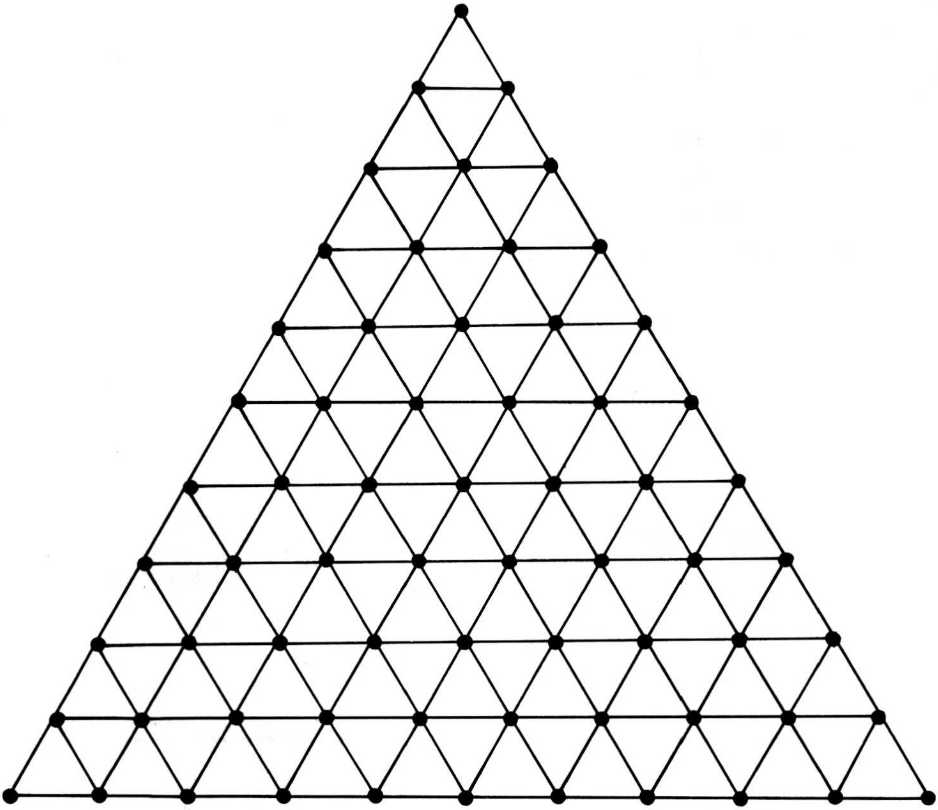
le petit archimède



COMBIEN Y A T-IL DE TRIANGLES ? VOIR PAGE 40

OCTOBRE 1982

PA 86 - 87

10 numéros par an

SOMMAIRE

Nos conventions : pour les «petits» facile
difficulté moyenne pour les grands

DE DEUX CHOSES L'UNE

P.A. va boucler sa neuvième année . S'engagera-t-il dans une dixième année qui se termina par un numéro 100 ? L'accroissement régulier des charges sans augmentation du nombre d'abonnés nