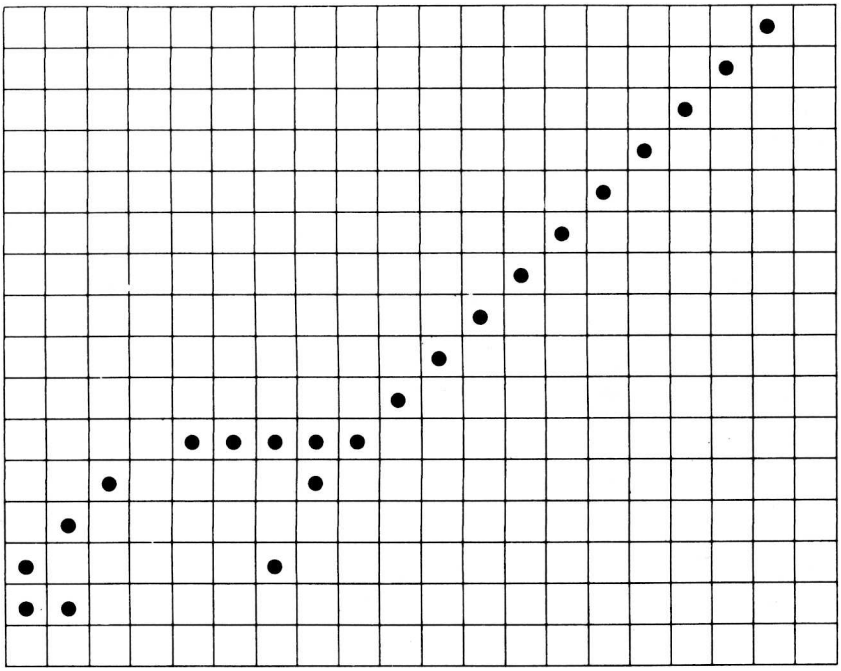


Fig. 19 : le Moissonneur, génération IV

www.lepetitarchimede.fr

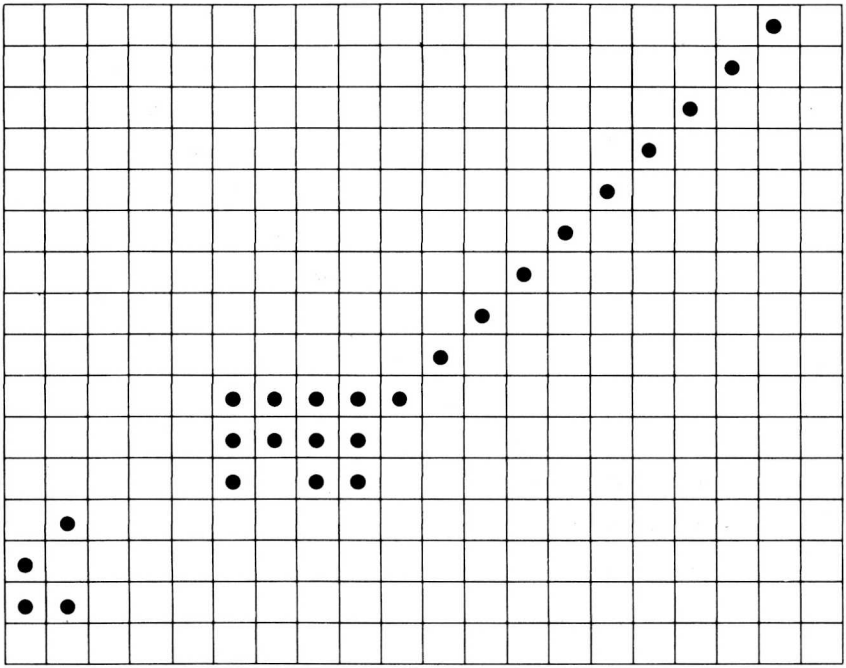


Fig. 20 : le Moissonneur à l'instant t_0 + 4, génération V. Déplacement horizontal de quatre unités

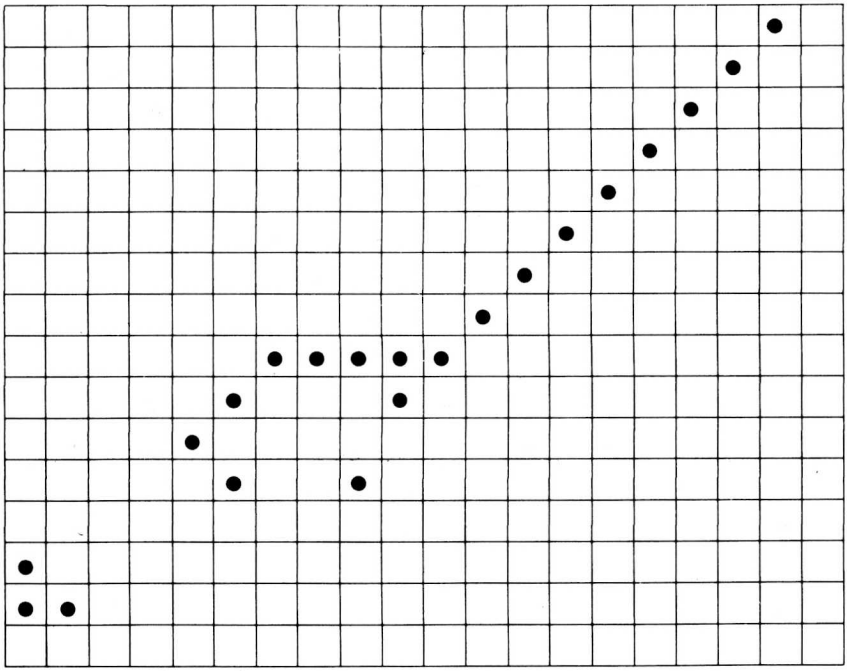


Fig. 21 : le Moissonneur, génération VI

www.lepetitarchimede.fr

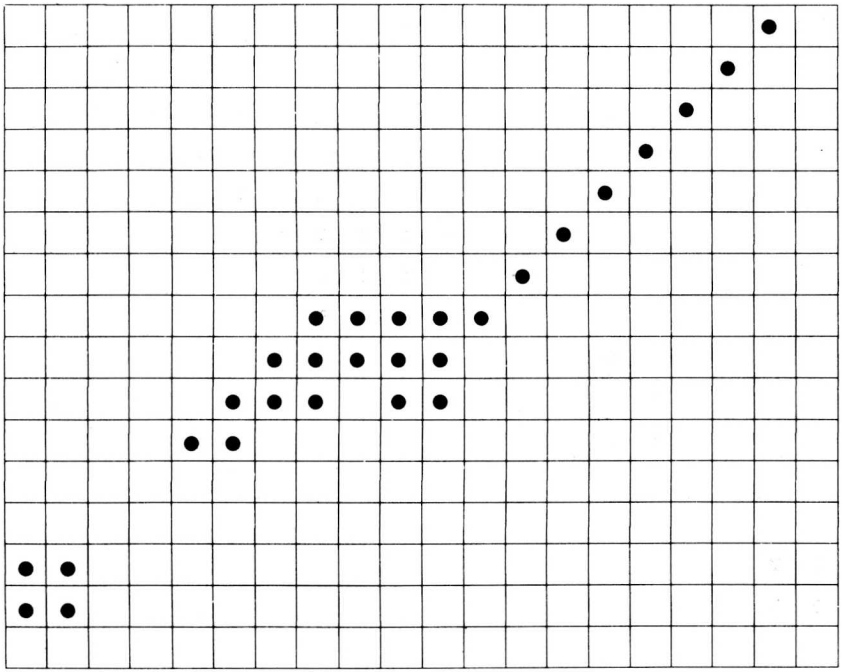


Fig. 22 : le Moissonneur, génération VII, 1er tas

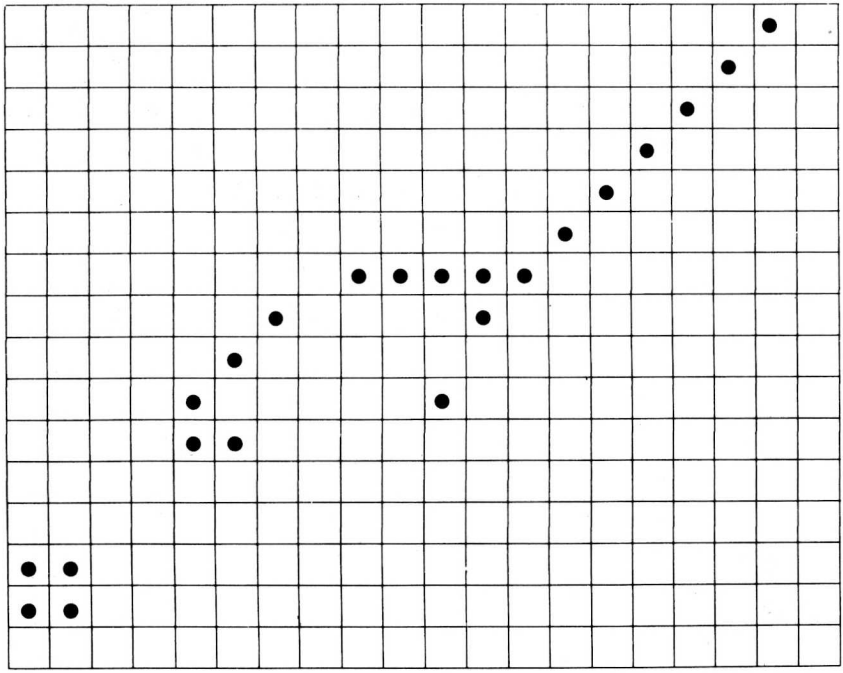


Fig. 23 : le Moissonneur, génération VIII

www.lepetitarchimede.fr

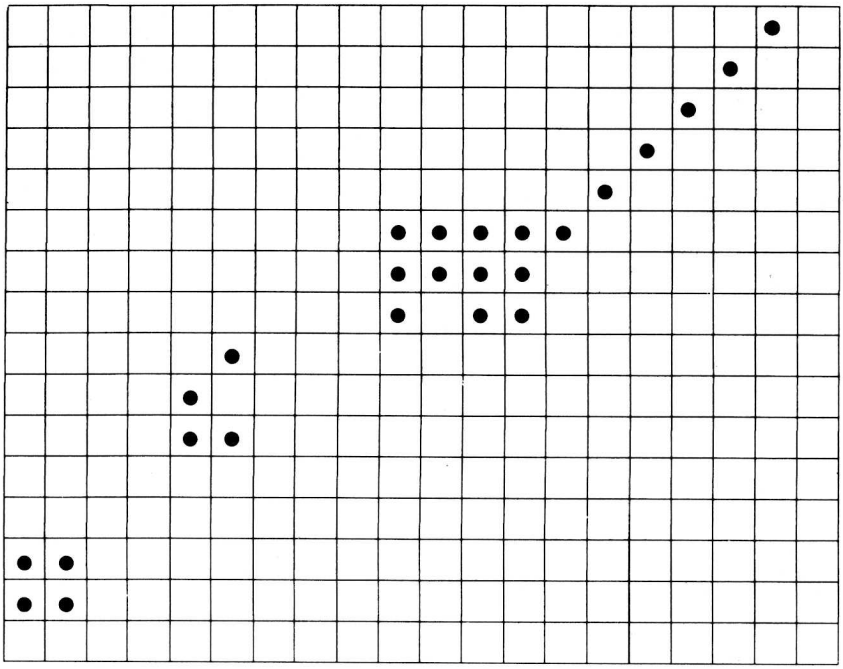


Fig. 24 : le Moissonneur à l'instant t_0 + 8, génération IX. Déplacement horizontal de huit unités

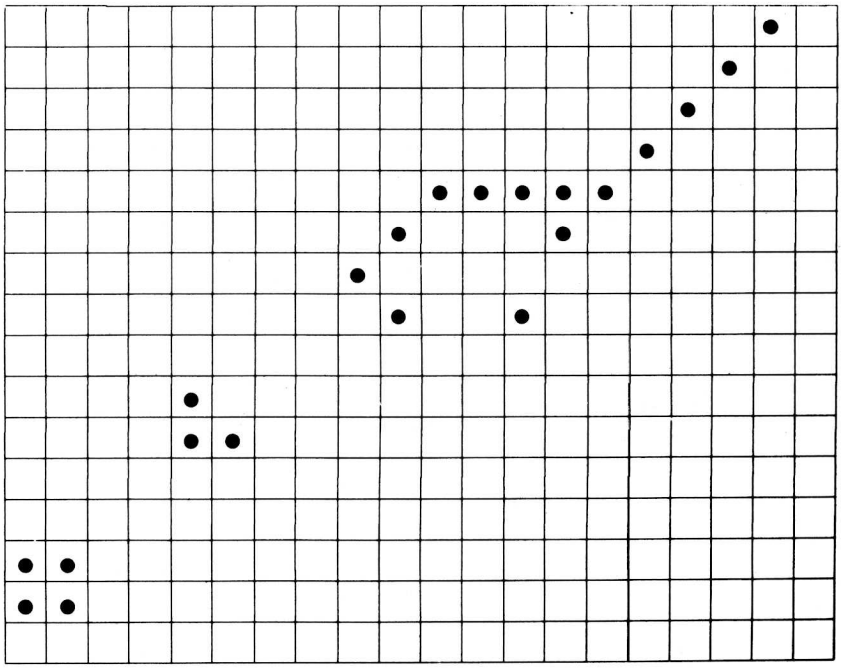


Fig. 25 : le Moissonneur, génération X

www.lepetitarchimede.fr

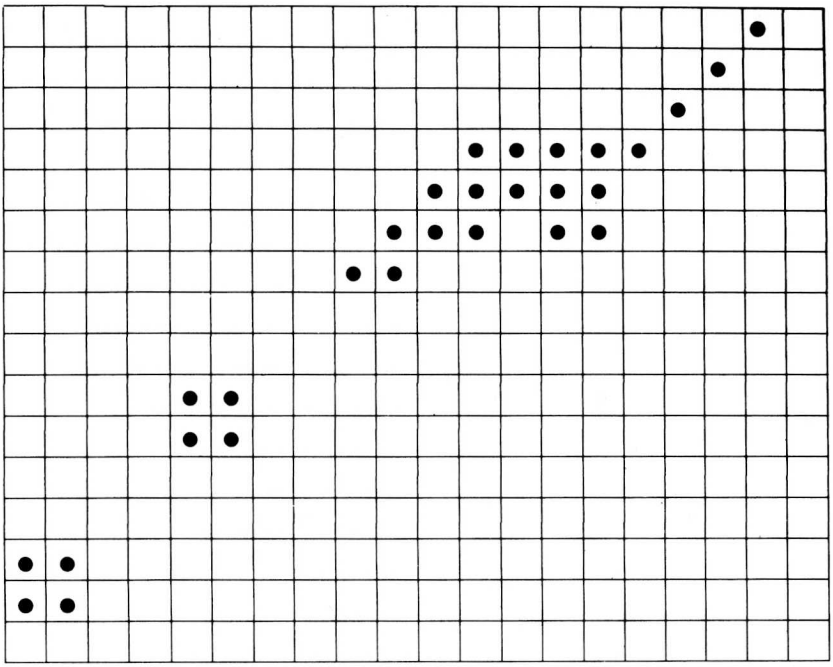


Fig. 26 : le Moissonneur, génération XI, 2e tas

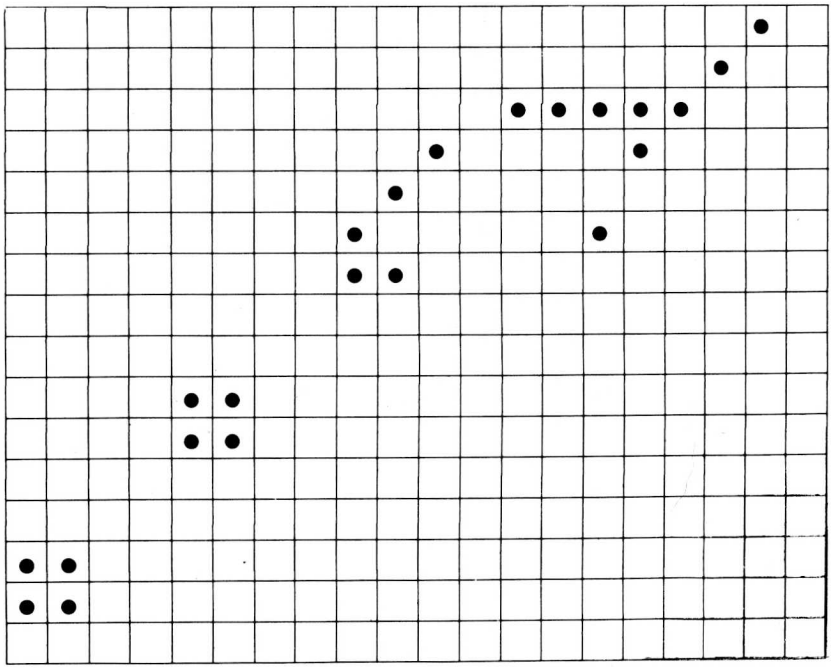


Fig. 27 : le Moissonneur, génération XII

www.lepetitarchimede.fr

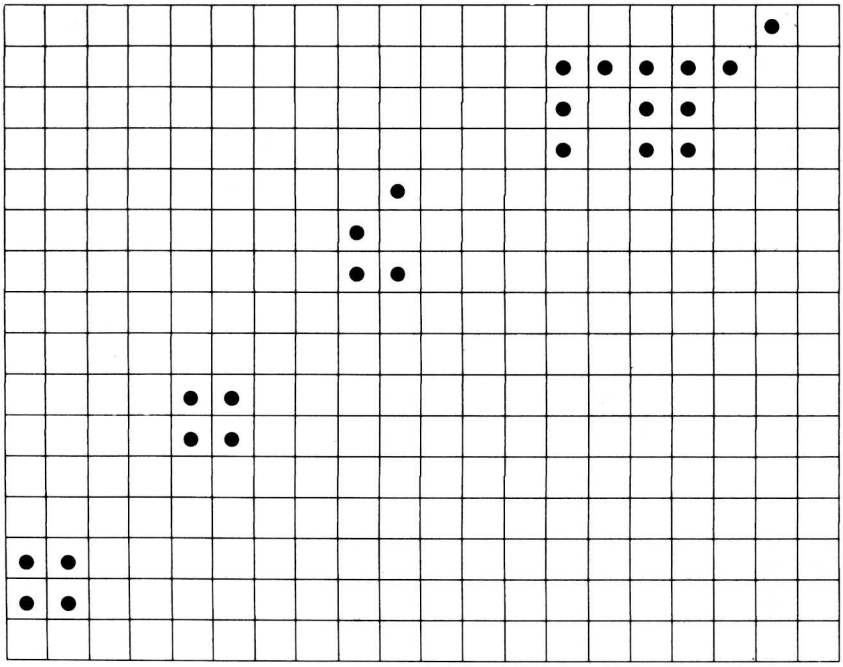


Fig. 28 : le Moissonneur à l'instant t_o + 12, génération XIII. Déplacement horizontal de douze unités

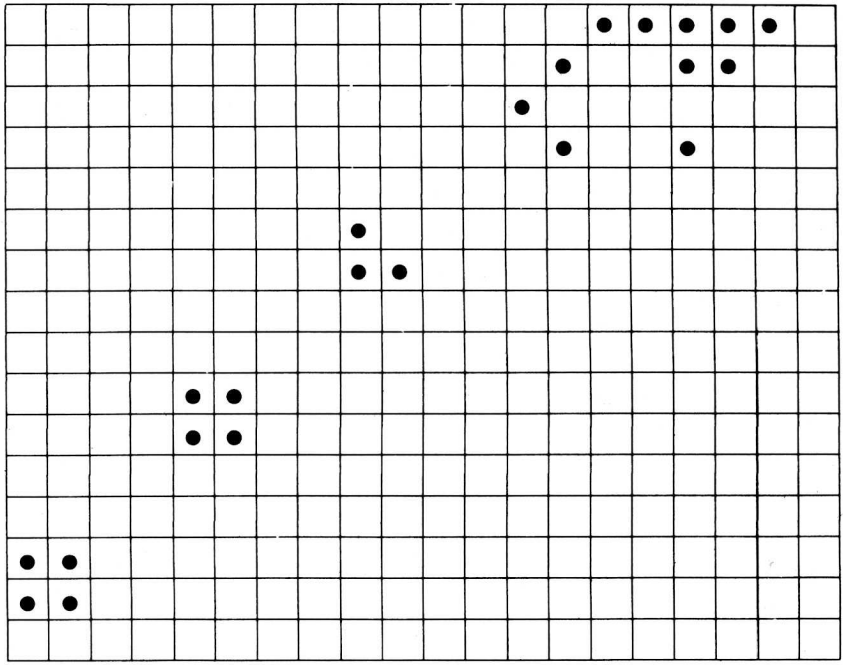


Fig. 29 : le Moissonneur, génération XIV

www.lepetitarchimede.fr

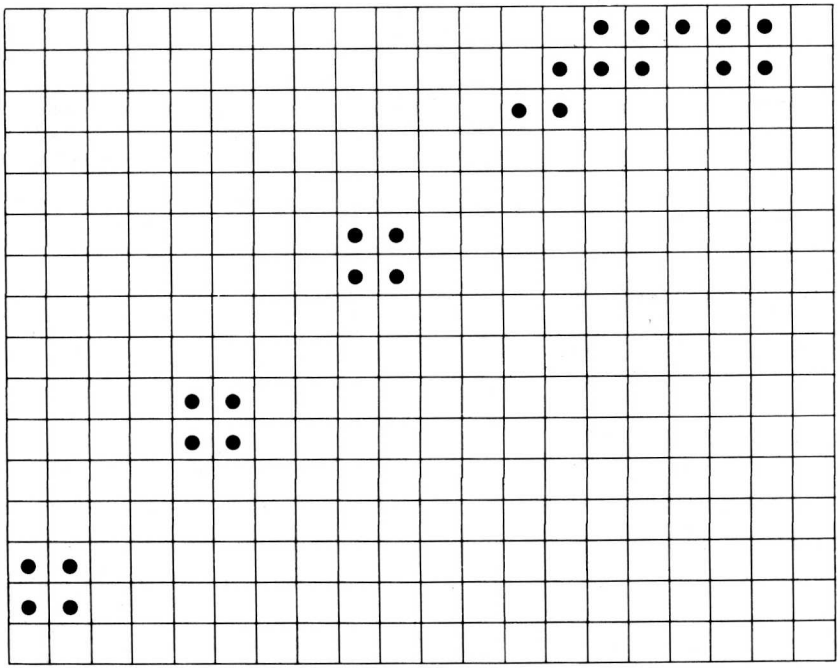


Fig. 30 : le Moissonneur, génération XV, 3e tas

CHARADE 81-82-83

Mon premier combattit les Gaulois
Mon second est apprécié des buveurs de bière.
Mon troisième est préposé aux PTT aux Confins de la Picardie
Mon quatrième combattit aussi les Gaulois
Mon cinquième est un signe opératoire
Mon sixième est aussi appelé solution dans une équation
Mon septième est un chiffre
Mon huitième est un chiffre
Mon tout est un nombre célèbre.

L'INFORMATIQUE VUE PAR LES GRANDS ECRIVAINS *(9)*

A la manière de ...

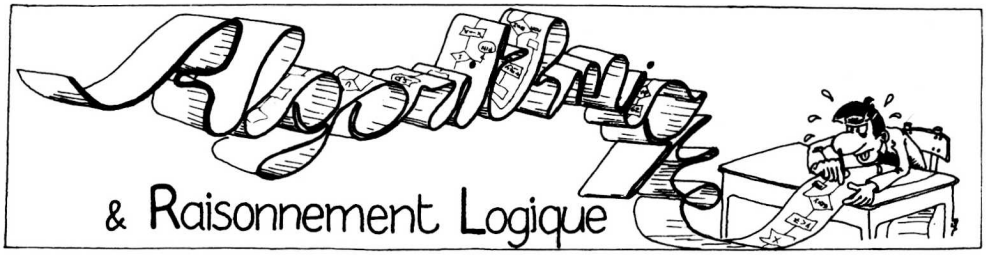
COMPUTOCKY

'Twas logic, and the slithy cores
Did print and punch in the wabe.
All busy were the buffer gores,
And the stream jobs outgrabe.

Beware the Computock, my son,
The bugs that bite, the bytes that catch.
Beware the Flipflop bird and shun
The floating Snandersbatch.

... Lewis CARROLL
p.c.c. Z.L.

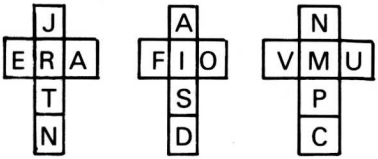
www.lepetitarchimede.fr



PROBLEME ARL 81
CUBES-CALENDRIERS

Vous connaissez certainement ces cubes qui comportent une lettre de l'alphabet sur chacune des faces, et qui, par association, peuvent donner tous les mois de l'année.

Ainsi avec les trois cubes suivants :



Vous pouvez obtenir en les combinant correctement JAN, FEV, jusqu'à DEC.

Essayons sur le même principe d'établir un calendrier complet.

JOUR - Nous désirons pouvoir obtenir les trois premières lettres de chaque jour de la semaine, soit LUN, MAR, MER, JEU, VEN, SAM, DIM. Il suffit des 12 lettres LUNMAREJVSDI, soit 4 (12/3) lettres par volume. Ici, il serait bien sûr très facile d'utiliser des cubes, car nous aurions à notre disposition davantage de faces que nécessaire.

Mais on peut penser pouvoir utiliser 3 tétraèdres (ces pyramides à base triangulaire ayant 4 faces). Est-ce possible ?

DATE - Comment obtenir 01, 02, 03... 29, 30, 31 avec deux cubes ? Vous arriverez facilement à une des solutions en considérant que le «9» n'est qu'un «6» retourné...

MOIS - Le défaut des cubes donnés au début de ce problème est que les mois de juin et de juillet ne sont pas différenciés puisqu'ils sont indiqués par les trois mêmes premières lettres : JUI. Trouverez-vous des cubes permettant de différencier ces deux mois (par exemple par JUN et JUL) ?

ANNÉE - Le but sera ici de pouvoir obtenir grâce à quatre cubes, un calendrier **valable le plus longtemps possible à partir de 1982.** Il est évident qu'on ne peut obtenir des cubes pouvant compter jusqu'en 9999, mais jusqu'à quelle année pourrez vous aller sans interruption ? Le concours est ouvert, et j'attends vos nombreuses propositions : la meilleure solution des lecteurs sera publiée dans cette rubri-

www.lepetitarchimede.fr

que. N'oubliez pas d'utiliser la même remarque que pour la date.

Solution ARL 77 - Le jeu du 9-5

Rappelons les règles de ce jeu :

Disposez côte-à-côte 14 pions sur une ligne. Séparez-les en deux ensembles de 9 et 5 pions. La situation suivante s'offre alors à vous :

Le jeu se joue à deux et chacun enlève à son tour un, deux ou trois pions **consécutifs**. Les pions ôtés ne doivent donc être séparés, ni par un vide, ni par un autre pion. Le gagnant est celui qui arrive à prendre le dernier pion.

Y a-t-il un joueur qui est sûr de gagner, et si oui, quelle doit être sa stratégie ?

Pour pouvoir trouver une solution à ce jeu, il faut rappeler les règles de la somme digitale que nous noterons $\dot{+}$. Cette somme a des propriétés intéressantes qui permettent de résoudre de nombreux jeux dont le classique jeu de Nim.

Soient a et b les deux nombres à ajouter ($a \geqslant b$).

Il faut tout d'abord décomposer chacun des nombres en base 2, et on obtient avec $\varepsilon = 0$ ou 1:

$$a = (\varepsilon_p \times 2^p) + \ldots + (\varepsilon_n \times 2^n) + (\varepsilon_{n-1} \times 2^{n-1}) + \ldots + (\varepsilon_1 \times 2) + \varepsilon_0$$

$$b = (\varepsilon'_n \times 2^n) + (\varepsilon'_{n-1} \times 2^{n-1}) + \ldots + (\varepsilon'_1 \times 2) + \varepsilon_0$$

On fait alors la somme membre à membre (par puissance de 2) avec la convention suivante :

$\varepsilon'_i \backslash \varepsilon_i$	0	1
0	0	1
1	1	0

C'est-à-dire que l'on isole les puissances de 2 présentes dans les 2 nombres. Ainsi soit à effectuer $5 \dot{+} 3$. Puisque $5 = 4 + 1$ et $3 = 2 + 1$, nous avons :

$$5 \dot{+} 3 = 4 \dot{+} 2\underbrace{(1+1)}_{0} = 4 \dot{+} 2 = 6$$

La somme digitale a toutes les «bonnes» propriétés des opérations arithmétiques traditionnelles, plus quelques unes dont le $a \dot{+} a = 0$ évident à démontrer.

Il nous est maintenant possible de construire la table d'addition digitale :

www.lepetitarchimede.fr

$\dot{+}$	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	0	3	2	5	4	7	6
2	2	3	0	1	6	7	4	5
3	3	2	1	0	7	6	5	4
4	4	5	6	7	0	1	2	3
5	5	4	7	6	1	0	3	2
6	6	7	4	5	2	3	0	1
7	7	6	5	4	3	2	1	0

Revenons à notre problème. Nous représentons une situation de jeu par $(n_1, n_2, \ldots n_p)$ où p est le nombre de rangées distinctes et n le nombre de pions dans chaque rangée. Ainsi la position de départ est (9,5).

En partant de l'idée que pour pouvoir gagner il faut laisser à l'adversaire la position (1,1) et en remarquant que $1 \dot{+} 1 = 0$, on peut démontrer (chose qui serait hélas trop longue et trop difficile d'exposer ici) que la stratégie du jeu est de laisser à l'adversaire une position ayant une somme digitale nulle.

La difficulté est qu'ici il peut se former des rangées supplémentaires. Ainsi au départ nous avons 2 rangées (9,5), si le premier joueur enlève le pion au milieu des 9, nous obtenons 3 rangées (4,4,5). A partir de cet élément, la somme digitale nulle à obtenir n'est pas à effectuer directement avec les nombres de chacune des rangées (conrairement au jeu de Nim) mais avec des nombres associés. Nous nommerons Nim (n) le nombre associé à une rangée de n pions et possédant la propriété fondamentale suivante :

> A partir d'une rangée de n pions et quel que soit le coup, la somme digitale des nombres associés aux nouvelles rangées (2 au maximum) sera **toujours** différente de Nim (n) et pourra prendre **toutes** les valeurs inférieures à Nim (n)

Nous allons analyser toutes les possibilités à partir d'une rangée de n pions. Nous démarrons le calcul avec Nim (0) = 0, puis étudions progressivement pour n = 1, n = 2, n = 3, etc... Nous pourrons calculer petit à petit Nim (1), puis Nim (2), et ainsi de suite, puisqu'à partir d'une rangée de n pions de Nim (n) encore inconnu, on ne peut obtenir que des rangées de **moins de** n pions et donc ayant des nombres associés précédemment calculés : Nim (n) sera **le plus petit nombre absent** des sommes digitales de toutes les possibilités que l'on peut obtenir à partir d'une rangée de n pions.

Un calcul de Nim (n) aura trois étapes :

a) recensement de toutes les possibilités de jeu à partir d'une rangée de n pions,

b) somme digitale à effectuer avec les nombres associés de chaque possibilité

c) calcul de ces sommes, et donc ob-

www.lepetitarchimede.fr

tention de Nim (n) qui est le plus petit nombre absent.

En utilisant tous ces principes, on peut maintenant calculer les nombres associés. Cela donne, jusqu'à n = 9, le tableau I :

TABLEAU I

Calcul des nombres associés

1	a)	(0)											
	b)	0											
	c)	0	⟹	Nim (1) = 1									
2	a)	(1)	(0)										
	b)	1	0										
	c)	1	0	⟹	Nim (2) = 2								
3	a)	(2)	(1,1)	(1)	(0)								
	b)	2	1 ∸ 1	1	0								
	c)	2	0	1	0	⟹	Nim (3) = 3						
4	a)	(3)	(2,1)	(2)	(1,1)	(1)							
	b)	3	2 ∸ 1	2	1 ∸ 1	1							
	c)	3	3	2	0	1	⟹	Nim (4) = 4					
5	a)	(4)	(3,1)	(2,2)	(3)	(2,1)	(2)	(1,1)					
	b)	4	3 ∸ 1	2 ∸ 2	3	2 ∸ 1	2	1 ∸ 1					
	C5	4	2	0	3	3	2	0	⟹	Nim (5) = 1			
6	a)	(5)	(4,1)	(3,2)	(4)	(3,1)	(2,2)	(3)	(2,1)				
	b)	1	4 ∸ 1	3 ∸ 2	4	3 ∸ 1	2 ∸ 2	3	2 ∸ 1				
	c)	1	5	1	4	2	0	3	3	⟹	Nim (6) = 6		
7	a)	(6)	(5,1)	(4,2)	(3,3)	(5)	(4,1)	(3,2)	(4)	(3,1)	(2,2)		
	b)	6	1 ∸ 1	4 ∸ 2	3 ∸ 3	1	4 ∸ 1	3 ∸ 2	4	3 ∸ 1	2 ∸ 2		
	c)	6	0	6	0	1	5	1	4	2	0	⟹	Nim (7) = 3
8	a)	(7)	(6,1)	(5,2)	(4,3)	(6)	(5,1)	(4,2)	(3,3)	(5)	(4,1)	(3,2)	
	b)	3	6 ∸ 1	1 ∸ 2	4 ∸ 3	6	1 ∸ 1	4 ∸ 2	3 ∸ 3	1	4 ∸ 1	3 ∸ 2	
	c)	3	7	3	7	6	0	6	0	1	5	1 ⟹	Nim (8) = 2
9	a)	(8)	(7,1)	(6,2)	(5,3)	(4,4)	(7)	(6,1)	(5,2)	(4,3)	(6)	(5,1)	(4,2) (3,3)
	b)	2	3 ∸ 1	6 ∸ 2	1 ∸ 3	4 ∸ 4	3	6 ∸ 1	1 ∸ 2	4 ∸ 3	6	1 ∸ 1	4 ∸ 2 3 ∸ 3
	c)	2	2	4	2	0	3	7	3	7	6	0	6 0 ⟹ Nim (9) = 1

www.lepetitarchimede.fr

On peut donc maintenant répondre à la question posée par ARL 77. Puisque Nim (9) + Nim(5) = $1 \dot{+} 1 = 0$, **c'est le second joueur qui est sûr de gagner** s'il connaît la tactique.

D'où la stratégie gagnante du second joueur :

1) convertir la situation géométrique en $(n_1, n_2, \ldots, n_p)$

2) Ecrire les nombres équivalents à chaque n

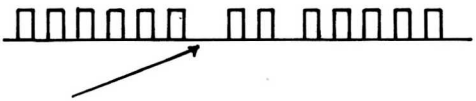
3) Faire la somme digitale entre ces p nombres. Comme le joueur adversaire a eu, avant de jouer, une position de somme nulle, votre somme doit obligatoirement être non nulle (sinon vous vous êtes trompé auparavant).

4) Trouver, en ne modifiant qu'un seul des p nombres, une somme nulle, chose qui est toujours possible.

5) A partir de la nouvelle somme, convertir en nombres réels (Nim (n) ⟶ n) en se servant du tableau I précédent. Un seul Nim peut correspondre à plusieurs possibilités.

6) Choisir une solution parmi celles trouvées, et jouer.

Exemple : supposons qu'après son premier coup votre adversaire vous laisse la position suivante :



(c'est ici qu'il avait donc enlevé son pion)

1) (6,2,5)

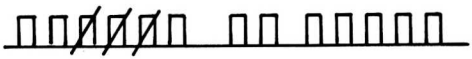
2) 6,2,1

3) $6 \dot{+} 2 \dot{+} 1 = 4 \dot{+} \cancel{2} \dot{+} \cancel{2} \dot{+} 1 = 5 \neq 0$

4) En changeant le 6 par un 3 on a
$3 \dot{+} 2 \dot{+} 1 = 2 \dot{+} 1 \dot{+} 2 \dot{+} 1 = 0$

5) 3,2,1 ⟶ (3,2,5) ou (2,1,2,5)
cf encadrés du tableau I

6) Si l'on choisit (2,1,2,5) cela peut donner :



En observant le tableau de jeu, on s'aperçoit qu'un nombre Nim peut parfois être augmenté. Ainsi, une rangée de 9 pions (Nim (9) = 1) peut passer à 2 rangées de 4 et 3 pions (Nim (4,3) = 7). Ceci amène les 2 remarques suivantes :

A) Appelons **Nim généralisé** un jeu où les nombres Nim peuvent être augmentés. Il est facile de démontrer qu'alors, à partir de p rangées de somme digitale non nulle, il y a p façons de jouer différentes pour ramener la somme digitale à zéro. Ce théorème s'illustre avec l'exemple suivant :

Soient les nombres Nim 6,2,1

$6 \dot{+} 2 \dot{+} 1 = 5 \neq 0$. Les trois solutions sont de la forme :

	a,2,1	6,b,1	6,2,c
et nous avons	$a = 2 \dot{+} 1 = 3$	$b = 6 \dot{+} 1 = 7$	$c = 6 \dot{+} 2 = 4$
vérifions	$3 \dot{+} 2 \dot{+} 1 = 0$	$6 \dot{+} 7 \dot{+} 1 = 0$	$6 \dot{+} 2 \dot{+} 4 = 0$

Les solutions sont donc bien 3,2,1 - 6,7,1 - 6,2,4

www.lepetitarchimede.fr

B) Avec la stratégie normale, on trouvera **toujours** des solutions, mais on peut ne pas trouver **toutes** les solutions. Si le Nim généralisé est utilisé, nous trouverons toutes les possibilités de jeu gagnantes. Ainsi, on peut reprendre l'exemple ci-dessus, et cela donne :

1) (6,2,5)
2) 6,2,1
3) $6 \dot{+} 2 \dot{+} 1 \neq 0$
4) 3,2,1 ou 6,7,1 ou 6,2,4
5) (3,2,5) ou (2,1,2,5) impossible (6,2,4)

L'outil de Nim généralisé est donc plus puissant, bien que non nécessaire: il peut permettre de trouver des solutions supplémentaires.

Au-delà de 9

En utilisant les règles d'obtention du tableau I, on peut essayer d'aller au-delà de 9 pour permettre de résoudre tout jeu ayant les mêmes règles, mais ayant une position de départ différente du (9,5).

Jusqu'à n = 30, voici tous les nombres Nim associés (qui trouvera une loi simple pour calculer les Nim (n) sans avoir à utiliser les Nim (n'), n' < n?)

On peut aussi établir le tableau II, plus commode à utiliser que le tableau I, Jusqu'à des rangées de 15 pions, on pourra facilement y lire les coups «algorithmiquement bons».

Ainsi, toujours pour notre même exemple, comme nous cherchons à transformer la rangée de 6 pions (⇒ ligne 6) en une position ayant 3 comme nombre associé (⇒ colonne 3), on lit sur le tableau les deux possibilités de jeu : 3 et 2,1 qui s'obtiennent en enlevant 3 pions.

Autre exemple : imaginons que vous ayez en face de vous la position suivante notée (10,3) :

En un seul coup d'œil au Tableau II vous savez qu'il y a trois bonnes façons de jouer :

- (8,1,3) en enlevant 1 pion
- (7,3) ou (5,2,3) en enlevant 3 pions

Il y en a en fait davantage si l'on compte les positions symétriques (1,8.3) et (2,5,3).

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Nim(n)	1	2	3	4	1	6	3	2	1	6	7	4	5	8	1
n	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Nim(n)	10	5	4	7	6	1	2	3	6	1	4	3	2	1	8

www.lepetitarchimede.fr

Nb	Nim	0			1			2			3			1
		1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1
1	1	0												
2	2		0		1									
3	3	1,1		0		1		2						
4	4		1,1				1		2		3 2,1			
5	5	2,2		1,1				3,1		2		3 2,1		4
6	6		2,2		5 3,2				3,1				3 2,1	
7	7	5,1 3,3		2,2		5 3,2				3,1				
8	8		5,1 3,3				5 3,2				7 5,2			
9	9	4,4		5,1 3,3				8 7,1 5,3				7 5,2		6,
10	10		4,4		9 7,2				8 7,1 5,3		8,1		7 5,2	
11	11	9,1 8,2 7,3 5,5		4,4		9 7,2		6,4		8 7,1 5,3		8,1		
12	12		9,1 8,2 7,3 5,5		8,3		9 7,2		6,4		9,2		8,1	
13	13	6,6		9,1 8,2 7,3 5,5		8,3		9.3 7,5		6,4		9,2		12
14	14		6,6				8,3		9,3 7,5		8,5		9,2	
15	15	9,5 7,7		6,6				10,4		9,3 7,5		8,5		13, 11, 8,
Nb	Nim	1 2 3 0			1 2 3 1			1 2 3 2			1 2 3 3			1

www.lepetitarchimede.fr

BLEAU II

4	5	6	7	8
1 2 3	1 2 3	1 2 3	1 2 3	1 2 3
4				
4	4,1			
4	4,1	6 4,2		
	4,1	6 4,2	6,1 4,3	
6,2		6 4,2	6,1 4,3	
6,2	6,3 5,4		6,1 4,3	
6,2	6,3 5,4	10		
	6,3 5,4	10	11 10,1 7,4 6,5	
12 ,2		11,1 8,4 10	11 10,1 7,4 6,5	
12 10,2	13 12,1 11,2 10,3 9,4 7,6	11,1 8,4	11 10,1 7,4 6,5	
,1 ,3 ,6 12 10,2	13 12,1 11,2 10,3 9,4 7,6	12,2 11,1 8,4		14
1 2 3	1 2 3	1 2 3	1 2 3	1 2 3
4	5	6	7	8

www.lepetitarchimede.fr

Dans le jeu du fer à cheval du PB 105 de notre ami R. Cuculière, il s'agissait de règles identiques mais avec une position de départ différente : au lieu des deux rangées (9,5), il s'agissait d'une seule rangée (15). La stratégie était simple : si le premier joueur enlevait des pions au milieu de telle façon à avoir (6,6) ou (7,7), il lui suffisait ensuite de toujours répondre symétriquement aux coups du second joueur et il était bien sûr assuré de prendre le dernier pion ! Effectivement si l'on lit le tableau II, on retrouve bien (6,6) et (7,7), mais aussi (9,5).

Ainsi donc une manière non évidente de gagner au jeu du fer à cheval était d'enlever un pion de telle façon à laisser 2 rangées de 9 et 5 pions, et de suivre par la suite la stratégie du jeu du 9-5.

Envoyez votre courrier, solutions aux problèmes posés mais surtout **idées** de problèmes d'algorithmique, à :

Christian BOYER
Le Petit Archimède ARL
61, rue St. Fuscien
80000 AMIENS

Il est attendu avec intérêt et sera lu avec attention

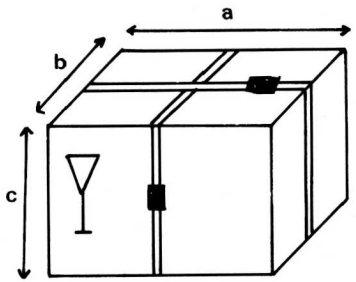
A UN RIEN PRES

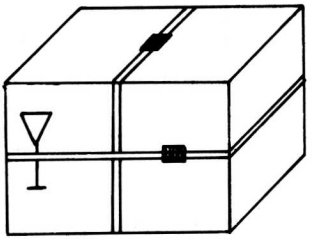
(solution du texte de P.A. 77-78 page 22)

Il s'agissait d'effectuer quelques calculs simples, le nombre de décimales étant précisé dans chaque cas $1/\pi=0.318$; $\sqrt{3}-\sqrt{2}=0.318$ $1/(1/\pi)=\pi=3.14$; $1/(\sqrt{3}-\sqrt{2})=\sqrt{3}+\sqrt{2}=3.14$ Concluez !

Quant au problème du demi-cercle, il est aisé de calculer son demi-périmètre MR et la somme des cordes qui est $R(\sqrt{2}+\sqrt{3})$.

www.lepetitarchimede.fr





LES TROIS PAQUETS

J'envoie trois paquets identiques de dimensions a, b, c.

Ils sont fermés par cerclage, chacun par deux rubans métalliques disposés comme sur les schémas 1.

Une griffe métallique réunit les extrémités de chaque ruban ; elles sont superposées sur 3 cm (fig. 2)

Pour les paquets R, S, T les longueurs totales des rubans utiles ont été respectivement 150, 134 et 118 cm.

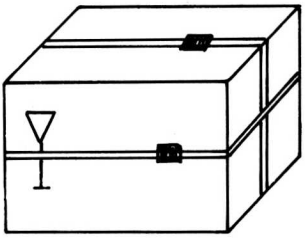


fig. 1

Reconnaître les paquets R, S, T sur les schémas 1 sachant que : a>c>b

Quelles sont les dimensions a, b, c ?

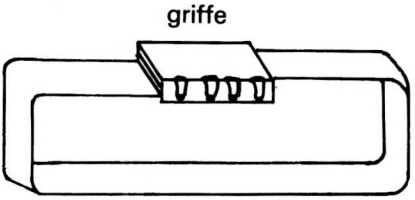
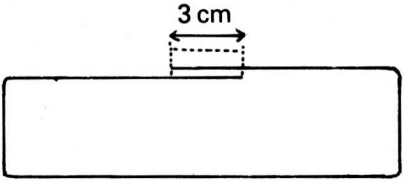


fig. 2



www.lepetitarchimede.fr

LES LAPINS DE FIBONACCI

(voir PA 77-78 page 30)

Fibonacci ou Léonard de Pise né vers 1175 est mort après 1240.

Il répandit dans le monde chrétien les connaissances des Arabes

Il préconisa l'emploi des chiffres arabes

Ces lapins imaginaires ont été conçus par la fantaisie de Fibonacci :

1°) Chaque couple, né à la date i, donne naissance à un couple aux dates (i + 2), (i + 3) etc...

On part d'un couple né à la date O. Combien obtient-on de couples de lapins à la date 12 ?

2°) On suppose maintenant que les lapins nés à la date i donnent encore un couple à la date (i + 6) mais qu'ils ont disparu à la date (i + 7). combien obtient-on de couples à la date 12 ?

SOLUTION DU PROBLÈME

Le couple initial naît à la date zéro ; l'unité de temps est le mois. Soit n la date (les naissances viennent d'avoir lieu) f (n) est le nombre des couples à cette date. Un mois auparavant, il y avait f (n-1) couples.

f (n + 1) provient de la population f (n) et des jeunes engendrés par elle soit f (n-1) couples ; en effet, seuls pouvaient avoir des jeunes les f (n-1) couples reproducteurs, deux mois avant la date (n + 1).

Ainsi, $f(n+1) = f(n) + f(n-1)$
avec les conditions initiales : $f(0) = 1$
$f(1) = 1$
On reconnaît la suite de Fibonacci.

Le nombre demandé est : f (12), soit 233.

2°) Soit dans ces conditions g (n + 1) la population à la date (n + 1)

$g(n+1) = g(n) + g(n-1) - g(n-6)$

$g(7) = g(6) + g(5) - g(0)$	8
$g(8) = g(7) + g(6) - g(1)$	5
$g(9) = g(8) + g(7) - g(2)$	3
$g(10) = g(9) + g(8) - g(3)$	2
$g(11) = g(10) + g(9) - g(4)$	1
$g(12) = g(11) + g(10) - g(5)$	1

$g(12) = 13g(6) + 7g(5) - g(4) - 2g(3) - 3g(2) - 5g(1) - 8g(0)$

Les termes en g de g (0) à g (6) coïncident avec les termes en f de la suite de Fibonacci.

$g(12) = 13x13 + 7x8 - 5x1 - 3x2 - 2x3 - 1x5 - 1x8 = 195$

www.lepetitarchimede.fr

3°) On peut généraliser et chercher avec l'hypothèse du 2e le nombre des lapins vivant à la date t

$$g(t) = g^2(t-6) + [g(t-5)-g(t-12)]g(t-7) - \sum_{p=t-8}^{p=0} g(p)g(t-p-8)$$

Les lapins - les vrais — nous en voudraient de ne pas dire toute la vérité à leur sujet d'où les trois informations suivantes :

1° - Savez-vous que les lapins sont un peu les parrains de l'Espagne ? Il existe au Moyen-Orient des rongeurs appelés aujourd'hui Damans et Shaphans au temps des Phéniciens.

Ceux-ci abordant dans la péninsule ibérique (1100 av. J.-C.) y voyant des lapins, les appelèrent shaphans et nommèrent le pays I-shephan-im, l'île des damans. Les Romains firent de ce mot HISPANIA (d'après «le Monde animal» B. Grzimek t. XII p. 393).

2° - Les lapins réels sont très prolifiques. Chez les lapins de garenne, la femelle peut avoir sept portées par an, soit une trentaine de jeunes.

Les lapins domestiques, pour qui l'hiver est moins rigoureux, ont une descendance plus nombreuse encore.

3° - Connaissez-vous le docteur Delille ? Excédé par les dégâts causés par les lapins dans son parc de 250 ha entouré de hauts murs, le Dr Delille, en 1951, au moyen d'un virus qui avait fait ses preuves en Australie, les détruisit presque tous.

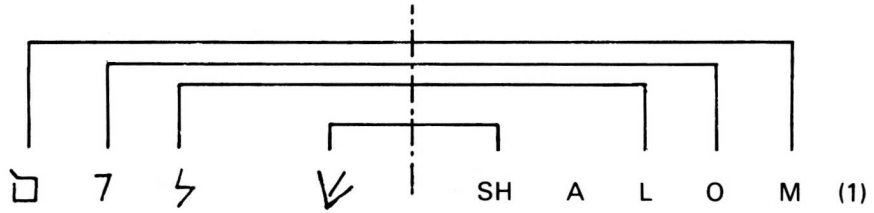
L'année suivante, la Myxomatose, puisqu'il faut l'appeler par son nom commençait ses ravages, attaquant les clapiers comme les garennes.

Le nombre des permis de chasse passait en trois ans de 1 800 000 à 300 000. Le docteur Delille, honni des chasseurs, recevait la Médaille d'or de l'Académie d'Agriculture.

www.lepetitarchimede.fr

L'I.L.F. du P.A.

LES LANGUES DU MONDE



Savez vous compter comme dans la Bible ?

Le P.A. a fait connaissance d'Osnat. Voici ce qu'elle lui a raconté.

Les 22 lettres de l'alphabet hébreux ont une double fonction :

- représenter des sons - en principe des consonnes
- représenter des nombres.

On lit de droite à gauche et de haut en bas. (2)

t	kh	z	v	h	d	gu	b ou v	* (3)
ט	ח	ז	ו	ה	ד	ג	ב	א
9	8	7	6	5	4	3	2	1

ט"י	ח"י	ז"י	ט"ז	ט"ו	ד"י	ג"י	ב"י	א"י	י
19 =	18 =	17 =	16 =	15 =	14 =	13 =	12 =	11 =	10
9 + 10	8 + 10	7 + 10	7 + 9	6 + 9	4 + 10	3 + 10	2 + 10	1 + 10	10

ts	f ou p	*	s	n	m	l	k ou kh
צ	פ	ע	ס	נ	מ	ל	כ
90	80	70	60	50	40	30	20

t	s ou ch	r	k
ת	ש	ר	ק
400	300	200	100

(1) Shalom signifie «paix». C'est une sorte de salut amical que l'on peut interpréter «que la paix soit avec toi !» ou, selon le cas : «Bonjour, bonsoir» «au revoir»...

(2) Dans l'autobus, à Tel Aviv, le P.A. a eu la curieuse impression que les gens lisaient les romans policiers en commençant par la fin, mais il s'est vite rendu compte de sa méprise.

(3) Certains sons n'ont pas leur équivalent en français.

www.lepetitarchimede.fr

Les autres nombres s'obtiennent par décomposition en somme :

237 = 7 + 30 + 200 ר"ל ז

516 = 16 + 100 + 400 ת"קר ת

1200 = 400 + 400 + 400 ת"תת

Il a fallu des milliers d'années pour mettre au point notre système de numération dit de «position», avec le zéro pour marquer les emplacements vides. Les solutions qui après coup paraissent les plus simples, sont les plus difficiles à inventer. Jadis de nombreux peuples, notamment les slaves, se servaient des lettres pour noter les nombres.

Noter les grands nombres poserait problème, mais à l'époque on n'en avait guère besoin, sauf pour les dates. On comptait les ans à partir de «l'origine du monde». Une argumentation qui se voulait fondée sur la Bible la fixait à 3 760 ans avant notre ère. Dans l'écriture courante, du fait de son évidence, le chiffre des milliers était sous-entendu de sorte que 1981 s'écrirait : (5)741 soit 14 + 300 + 400 ou אמ"ד ת

Les guillemets jouent en quelque sorte le rôle de parenthèse fermante en spécifiant la dernière lettre du nombre.

Eventuellement une lettre antéposée précisait le nombre de milliers, le mot «mille», non inscrit, devant être prononcé à la lecture.

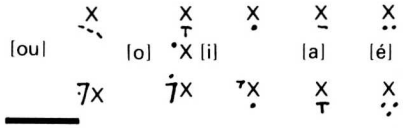
Mais pourquoi 15 = 6 + 9 et non 5 + 10, 16 = 7 + 9 et non 6 + 10 ?

Les Français qui disent «soixante dix» pour «septante», «quatre-vingt» pour «nonante» sont certes en porte à faux pour poser de telles questions. Les anciens Hébreux, eux, avaient de sérieuses raisons. Le nom de Dieu étant sacré ce serait sacrilège que s'en servir dans les comptes. Ainsi par une curieuse coïncidence, interpréter en tant que lettre 5 10 ou ה'ו, 6 10 ou ז'ו ferait scandale.

Grosso modo, un mot (4) est caractérisé par ses consonnes. Il est logique par économie de ne pas noter dans l'écriture courante les voyelles. Aussi, pour pouvoir lire un mot écrit, il faut déjà le **connaître**, la graphie ne permettant que de le **reconnaître**.

Parfois dans certains textes (Bible, poésies) les voyelles sont précisées à l'aide de points ou de petits traits. Ces signes servent également à lever l'ambiguïté de certaines consonnes.

Exemples : X désignant une consonne quelconque on aura :



(4) Plus exactement la racine d'un mot. Par racine on entend ce que plusieurs mots de même origine ont en commun. Une racine est donc une notion abstraite qui peut avoir diverses réalisations graphiques ou phoniques. Ainsi, en français «chien» et «canaille» ont le même étymon latin «canem», ou encore ont la même racine, bien que leurs radicaux soient bien différents.

www.lepetitarchimede.fr

ב = [v] כ = [k] ס = [s]
ב = [b] כ = [kh] ש = [ch]

Curieusement la première lettre א appelée aleph (dont les mathématiciens se servent pour désigner l'infini dénombrable), est selon l'environnement tantôt dite «consonne» et est prononcée, tantôt dite «voyelle» et n'est pas prononcée. Les curiosités et les traquenards orthographiques n'existent pas qu'en français. Quand l'histoire s'en mêle, l'orthographe la plus logique au départ peut devenir on ne peut plus farfelue à l'arrivée. Avec le temps la prononciation évolue progressivement tandis que la graphie, elle, ne suit qu'avec retard ou ne suit pas du tout. Telle serait la raison de certaines anomalies. Mais parfois l'histoire a bon dos et les humains ont l'imagination fertile pour se rendre la vie impossible.

Les pêcheurs contre SAINTE ORTHOGRAPHE sont soumis à plus d'une «tentation». Des sons identiques admettent à l'occasion des graphies différentes :

[t] ת ט [kh] כ ח [v] ב ו [k] ק כ

Bien mieux, certaines lettres n'ont plus de prononciation propre et indiquent la présence d'une voyelle. Tel est le cas de י et א . En fin de mot, la graphie peut admettre une variante : ם au lieu de מ.

Bref, les petits Israéliens ont autant d'occasions que les petits Français de se faire gronder pour irrespect du bon usage.

La GUIMATRIYA

La double fonction des lettres —numérique et phonique— fait que tout mot peut être interprété comme un nombre (la somme de ses composantes) et parfois, inversement, comme ci-dessus, un nombre peut figurer un mot ; d'où la possibilité de jeux alphanumériques. De là est issue toute une discipline, la guimatriya, ou art de découvrir le sens caché des textes, notamment des textes bibliques.

Le mot **guimatriya** lui-même est susceptible de deux interprétations : d'une part, il serait apparenté à **géométrie** ou mesure de la terre ; d'autre part, il serait constitué de **gamma** (troisième lettre de l'alphabet grec) et de **tria** d'où la glose : **gamma = tria** et par suite **alpha = un, bêta = deux,** etc...

Exemples :

VIN s'écrit en hébreux יין
= 50 + 10 + 10 = 70

SECRET s'écrit en hébreux סתר
= 4 + 6 + 60 = 70

ce qui justifierait le proverbe :

«quand le VIN entre, le SECRET sort».

www.lepetitarchimede.fr

AMOUR s'écrit מ ל מ א

= 5 + 2 + 5 + 1 = 13

UN s'écrit ת נ א

= 4 + 8 + 1 = 13

d'où le dicton : «en AMOUR on est UN».

Dans la Bible il est dit qu'en allant à la guerre Abraham a emmené ש"ר (= 318) personnes. En guimatriya on remarque que le nom d'Eliéser אליעזר s'interprète en tant que nombre 200 + 7 + 70 + 10 + 30 + 1 = 318. D'où l'on décode par identification qu'en réalité Abraham n'a emmené qu'une seule personne, à savoir le dénommé Eliéser.

Par la suite, ce jeu alphanumérique a été à l'origine de toute une «philosophie» selon laquelle l'alphabet hébraïque serait à la base de l'Univers entier, les lettres étant génératrices des mots et des nombres.

Le P.A. n'est pas né de la dernière pluie.

Il sait bien qu'une enquête linguistique est affaire scabreuse. Les témoins de la langue ne s'accordent pas toujours entre eux. Là où les uns jurent «oui», d'autres soutiennent mordicus «non».

Alors, il a interviewé Marie-Rachelle et oh ! surprise...

Vous le lirez dans le prochain P.A.

BILDIRMAGANMIGIMDANDIRDA

Il n'est pas exclu que certains lecteurs du P.A., mal informés, aient tendance à croire que toutes les langues du monde fonctionnent sur le modèle des langues de l'Europe occidentale comme le français, l'anglais, l'allemand, l'italien, le russe... l'espéranto. Or, c'est là une forme d'impérialisme coupable que les gens savants nomment glottocentrisme.

Pour s'en convaincre **de visu**, le P.A a pris l'avion pour Tachkent et dans sa valise il n'a pu rapporter que le seul mot ouzbek, ci-dessus, un peu encombrant il est vrai, qu'il a transcrit tant bien que mal en caractères latins.

Un docte professeur lui a expliqué que :

L'ouzbek est une langue agglutinante : un mot résulte de l'agglutination de plusieurs composantes simples : ainsi, en lisant de gauche à droite, on obtient des mots de plus en plus longs :

www.lepetitarchimede.fr

BIL	DIR	MA	GAN	MIG	IM	DAN	DIR	DA
savoir	FAIRE savoir	NE PAS faire savoir	ne faisANT pas savoir	LE FAIT de ne pas faire savoir	Le fait que MOI je n'ai pas fait savoir	PAR SUITE du fait que moi je n'ai pas fait savoir	par suite qu'APPA-REMMENT du fait que moi je n'ai pas fait savoir	MAIS, par suite qu'appa-remment du fait que moi je n'ai pas fait savoir !

Dans un contexte approprié on pourrait traduire ce mot par !

Hélas ! cela résulte sans doute du fait que je n'ai pas fourni l'information (je suis coupable...)

Alors, un mot ça fait combien de mots ?

DU SYSTEME SOLAIRE A LA SAYNETE*

«Hier, dans le Métro, Xavier a offert un réséda à Zazie. Zazie en avait les joues toutes rouges».

Une phrase est un système solaire en miniature, certes ! mais par ailleurs, on ne parle pas pour ne rien dire. Pour contestable que soit ce postulat, force est de convenir qu'en général : il se passe quelque chose et on en cause.

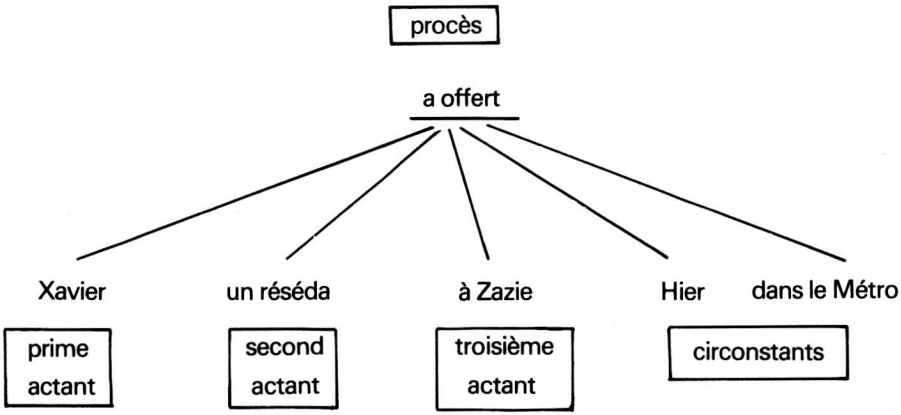
Vue de Sirius, la vie sur terre n'apparaît-elle pas comme une vaste scène de théâtre, où s'agitent des marionnettes, chacune jouant son rôle avec un décor, dans des circonstances déterminées ? Et toute phrase n'aurait-elle pas pour fonction de décrire une de ces saynètes ?

Grosso modo, un verbe n'exprime-t-il pas une action **(offrir)** ou un état **(avoir)**, autrement dit un «procès» ? Des êtres vivants (**Xavier, Zazie**) et des objets **(réséda)** n'y seraient-ils normalement impliqués ? Sans eux, rien ne pourrait se faire, Tesnière les appelle les «actants» du procès. Restent enfin les «circonstants» (**Hier, Métro**). Leur rôle ne semble-t-il pas moins fondamental ?

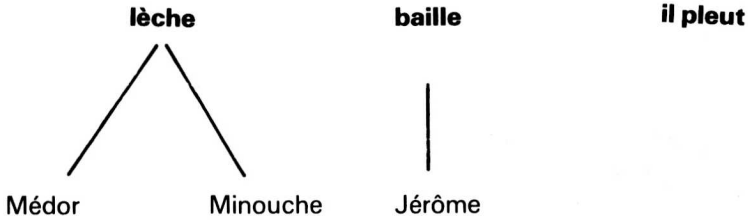
*Suite des N° 71-72, p. 15 ; 75-76, p. 25 et N° 79-80 p. 12.

www.lepetitarchimede.fr

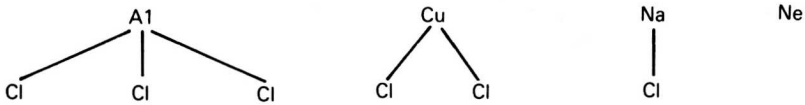
Résumons ces idées par un schéma:



Certains verbes n'ont besoin que de deux actants, d'autres d'un seul, d'autres se passent de tout actant.



Curieux, curieux ! En chimie on a :



Certains atomes se combinent avec 3 autres, certains avec deux, certains avec un seul, certains avec aucun.

Alors, une phrase ne serait-elle pas une sorte de molécule ?

A suivre.

www.lepetitarchimede.fr

P.A. JEUX

Encore quelques mots sur ALADIN

Dans le N° 77-78, d'octobre-novembre, nous avons fait la connaissance d'un nouveau jeu, ALADIN, dont je ne rappelle pas les règles. ALADIN se caractérise par des parties très courtes où l'attention et la ruse des joueurs sont autant sollicitées que leur habileté au «calcul» des possibilités... Voyons quelques parties :

Partie N° 2 : Comment avoir la main... et se faire avoir sur toute la ligne !

B		N	
1	D1	2	F3
3	D2	4	A4
5	C4	6	E3!
7	E2	8	B4
9	E4	10	D4
11	C5	12	F4
			gagne

Commentaires et analyses

6 : E3 : La tension monte au centre ! La situation est très délicate pour Blanc.

Blanc, en effet, est perplexe :

si 7 C3, 8 D3 ! gagne au prochain coup

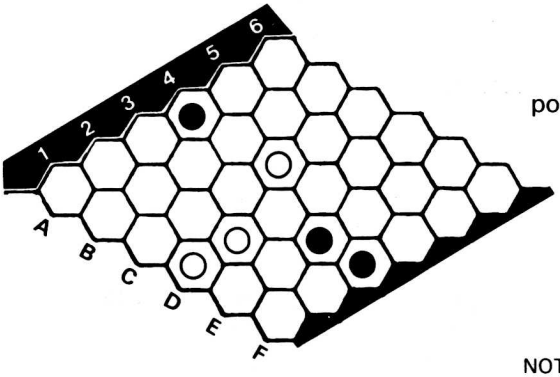
si 7 C5, 8 B4 ! gagne au prochain coup

si 7 D3, 8 B4 ! gagne au prochain coup

si 7 E4, 8 B4 !

si 9 E2, 10 D3 ! et gagne au prochain coup

Blanc se résout à jouer 7 E2 qui n'est guère plus brillant. Que dire sinon que 5 C4 était un fort mauvais coup ?



position après 6 E3 !

NOTA BENE : Les parties d'ALADIN ici présentes ont été effectivement disputées entre deux adversaires. Elles sont donc par certains aspects un peu naïves, certains coups sont même franchement des erreurs ; c'est volontairement que nous les avons laissées en l'état. Nous recevrons avec plaisir vos parties....

www.lepetitarchimede.fr

Partie N° 3 Tel est pris qui croyait prendre !

B		N	
1	C1	2	B3
3	D6	4	A4 (a)
5	B2(b)	6	F3
7	B4	8	A3
9	D5	10	C3(c)
11	C5	12	F2(d)
13	C2!(e)	14	Abandon

Commentaires et analyses

a) les deux adversaires cherchent des appuis sûrs...

b) une escarmouche : Noir ne peut reprendre B1 car Blanc répondrait A1, prenant un coin définitivement...

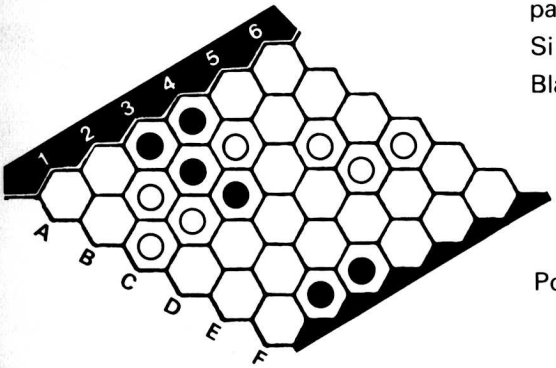
c) en retournant B3, pion pris entre deux blancs, Noir pense créer une brêche...

d) Noir menace immédiatement D3

e) Belle réplique !

Si Noir joue 14 D1 ou D3, Blanc gagne par 15 C4

Si Noir joue 14 C4 (en retournant B4!) Blanc gagne par 15 B5



Position après 13 C2 !

Partie N° 4 : Que d'erreurs !

B		N	
1	C1	2	A4
3	D6	4	B4
5	C2	6	C3?(a)
7	C4	8	D4?(b)
9	B6!	10	Abandon(c)

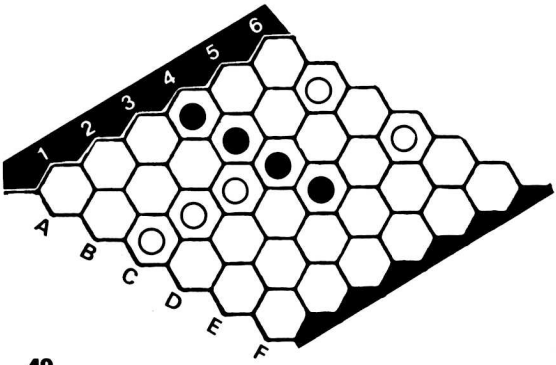
Commentaires et analyses :

a) la gaffe !!

b) D2 était meilleur

c) si 10 E4, 11 C5 gagne

si 10 C5, 11 C6 gagne



Position après 9 B6 !

www.lepetitarchimede.fr

Partie N° 5 : Une défense efficace

B		N	
1	D1	2	F3
3	D2	4	A4
5	D4	6	E3
7	F2(a)	8	F1
9	D6	10	D5(b)
11	C4	12	C3(c)
13	E2	14	B4(d)
15	Abandon(e)		

Commentaires et analyses

a) coup imprudent qui donne un coin

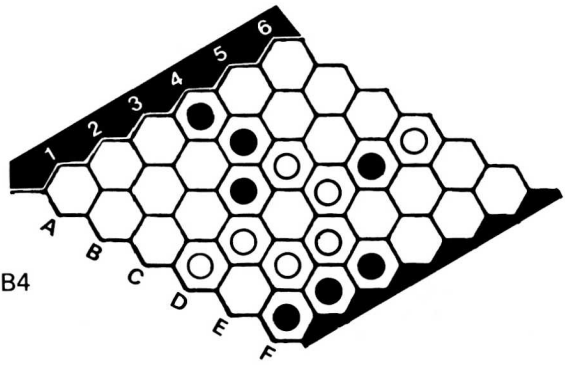
b) un blocage ingénieux

c) un coup subtil plein de menaces !

d) logique

e) si 15 E4, 16 F4 gagne

si 15 autre coup, 16 F3 gagne



Position après 14 B4

Partie N° 6 : Une attaque trop temporisée

B		N	
1	C1	2	A3
3	B2	4	C3
5	B3	6	A2
7	B6	8	D3
9	C6(a)	10	F2
11	B4	12	B5
13	B1(b)	14	A5!(c)
15	Abandon(d)		

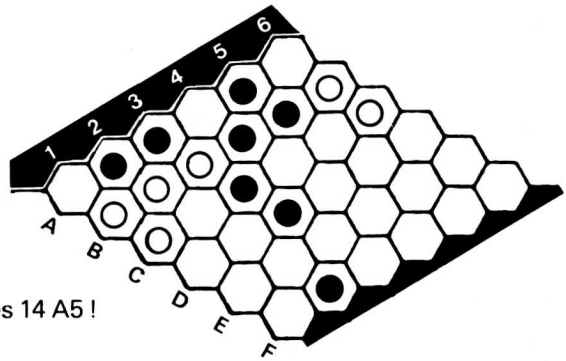
Commentaires et analyses

a) un coup inutile, une perte de temps.

b) que faire d'autre ? les autres coups ne marchent pas

c) le bon coup

d) il n'y a plus d'espoir



Position après 14 A5 !

Nous n'avons pas eu la prétention de faire le tour de ce jeu, qui reste un gentil petit jeu. Peut-être certains lecteurs voudront-ils en faire une analyse plus complète, voire systématique. Pourquoi pas non plus y jouer sur ordinateur ? (il semble s'y prêter). D'autres lecteurs essayeront *Aladin sur un terrain*

www.lepetitarchimede.fr

8 x 8. Ils auront raison : le jeu devient plus stratégique, moins précipité... Essayer c'est l'adopter.

Nous attendons toujours avec autant d'intérêt votre courrier : la rubrique jeux vous proposera bientôt une autre variante du HEX et de ALADIN mais si vous avez des propositions à faire, n'hésitez pas et prenez la plume...

Francis GUTMACHER
P.A. JEUX
61, rue Saint Fuscien
80000 AMIENS

JOUEZ AVEC LES NOMBRES.... EN ADDITIONNANT

Voici deux problèmes d'origines diverses

I

1) Placez les nombres de 1 à 9 de façon que chaque côté du triangle ait pour somme 20. Trouverez-vous **toutes** les solutions ?

2) Même question mais avec 17 pour somme, (tiré de : Faire des Mathématiques (édition CEDIC)).

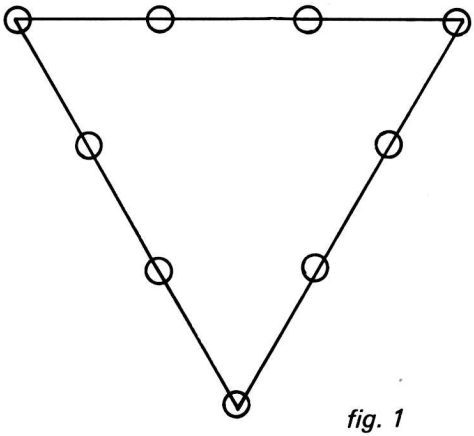


fig. 1

II

Placez les nombres de 1 à 9 de telle façon que la somme des chiffres placés sur **le périmètre** de chacun des quatre triangles hachurés soit égale à 17.

(Texte de J.A. Alenkow dans la revue ALPHA qui ne donne qu'une solution ! **Il y en a deux.)**

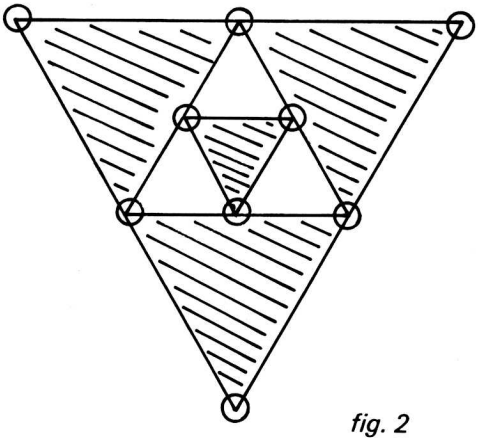


fig. 2

Ces deux récréations ont un point commun : on peut trouver en cherchant au hasard, mais n'est-il pas plus subtil et plus efficace d'inventer une méthode de bonne recherche. *F.G.*

www.lepetitarchimede.fr

ECHECS

Aujourd'hui nous allons visiter une école primaire de l'Isère. L'instituteur M. VICHARD nous y reçoit. Pourquoi cette visite ? Parce que Gérard Vichard a tenté —et réussi une expérience unique : faire du jeu d'Echecs le point de départ de nombreuses activités scolaires.

Le livre qu'il a tiré de ses expériences est une mine dans laquelle vous pourrez puiser astuces et idées.

Par exemple, vous trouverez un plan vous permettant de construire un jeu pièces et échiquier, je dis bien construire et non bricoler ! Quel plaisir après cela de manipuler les jolies pièces sorties de ses mains et de celles de ses amis.

L'initiation au jeu lui-même est faite lentement et progressivement. Les crayons feutres sont de la fête et une simple machine à alcool doit suffir pour effectuer les tirages nécessaires. Grâce aux nombreuses explications et aux dessins sur papier quadrillé, les enfants pourront effectuer eux-mêmes ces travaux.

En ce qui concerne la partie plus spécifiquement —scolaire— l'auteur utilise beaucoup les différents codages de l'échiquier : notation algébrique bien sûr mais aussi notation descriptive chère aux Anglais, notation postale et d'autres aussi que vous découvrirez.

L'environnement du jeu d'échecs n'est pas abandonné et vous trouverez les classiques problèmes du Cavalier et des huit dames (Dames et non Reines comme on le lit et dit trop souvent !). Vous découvrirez aussi une étonnante série Echecs et Musique qui devrait ravir les amateurs.

Pour conclure, je dirai que cet ouvrage s'adresse en priorité bien sûr aux Ecoles Primaires, mais il me semble que les 6e et 5e de Collège y trouveraient un intérêt certain, surtout les établissements qui favorisent la pluridisciplinarité (math-musique-travaux manuels).

Et pour vous procurer ces livres ? Chez l'auteur :

M. Gérard VICHARD
Les Bruyères
Faverges de la Tour
38110 LA TOUR DU PIN

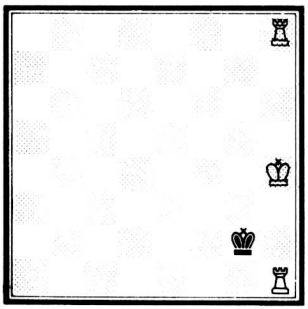
Vous recevrez contre 50 F tout compris 2 livres : celui pour qui veut apprendre et le livre de corrigés accompagné de 40 fiches.

QUELQUES TOURS DE MAT (OU MATS AVEC TOURS)

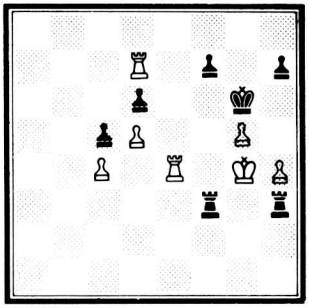
Dans le diagramme N° 1, les Blancs font mat en 3 coups. Ce n'est pas évi-

www.lepetitarchimede.fr

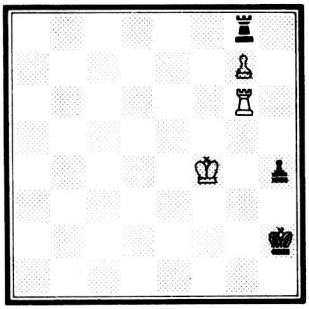
dent et il vous faudra savoir manipuler et sacrifier les tours avec brio pour réussir.



Le diagramme N° 2 montre des Blancs dans une position favorable : ils gagnent par 1.T x d6 + mais passent à côté d'une jolie combinaison de mat. A vous de la découvrir.



Le diagramme N° 3 est tiré d'une bataille de dames : le championnat du monde féminin de 1958. C'est un problème double et avec peu de pièces !



Dans la position donnée, les Noirs jouèrent : h3? et perdirent mais comment ? Saurez-vous terminer la partie en vainqueur ? Par contre les Noirs au lieu de h3 avaient un coup leur permettant de l'annuler. Le trouverez-vous ?

Petit PHILIDOR

SOLUTION DE LA CHARADE 81-82-83 (page 29)

Mon premier est «Hun»
Mon second est «demi»
Mon troisième est «facteur d'Eu»
Mon quatrième est «Hun»
Mon cinquième est «plus»
Mon sixième est «racine»
Mon septième est «deux»
Mon huitième est «cinq»
Mon tout est $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$

www.lepetitarchimede.fr

JEU de DAMES

Dans le Petit Archimède de Décembre 81 nous avons commencé à voir les principales règles, souvent mal connues, du Jeu de Dames, et notamment la principale : on est absolument obligé de prendre. Voici aujourd'hui les règles qui concernent le déplacement de la dame.

PROMOTION DU PION EN DAME

Quand un pion parvient sur la dernière ligne adverse et s'y arrête, on le recouvre d'un pion de sa couleur et il devient dame. Ainsi, le pion blanc n°7, sur le diagramme A, a le choix entre deux cases pour se «métamorphoser» en dame, en revanche, le pion 15 ne peut pas immédiatement devenir une dame : il atteint la dernière ligne mais il ne s'y arrête pas car il est obligé de prendre un second pion noir et donc de revenir en arrière.

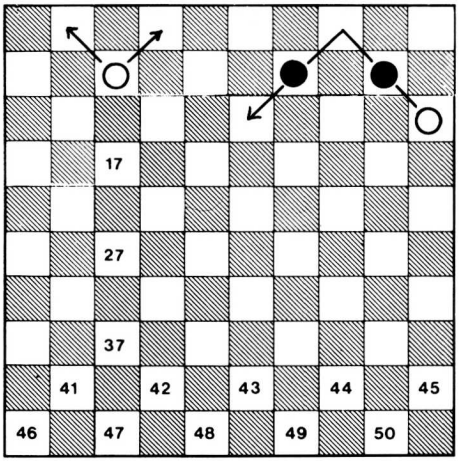


Diagramme A

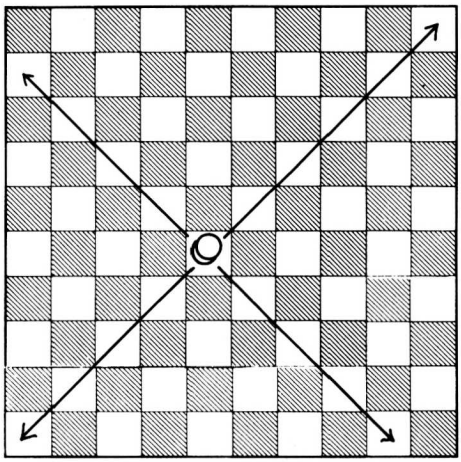


Diagramme B : Cette dame peut occuper 18 cases différentes

LES PRIVILEGES DE LA DAME

Cette métamorphose du pion en dame correspond à l'un des objectifs principaux de la partie puisque la dame a des possibilités considérables de déplacement et de prise, c'est-à-dire une efficacité redoutable. A l'inverse du pion, la dame se déplace en avant et en arrière et peut franchir plusieurs cases à la fois dans les quatre directions. Cette dame prend en avant et en arrière mais surtout, ce qui est très important, elle peut prendre les pièces adverses (que ce soit des pions ou des dames) à distance, même si plusieurs cases la séparent de ces pièces. Dans l'exemple du diagramme C la dame blanche prend successivement cinq pions noirs qui se trouvent à distance et peut s'arrêter au choix sur l'une des deux cases qui restent libres : 43 ou 49.

www.lepetitarchimede.fr

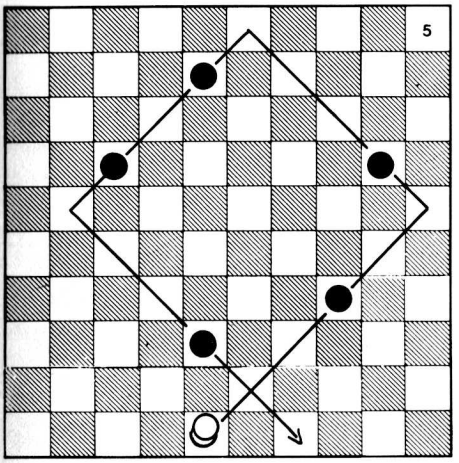


Diagramme C : La puissance de la dame

SA VULNERABILITE

Bien sûr cette dame n'est pas invulnérable et elle peut être prise non seulement par une dame adverse mais également par un pion (voir le problème du diagramme F)

EXERCICES PRATIQUES

Diagramme D - Comment les Blancs peuvent-ils parvenir à dame ?

Réponse : en donnant tous leurs pions de la manière suivante :

37-31 (36x27) 38-32 (27x38) 25-20 (14 x 25) 49-43 (38 x 40)
45 x 23 x 14 x 3 x 12 x 1 B +

Diagramme E - Comment les blancs peuvent-ils prendre les 10 pions noirs avec leur dame ?

Il faut utiliser le pion 24 et l'amener en prise :

35-30 (24 x 35) 44-40 (35 x 44)
50 x 33 x 47 x 36 x 27 x 16 x 2 x 13 x 24 x 15 x 4 B +

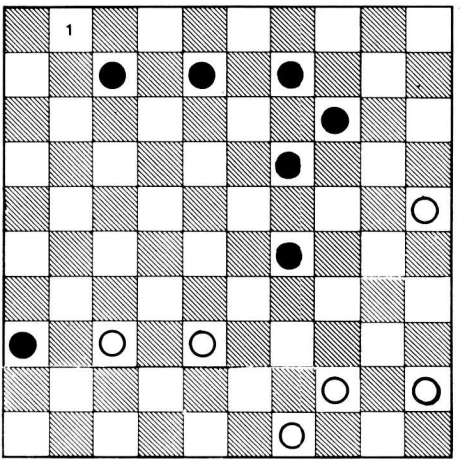


Diagramme D : les Blancs vont à dame. Comment ?

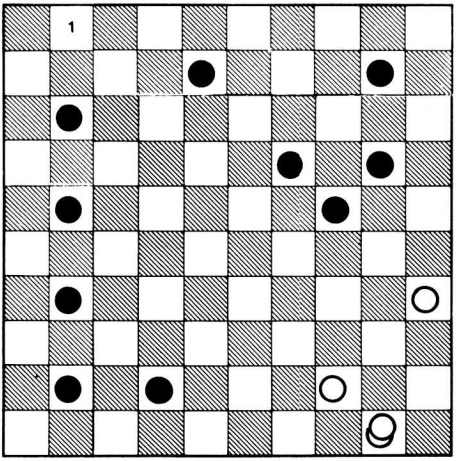


Diagramme E : attention, la dame 50 va prendre tous les pions noirs

www.lepetitarchimede.fr

Diagramme F - Il s'agit d'une fantaisie (problème dont la position n'est pas naturelle). Face aux quatre dames noires, la situation des Blancs semble désespérée. Ils vont pourtant gagner par le «coup de l'escalier» qui se déroule en 10 temps :

36-31 (13 x 36) 26-21 (3 x 26) 16-11 (2 x 16) 49-43 (16x49) 48-42 (26x48) 47-41 (36x47) 50-44 (49x40) 45x34 (48 x 30) 35 x 24 (47 x 20) 25 x 14 x 3 B +

La dame blanche fera la navette 3-25, 25-3 et les noirs seront obligés de donner un par un tous leurs pions.

Gérard FONTIER

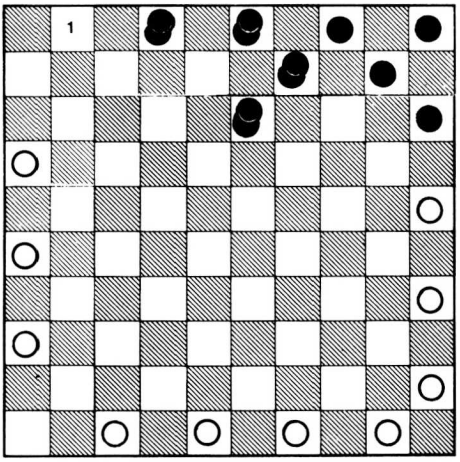
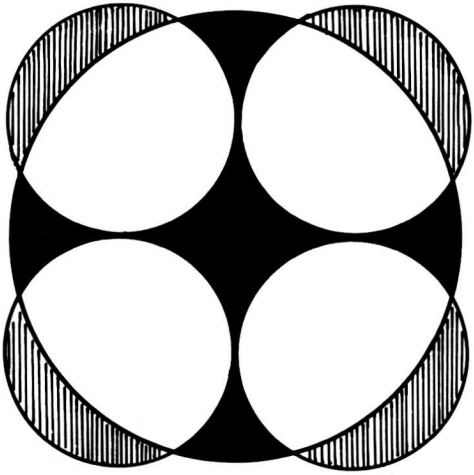


Diagramme F : Les blancs jouent et gagnent par le coup de l'escalier.



"CROIX ET CROISSANTS

La figure montre un grand cercle et quatre petits cercles d'un diamètre moitié. On a hachuré les quatre croissants extérieurs et noirci la croix intérieure.

Montrez que l'aire de la croix noire est égale à la somme des aires des quatre croissants hachurés."

envoyé par F. Denke Erlanger
Allemagne
(Texte repris de Facteur X)

www.lepetitarchimede.fr

LES PB du P.A.

DES ÉNONCÉS

Notre excellent ami M. Viricel nous soumet le problème suivant :

PB 141 - On dresse la liste des nombres qui s'écrivent avec les chiffres 1,2,3,4,5,6,7, chacun pris une seule fois. On classe ces nombres dans l'ordre croissant. Il y en a 5040, de 1234567 à 7654321. Quel est le 3333ème ?

Et M. Vidiani, de Dijon, derechef :

PB 142 - De combien de manières différentes (en tenant compte de l'ordre) peut-on vider un tonneau de 100 litres au moyen d'une bouteille de 1 l. et d'une bouteille de 2 l. (magnum) ?

Puis une question d'algorithmique posée par Bernard Michaud, ancien élève de Mme Chrétien du Lycée Jacquard (Paris) :

PB 143 - Comment calculer 100 ! à l'aide d'une calculatrice de poche, programmable ou non, ne permettant d'afficher que les nombres inférieurs à 10^{100} ?

Et enfin, encore des Nombres :

PB 144 - Soient deux entiers naturels x et y vérifiant l'égalité :

$x^{y^x} = y^{x^y}$. Sont-ils nécessairement égaux ?

DES SOLUTIONS

PB 135, PA 77-78, p. 40 (Pentagone à construire).
Construire un pentagone plan ABC DE, connaissant les milieux IJKLM de ses côtés (I milieu de AB, etc.). Peut-on exécuter cette construction avec le compas seul ?

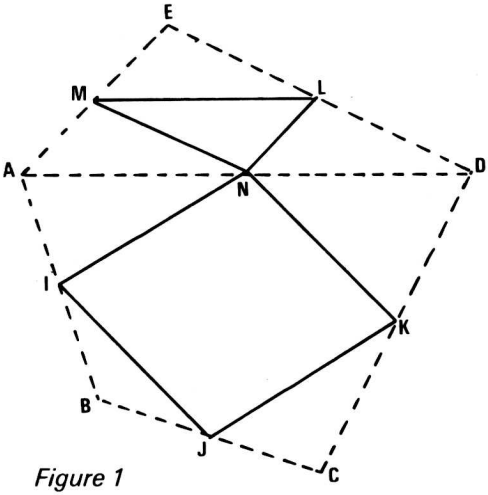


Figure 1

Soit N le milieu de AD. On sait que IJKN est un parallélogramme. Ce point N est donc aisé à construire à partir des points I,J,K (figure 1). Une fois celui-ci

www.lepetitarchimede.fr

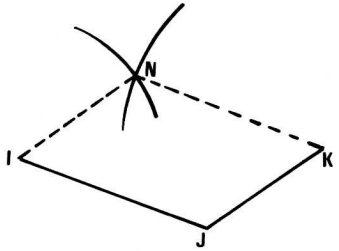


Figure 2

obtenu, on doit construire le triangle ADE connaissant les milieux de ses côtés : on achève les parallélogrammes LMND, MNLE, NLMK. Enfin, B est symétrique de A par rapport à I et C est symétrique de D par rapport à K. Tout ceci est réalisable avec le compas seul. Achever un parallélogramme, comme IJKN, se fait naturellement (figure 2). Et pour le symétrique de A par rapport à I, voir la figure 3.

Ce problème a d'abord été posé par M. Lionnet, professeur à Louis-le-Grand, en 1844. La solution avec la règle et le compas a été donnée par M. Prouhet, professeur à Polytechnique. On peut trouver tout cela, et une myriade d'autres questions, dans un ouvrage de mille pages que je conseille à tous les amateurs de géométrie qui fréquentent les bouquinistes : «Exercices de géométrie» de F. J., 1896.

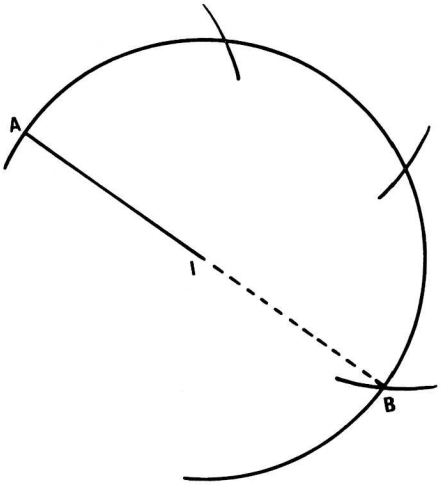


Figure 3

Ce problème a fort intéressé les lecteurs de cette rubrique. Mme Chrétien, M. Lanchon, de St Brieuc, ont envoyé une solution, ainsi que M. Raymond, de Carignan, qui ajoute une référence historique à la «Geometria del Compasso» de Mascheroni (1797). C'est aussi le propos de M. Ronfot, de Caen, qui dresse la liste de constructions que l'on peut réaliser avec le compas seul, et en déduit notre solution comme corollaire. M. Vidiani généralise ceci à toute famille d'un nombre impair de points dans un espace de dimension quelconque : toujours possible, mais si le nombre de points est pair, c'est une autre histoire.

Enfin, M. Gagnaire, de Bron, donne la solution en raisonnant sur les composés de symétries ponctuelles, et ceci l'engage dans une étude de la **médiation** considérée comme opération (loi de composition interne) dans l'ensemble des points du plan. Si A et B désignent deux tels points, il note A*B leur milieu. Cette opération est commutative. Elle vérifie la propriété : A*A = A

www.lepetitarchimede.fr

pour tout point A. Il n'y a pas d'élément neutre. Néanmoins, quels que soient A et B, il existe un unique C tel que A*C = B : ce point C est le symétrique de A par rapport à B. Enfin, cette loi n'est pas associative, mais vérifie :

$$(A*B)*(C*D) = (B*C)*(A*D).$$

On peut disposer comme on veut les quatre points A,B,C,D dans les emplacements libres de l'assemblage :

(....*....)*(....*....),

on trouvera toujours le même point. Cette étude originale conduit à une approche inattendue de notre problème, et à sa solution.

PB 136, PA 77-78, p. 40 (Cent «neufs»). - Soit N = 0,999..99 (cent chiffres «9»). Quels sont les deux cents premiers chiffres de sa racine carrée ?

Si l'on attaque ce problème par la méthode «du modèle réduit», autrement dit si l'on cherche, à l'aide d'une calculatrice, les racines carrées de 0,99 puis de 0,999 et de 0, 9999, on est amené à conjecturer que, dans la racine carrée de :

$$a = 1 - \frac{1}{10^n}$$

les n premiers chiffres sont des 9, le n + 1ème est un 4 et les n − 1 derniers, encore des 9. Comment ceci se démontre-t-il ? Tout d'abord, on peut voir que : $a^2 < a < 1$, donc $a < \sqrt{a} < 1$, ce qui implique que les n premiers chiffres de $\sqrt{a}$ sont des 9, comme ceux de a. Si l'on appelle u le n+1-ième chiffre, il sera le plus grand entier tel que :

$$\left(a + \frac{u}{10^{n+1}}\right)^2 < a,$$

ce qui s'écrit aussi :

$$\left(1 - \frac{10-u}{10^{n+1}}\right)^2 < 1 - \frac{1}{10^n}$$

Posons y = 10-u : cette relation, développée, devient $(2y-10)10^{n+1} > y^2$ où y doit être le plus petit possible. Ceci implique $2y - 10 > 0$, et la plus petite valeur de y est 6, d'où u = 4. Et on peut continuer. Pour obtenir les n-1 chiffres suivants, on cherche le plus grand v tel que :

$$\left(a + \frac{4}{10^{n+1}} + \frac{V}{10^{2n}}\right)^2 < a$$

soit $$\left(1 - \frac{1}{10^n} + \frac{4}{10^{n+1}} + \frac{V}{10^{2n}}\right)^2 < 1 - \frac{1}{10^n}$$

ou encore :

$$\left(1 - \frac{10^n - 4.10^{n-1} - v}{10^{2n}}\right)^2 < 1 - \frac{1}{10^n}$$

En posant $y = 10^n - 4.10^{n-1} - v$, il vient :

$$\left(1 - \frac{y}{10^{2n}}\right)^2 < 1 - \frac{1}{10^n}$$

qui s'écrit : $(2y - 10^n)10^{2n} > y^2$ avec y le plus petit possible, d'où

www.lepetitarchimede.fr

$y > 5.10^{n-1}$

et donc $y = 5.10^{n-1} + 1$ et par suite $v = 10^{n-1} - 1$, nombre qui s'écrit bien avec $n-1$ fois le chiffre 9. Et ainsi de suite. Telle est ma solution, mais nos lecteurs utilisent des moyens plus évolués. M. Vidiani, Mme Chrétien, de Villemomble et M. Sipra, de Mirepoix, font intervenir la formule de Taylor qui permet de généraliser à des exposants non entiers positifs la formule du binôme de Newton :

$$\sqrt{1-x} = (1-x)^{1/2} = 1 + 1/2(-x) + \frac{1/2(1/2-1)}{2}(-x)^2 + \frac{1/2(1/2-1)(1/2-2)}{1.2.3}(-x)^3 + \ldots,$$

Soit :

$$\sqrt{1-x} = 1 - 1/2x - 1/8x^2 - 1/16x^3 - \ldots$$

Il n'est pas trop malaisé de prouver que pour x assez petit, on a :

$$1 - 1/2x - x^2 < \sqrt{1-x} < 1 - 1/2x.$$

Une telle démonstration est du niveau de Seconde.

Appliqué à $x = 10^{-100}$, ceci nous donne :

$$\underbrace{0{,}99\ldots9}_{100} \underbrace{499\ldots9}_{100} < \sqrt{a} < 0{,}\underbrace{99..9}_{100}5$$

décimales décimales décimales

c'est-à-dire, le même résultat. La simplicité de la formule utilisée ici nous laisse penser que l'on pourrait déterminer un grand nombre de décimales de notre racine carrée. Comme le dit M. Sipra, cela revient à calculer $1 - 1/2x - 1/8\,x^2 - 1/16x^3 - \ldots$ pour $x = 10^{-100}$, puis $0{,}125 \times 10^{-200}$, puis $0{,}0625 \times 10^{-300}$, etc... D'où de larges «plages» de 9 dans le résultat, et ce, jusqu'à ce que les termes de notre série aient plus de cent chiffres et par suite se chevauchent. Pour savoir quand cela se produira, quand les coefficients du binôme de Newton généralisé $C^k_{1/2}$ auront plus de cent chiffres, M. Sipra s'est livré à une étude très minutieuse et il a montré que ceci ne se produit pas avant la 5504ème décimale !

Pierre Lescanne confirme ce résultat car il a confié à son ordinateur le soin de calculer les *mille* premières décimales de $\sqrt{1-10^{-100}}$. Et effectivement, on y trouve cent chiffres 9 puis un 4, puis 99 chiffres 9, puis 874, qui représente la soustraction de $1/8x^2$, c'est-à-dire $0{,}125 \times 10^{-200}$, puis encore des 9, puis 374, et toujours de ces longues «plages» de 9, telles que pouvait nous les faire attendre la formule utilisée. Signalons que ce travail informatique nous vient du **Massachusetts Institute of Technology** où travaille désormais notre ami Lescanne, que l'éloignement n'a donc pas rendu oublieux : qu'il en soit ici remercié.

PB 137, PA 77-78, p. 40 (Produit de Sinus) Calculer le produit :
P = Sin 1°, Sin 2°, Sin 3°... Sin 89°

www.lepetitarchimede.fr

M. Chaulet, de Caen, et M. Vidiani nous montrent la voie royale pour calculer le produit :

$$An = \sin\frac{\pi}{n} \sin\frac{2\pi}{n} \ldots \sin\frac{(n-1)\pi}{n}$$

On considère l'équation $(Z+1)^n = 1$, dans le corps des complexes. Ses solutions sont données par la formule

$$Z_k + 1 = \cos\frac{2k\pi}{n} + i\sin\frac{2k\pi}{n} = e^{\frac{2ki\pi}{n}}$$

où k varie de 0 à n-1. Pour $k = 0$, on a $Z_k = Z_o = 0$. Les n-1 autres solutions sont en fait les racines (les zéros) du polynôme $\frac{(Z+1)^n - 1}{Z}$, dont le terme constant est n. Le produit de ces racines est donc $B_n = (-1)^n n$. Mais on a :

$$Z_k = e^{\frac{2ki\pi}{n}} - 1 = e^{\frac{ki\pi}{n}}\left(e^{\frac{ki\pi}{n}} - e^{\frac{-ki\pi}{n}}\right)$$

Soit $z_k = 2ie^{ki\pi/n}\sin\frac{k\pi}{n}$

Le produit de ces Z_k, lorsque k varie de 1 à $n-1$, est donc :

$$B_n = A_n(2i)^{n-1} e^{[1+2+\ldots+(n-1)]i\pi/n}$$
$$= 2^{n-1} A_n i^{n-1} e^{n(n-1)/2\, i\pi/n}$$

Comme $e^{i\pi/2} = i$ et que $i^2 = -1$, il vient :
$B_n = (-1)^{n-1} 2^{n-1} A_n$.

Et on a vu plus haut que $B_n = (-1)^n n$
D'où :

$$\boxed{A_n = \frac{n}{2^{n-1}}}$$

Pour n = 180, ceci implique que le produit : $A_{180} = \sin 1^\circ . \sin 2^\circ \ldots \sin 89^\circ \sin 90^\circ \sin 91^\circ .. \sin 179^\circ$, vaut :

$$\frac{180}{2^{179}} = \frac{90}{2^{178}}$$

Mais on sait que $\sin 90^\circ = 1$ et que deux angles supplémentaires ont même sinus, donc A_{180} est le **carré** du produit P cherché.

Par suite, ce produit P vaut :

$$\frac{\sqrt{90}}{2^{89}}$$

ou à peu près : $1{,}53268.10^{-26}$.

Comme vous le voyez, on résout ici un problème plus général et avec juste un petit effort de plus, on trouvera le produit de tous les $\sin(a + k\pi/n)$, où n varie de 1 à n-1 (voir par exemple : Bourbaki, mais si, livre IV, chapitre VI, § 2, n° 1).

M. Ferréol est arrivé à ces formules par des voies détournées mais pleines de charme. Il est parti de la formule :

$$\frac{\sin mx}{\sin x} = \prod^{(m-1)/2} 4\left(\sin^2\frac{k\pi}{m} - \sin^2 x\right),$$

qui intervient dans la démonstration d'Eisenstein de la **loi de réciprocité quadratique** (question à laquelle j'ai d'ailleurs consacré une brochure, éditée par l'IREM Paris-Nord). Mais cette formule ne fonctionne que pour **m impair**.

www.lepetitarchimede.fr

Il a cherché la même pour $m = 2p$, pair, et l'a trouvée :

$$\prod_{k=1}^{p} \left(\sin^2 \frac{k\pi}{2p} - \sin^2 x\right) = 2^{-2p+1} \frac{\sin 2px}{\operatorname{tg} x}$$

d'où notre résultat en faisant $p = 90$ et $x \longrightarrow 0$.

Les voies de la découverte mathématique sont fort diverses, comme vous pouvez le constater. M. Ferréol avoue ne pas voir comment des «manipulations trigonométriques élémentaires» permettraient d'atteindre le calcul de A_n. En général, c'est effectivement douteux. Mais pour $n = 180$, pour le problème tel qu'il était posé, Mme Chrétien nous propose une solution fondée sur de telles «manipulations».

Elle s'appuie sur les deux propriétés suivantes :

$\sin x . \sin (90° - x) = \sin x \cos x = 1/2 \sin 2x$ (1)

$\sin x . \sin (60° - x) \sin (60° + x) = 1/4 \sin 3x$ (2)

On regroupe d'abord chaque angle et son complémentaire :

$P = (\sin 1° . \sin 89°)(\sin 2° . \sin 88°) \ldots (\sin 44° . \sin 46°) \sin 45°$

D'où, d'après la relation (1) :

$P = (1/2 \sin 2°).(1/2 \sin 4°) \ldots (1/2 \sin 88°).\sqrt{2}/2$

On procède au même regroupement, et il vient :

$$P = \frac{\sqrt{2}}{2^{45}} (\sin 2° . \sin 88°)(\sin 4° . \sin 86°) \ldots (\sin 44° . \sin 46°)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2^{67}} \sin 4° . \sin 8° \ldots \sin 88°$$

On regroupe alors ces facteurs par **trois**, conformément à la formule (2) :

$$P = \frac{\sqrt{2}}{2^{67}} (\sin 4° \sin 56° \sin 64°)$$
$$(\sin 8° \sin 52° \sin 68°) \ldots$$
$$(\sin 28° \sin 32° \sin 88°) \sin 60°$$

Et par application de cette formule, il vient :

$$P = \frac{\sqrt{2}}{2^{67}} \frac{1}{4^7} \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 12° \sin 24° \ldots \sin 84°$$

On regroupe encore et encore ces sept facteurs de même manière :

$$P = \frac{\sqrt{6}}{2^{82}} . \frac{1}{4} \sin 36° . \frac{1}{4} \sin 72° . \sin 60°$$

Ici, il faut connaître les sinus de 36° et 72°, angles liés au pentagone régulier, et en déduire que : $\sin 36° . \sin 72° = \frac{\sqrt{5}}{4}$

Et alors, il vient :

$$P = \frac{\sqrt{6}}{2^{82}} \frac{1}{4^2} \frac{\sqrt{3}}{2} . \frac{\sqrt{5}}{4} = \frac{\sqrt{90}}{2^{89}}$$

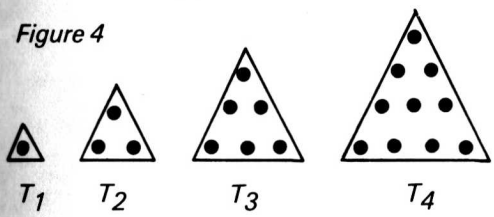
Un grand bravo à notre fidèle lectrice pour sa perspicacité et sa persévérance.

PB 140, PA 81-82 , p. 42 (triangles carrés) Un triangle n'est pas carré mais un nombre triangulaire peut être carré : peut-on trouver tous les nombres qui sont triangulaires et carrés à la fois ?

www.lepetitarchimede.fr

Les nombres triangulaires sont les nombres $T_1 = 1$, $T_2 = 1+2 = 3$, $T_3 = 1+2+3 = 6$, et en général $T_m = 1+2+3+\ldots+m = \frac{m(m+1)}{2}$.

Figure 4



En effet, si l'on prend T_m jetons, on peut les disposer en **triangle** (figure 4). Un nombre triangulaire carré vérifie donc l'égalité :

$$\frac{m(m+1)}{2} = p^2$$

C'est une équation à résoudre en nombre entiers, que l'on appelle équation **diophantienne**, du nom du mathématicien grec Diophante, qui vivait à Alexandrie au deuxième siècle de notre ère.

On utilise la bonne vieille méthode, adaptée au second degré, qui consiste à compléter un carré : on remarque que $m(m+1)$, ou m^2+m, c'est le début de $m^2+m+1/4 = (m+1/2)^2$ et notre équation devient : $1/2((m+1/2)^2 - 1/4) = p^2$

Mais il est préférable de chasser tous ces dénominateurs pour n'avoir plus affaire qu'à des entiers, et il vient : $(2m+1)^2 - 1 = 8p^2$

Ou encore : $(2m+1)^2 - 8\,p^2 = 1$. Posons $x = 2m+1$ et $y = 2p$, et notre équation prend son aspect final :

$$\boxed{x^2 - 2y^2 = 1}$$

Une équation diophantienne de la forme : $x^2 - ay^2 = \pm 1$ se nomme **équation de Fermat**. Pour plus de renseignements voir «Arithmétique et théorie des nombres» («Que sais-je» n° 1093, PVF) du regretté Jean Itard. Pour $a = 2$, on montre que les solutions en entiers naturels de l'équation $x^2 - 2y^2 = \pm 1$ forment deux suites x_n et y_n, définies par $(1+\sqrt{2})^n = x_n + y_n\sqrt{2}$. Cette question a fait parfois l'objet de problèmes de Baccalauréat, par exemple l'épreuve de Bordeaux, 1978, section C (voir : Fastes de Mathématique, de M. Dourakine, collection DIA, chez Belin).

On a donc : $x_{n+1} + y_{n+1}\sqrt{2} = (1+\sqrt{2})(x_n + y_n\sqrt{2})$, soit :

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + 2y_n \\ y_{n+1} = x_n + y_n, \end{cases}$$

que l'on peut mettre sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$$

Etant donné que $x_0 = 1$ et $y_0 = 0$, on trouve de proche en proche toutes les solutions. Les valeurs **paires** de n correspondent à :

$$x_n^2 - 2y_n^2 = 1$$

www.lepetitarchimede.fr

et les autres à :

$$x_n^2 - 2y_n^2 = -1$$

et seules les premières nous intéressent donc. Celles-ci vérifient la relation de récurrence :

$$\begin{pmatrix} x_{2n+2} \\ y_{2n+2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} x_{2n} \\ y_{2n} \end{pmatrix}$$

Soit : $\begin{cases} x_{2n+2} = 3x_{2n} + 4y_{2n} \\ y_{2n+2} = 2x_{2n} + 3y_{2n} \end{cases}$

Revenant à notre problème initial, on peut poser : $x_{2n} = 2m_n + 1$ et $y_{2n} = 2p_n$. On trouve ainsi les relations:

$$\begin{cases} m_{n+1} = 3m_n + 4p_n + 1 \\ P_{n+1} = 2m_n + 3p_n + 1 \end{cases}$$

Partant de $m_o = p_o = 0$, on a les premières solutions suivantes :

n	0	1	2	3	4	5
$m_n = m$	0	1	8	49	288	1681
$T_m = \frac{m(m+1)}{2}$	0	1	36	1225	41616	1413721
$P_n = p$	0	1	6	35	204	1189
p^2	0	1	36	1225	41616	1413721

Et voici notre problème résolu : les nombres triangulaires carrés deviennent vite très grands. Que pensez-vous de l'évolution du rapport m/p ?

DU COURRIER

Ici prend place l'appel rituel à nos lecteurs pour qu'ils collaborent à cette rubrique. Les pages qui précèdent démontrent que cet appel n'est pas vain, puisque les idées qui s'y expriment proviennent d'une douzaine d'entre vous, disséminés d'un bout à l'autre de la France, et même ailleurs. Faites donc comme eux, envoyez-moi solutions, commentaires et critiques, et surtout des **idées d'énoncés**. Veuillez traiter de questions différentes sur des feuilles différentes, afin de rendre plus aisée la gestion de vos contributions. Et adressez le tout à :

M. Cuculière Roger
Professeur de Mathématiques
Lycée Carnot
145 Bld. Malesherbes
75017 PARIS

www.lepetitarchimede.fr

L'INFORMATIQUE VOUS INTERESSE

Vous aimeriez savoir :

- ***Quelles sont les productions audiovisuelles disponibles***
- ***où vous les procurer***

INTERROGEZ-NOUS - C'EST GRATUIT - REPONSE ASSUREE

Sous l'égide de l'Agence de l'Informatique, l'Institut National de la Recherche en Informatique et Automatique a constitué un fichier, informatisé bien évidemment en répertoriant 800 AUDIOVISUELS.

C'est un début. Avec l'appui de la Mission Interministérielle de l'Information Scientifique et Technique, le Musée des Sciences et de l'Industrie expérimente cette Base de Données de **Mars à Juin 82** en répondant à toutes vos interrogations.

Toutes les questions relatives à la recherche d'AUDIOVISUELS en **INFORMATIQUE, AUTOMATIQUE** sont les bienvenues.

Voici les domaines :

BASES THEORIQUES (Architecture des Ordinateurs, Intelligence artificielle...)

LOGICIELS

SYSTEMES INFORMATIQUES (Télétraitement...)

MATERIEL (Circuits et Composants, Microprocesseurs, Périphérique, Satellite...)

AUTOMATIQUE (Robotique, Analyse de la parole...)

APPLICATIONS (CAO, EAO, Sciences, Gestion, Bureautique, Sc. Sociales/-Humaines, Techniques, Arts) etc...

Voici les utilisateurs potentiels : *Ingénieurs, Techniciens, Décideurs, Enseignants tous niveaux, Grand Public... Curieux...*

Posez vos questions par téléphone ou par courrier en laissant vos coordonnées :
E.P.P.V. - Musée des Sciences et de l'Industrie (La Villette) 211, Av. Jean Jaurès 75019 PARIS **Tél. 240.27.28 (postes 1161-1166)**

ADI - Agence de l'Informatique, Tour FIAT 92084 PARIS LA DEFENSE CEDEX 16 **Tél. 796.43.43 (Mme GERNEZ, Mme LESUR)**

CEDFI - Centre d'Etudes et diffusion du Film d'Information, 15 bis, rue Raspail 92300 LEVALLOIS PERRET **Tél. 739.50.20 (Mme BAILLOT)**

INEP - Institut National d'Education Populaire 11, rue Willy Blumenthal 78160 MARLY LE ROI **Tél. 916.57.79 (M. DARGERIE)**

CNDP Centre National Documentation Pédagogique 31, rue de la Vanne 92120 MONTROUGE **Tél. 657.11.17 (Mme WINTER, Mme FISZER)**

Si vous êtes dans la région RHONE ALPES interrogez à GRENOBLE :
CCST - Centre Culturel Scientifique et Technique La Casemate - Place Saint Laurent 38000 GRENOBLE **Tél. (76) 44.30.79 (M. CARLIER)**

www.lepetitarchimede.fr

INDEX N° 71-80

Editoriaux et informations

73-74	3	Le temps
75-76	3	Le temps
79-80	21	Equipement en Micro-ordinateurs
	46	Pour mieux connaître le nombre π

PA et les LETTRES

		A - LE LANGAGE
71-72	15-18	ILF du PA
71-72	20-27	A la manière de Marguerite Yourcenar
73-74	29-33	ILF du PA
75-76	25-28	ILF du PA
77-78	18-22	ILF du PA
	23	Rabelais et le nombre π
79-80	10-13	ILF du PA
	13-15	"
	21	"
		B- LA LOGIQUE
77-78	37	Belle la brute intelligente

PA et LES MATHEMATIQUES

			A LES PB DU PA		
71-72	33	PB124	Suite de Fibonacci	73-74	43
		PB125	Réseaux et polygones réguliers	75-76	44
		PB126	Points alignés	77-78	40
		PB127	Dé et probabilités	73-74	44
		PB128	Opération «unaire»	73-74	46
	34	Sol 112	distances entières	64-65	40
	37	Sol 122	Fonction d'Ackermann	68-69-70	60
	38	Sol 123	Congrès de Babel	68-69-70	60
	39	Courrier	Billard Optique		
	39	Sol 118	M. Martin		
73-74	39	PB129	les deux échelles	77-78	43
		PB130	la poule	77-78	45
		PB131	le pénitencier	75-76	45
	40	Sol 120	la ferme et les vaches	68-69-70	60
	43	Sol 121	Calculs approchés	68-69-70	60

www.lepetitarchimede.fr

75-76	44	PB132	Millésime et Cubes	77-78	47
		PB133	$S = \sum \frac{1}{\sqrt{p}}$	79-80	42
		PB134	Microsillon	79-80	44
77-78	40	PB135	Construction d'un pentagone		
		PB136	$\sqrt{N}$; N =0,99...99		
		PB137	P=Sin 1°, sin 2°... sin 90°		
79-80	42	PB138	suite : somme de trois termes		
		PB139	Cercle et probabilité		
		PB140	Nombre triangulaire et carré !		

B ALGORITHMIQUE

71-72	3	ARL 71.1	Système diophantien	75-76	20
		ARL 71.2	nombres égaux à une somme de cubes	77-78	12
		Sol 66		66-67	3
		Sol 66.2	Touches voisines		4
73-74	14	ARL 73	π en réseau	75-76	22
				77-78	14
		Sol 68.1	Au sujet de Pythagore	68-70	8
		Sol 68.2	Sur les nombres premiers	68-70	8
75-76	20	ARL 75	Jeu du poison	79-80	5
77-78	12	ARL 77	Jeu du 9 -5		
79-80	5	ARL 79	Le pinceau		

C GEOMETRIE

71-72	29	Courbe Dragon I
75-76	14	Courbe Dragon 2
	22	Pentaminos
	43	Des carrés dans un rectangle
77-78	27	Courbe Dragon 3
	3	En dégustant du fromage

D NOMBRES

71-72	14	Dites 33			
	18	Triangle et soustractions		71-72	32
	31	Les neuf facteurs I			
73-74	11	Carré trimagique			
75-76	10	Les neuf facteurs II			
	9	Réorganisation		75-76	29
	12	Le Nombre d'Or (JC)			
	16	Primus, secundus et tertius			
	17	Pliage et découpage			
	24	Boîte à dominos		75-76	33
77-78	30	Le Nombre d'Or (MP)			
	22	A un rien près			
79-80	26	Boîte de dominos			
	32	Les neuf facteurs III			
	39	Opérations croisées			
	41	Loups, Moutons Serpents			

www.lepetitarchimede.fr

E INFORMATIQUE

73-74	4	Sauts de puce

PA et les SCIENCES

PHYSIQUE

71-72	10	Petite Histoire de l'Electricité I		
73-74	7	Petite Histoire de l'Electricité II		
75-76	4	Petite Histoire de l'Electricité III		
77-78	4	Petite Histoire de l'Electricité IV		
77-78	8	Cailloux invisibles	77-78	17
75-76	32	Le singe et le miroir		

PA et les ACTIVITES MANUELLES

PA CONSTRUIT

71-72	19	Casse-tête en épis		
79-80	17	Flexacube		

JEUX

Jeux Divers

71-72	22	Cube Hongrois		
73-74	28	Puzzle	75-76	39
79-80	3	Cube Hongrois		
	22	Mots mêlés et π		
77-78	31	Aladin		
79-80	23	Hexaco		
	27	Jeu de Dames		
71-72	21	Charade		
	24	Télégrille	59-60	

HEX

71-72	26	Partie N° 2		
73-74	34	Partie N° 3		
75-76	34	Partie N° 4		

ECHECS

73-74	37	Chronique pour non-joueurs	73-74	40
75-76	29	Fanchon joue aux échecs		
	37	Chronique pour non-joueurs	75-76	42
77-78	34	Propos de rentrée	77-78	11
79-80	29	Sherlock holmès	79-80	40

www.lepetitarchimede.fr

DIVERS

		PA A LU, VU, ENTENDU
75-76	30	Josef Hurwic
	32	La physique en questions
	33	Le jeu d'échecs
79-80	16	Le Cube Mode d'emploi
	19	L'Electricité solaire
		NOS AMIS
71-72	9	Le pied carré
73-74	36	Jeux, tu,ils
79-80	19	Math Jeunes
		HUMOUR
79-80	41	Le capitaine qui louche
75-76	33	Le trottoir d'en face
79-80	28	Au commissariat
75-76	39	Mots valise

COURRIER DES LECTEURS

73-74	47	L 146 $\pi = 1$?
		L 147 Triangle et soustraction

PAGES EN COULEURS

73-74	23	La chasse aux particules 1.2.3.4
75-76	32	5.6
77-78	25	7.8
79-80	41	9.10

www.lepetitarchimede.fr

www.lepetitarchimede.fr

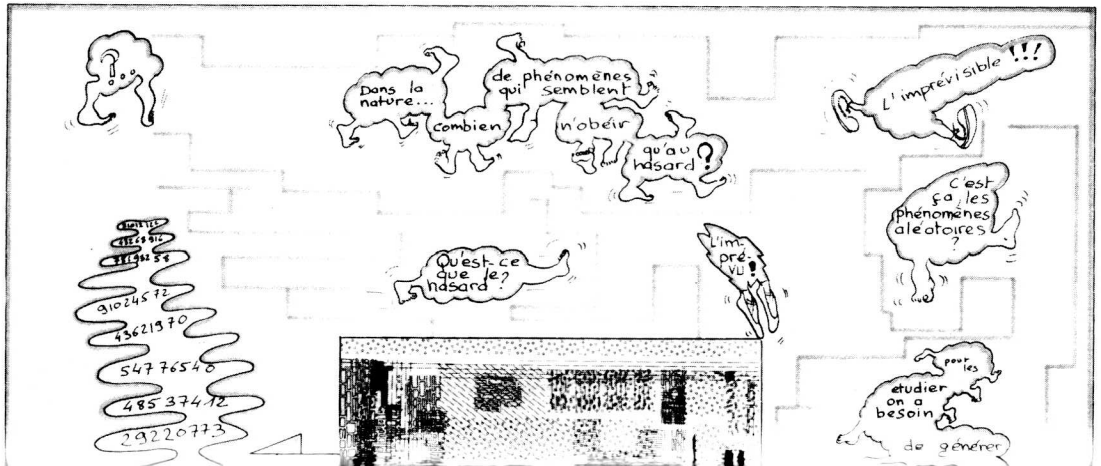
PRIX SCIENTIFIQUE PHILIPS POUR LES JEUNES

Une étude scientifique qui, partant d'une idée originale, développe, expérimente le sujet et aboutit à des conclusions.

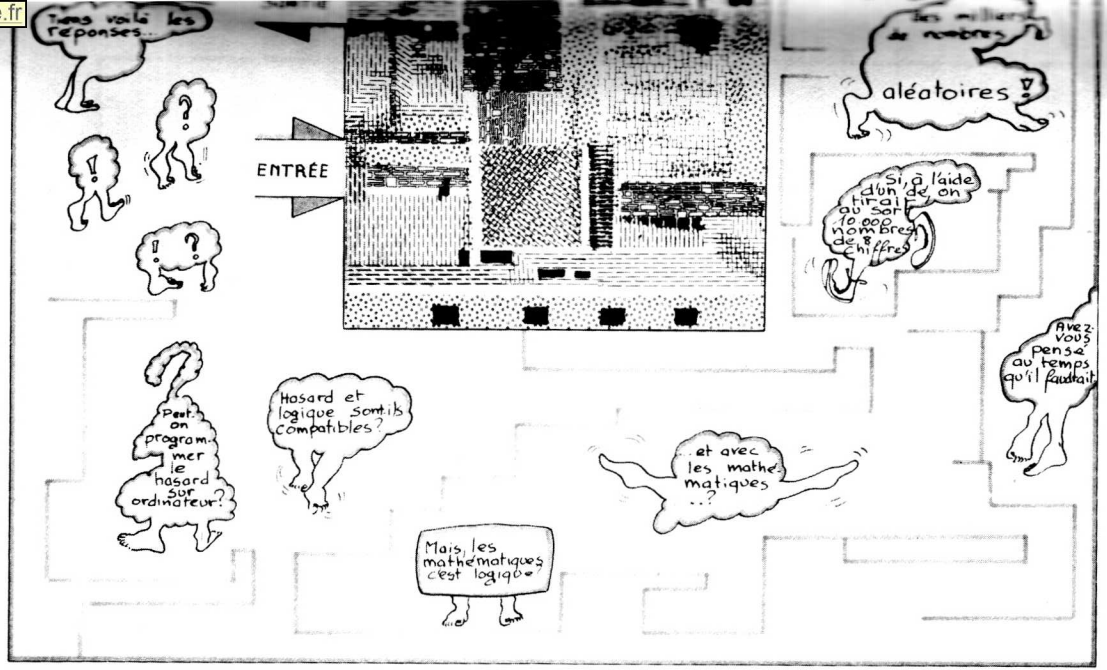
UNE RESERVE INEPUISABLE DE QUESTIONS

Pourquoi, alors qu'on en est au stade des études scolaires, effectuer des recherches scientifiques et concourir pour le Prix Scientifique Philips ? Avant tout, une curiosité d'esprit, un appétit de connaissance, est à la base de toute recherche. Est-ce question d'hérédité ? On rencontre, parmi les jeunes, des routiniers avant l'âge, des fantaisistes superficiels, des scolaires polarisés, mais aussi, fort heureusement, des esprits à la fois solides, méthodiques et ouverts aux curiosités. Ce sont les bons, ceux dont l'existence pourra devenir un émerveillement toujours renouvelé. Parfois, il leur manque une occasion, mais ils souhaitent se libérer du carcan scolaire et s'évader dans une recherche capable d'épanouir leur imagination et leur esprit créateur, leur personnalité.

L'occasion ? Elle peut se présenter spontanément, suscitée par une lecture, un contact personnel, mais, le plus souvent, il faut la chercher, la provoquer. Je souhaite que les récits des divers lauréats du Prix Philips puissent contribuer à ces orientations bénéfiques. Louis LEPRINCE-RINGUET (de l'Institut)



www.lepetitarchimede.fr



Une rencontre souvent décisive avec les plus hautes personnalités scientifiques.

Le Prix est ouvert à toutes les disciplines, dans la mesure où elles sont abordées avec un véritable esprit scientifique.
Son jury, composé de grands Scientifiques, est une occasion de rencontres exceptionnelles pour les candidats.

Le jury

Président

Louis LEPRINCE-RINGUET, de l'Institut

Membres du Comité

Pierre AUGER, de l'Institut ; Rémy CHAUVIN, Professeur à la Sorbonne ; Hubert CURIEN, Président du CNES ; Jean-François DENISSE, de l'Institut ; Jean DORST, de l'Institut ; Jean FOURASTIÉ, de l'Institut ; Pierre.-P. GRASSÉ, de l'Institut ; Claude GUILLEMIN, Inspecteur général du BRGM ; Pierre LÉPINE, de l'Institut ; Jacques LIONS, de l'Institut ; Louis NEEL, de l'Institut, Prix Nobel.

LE PETIT ARCHIMÈDE

Revue de l'Association pour le Développement de la Culture Scientifique
10 numéros par an

ABONNEMENT 1981 (nouveau tarif)

Abonnement de Soutien : 100F ☐ (1)
Abonnement de Bienfaiteur : 500F ☐ (1)
Abonnement ordinaire : 50 F ☐ (1)
Abonnements groupés (minimum 10) : 35 F
(Ils peuvent être servis à une ou plusieurs adresses) ☐ (2)

MAJORATION POUR TOUT ENVOI HORS EUROPE
ou PAR AVION (le préciser) de 50 %

Toutes les collections anciennes sont disponibles :

N° 1 à 10, 11 à 20, 21 à 30, 31 à 40, 41 à 50, 51 à 60 : 35F
Prix de vente au n° : 8F la collection 61 à 70 : 50 F ; 71 à 80 : 50 F

PRODUCTIONS SPECIALES

Le nouveau calendrier perpétuel : 50 F le paquet de cinquante ☐ (3)

Affiches (5 affiches : 15 F) (10 affiches : 25 F) ☐ (2)

N° Spécial PA Sp1 (index général PA1 à PA50) : 5 F ☐ (1)

N° Spécial Pi : 75 F - A partir de 4 exemplaires : 70 F l'unité
A partir de 10 exemplaires : 60 F l'unité ☐ (2)

NOM : Prénom :
Adresse d'expédition :
Code Postal : Ville :
Bureau distributeur :
Cette demande est à adresser exclusivement à :

ADCS - Abonnement - 61 rue St Fuscien 80000 AMIENS

Joindre chèque ou mandat à l'ordre de :

ADCS CCP 4736 63 W LILLE

(1) cocher les cases utiles
(2) Nombre d'exemplaires
(3) Nombre de paquets de cinquante cartes postales

LES ETABLISSEMENTS SCOLAIRES PEUVENT-ILS ÉVITER LES DEMANDES DE FACTURE ? MERCI

Adresser toute correspondance à :
Y. ROUSSEL - 61 rue St Fuscien 80000 AMIENS
Revue éditée par l'A.D.C.S. - Le Directeur de la publication J.C. HERZ
IMPRIMERIE I & RG AMIENS Tél. 92.60.16

© **Dépôt légal Mars 82** **N° 81.82.83 : 15 F**

www.lepetitarchimede.fr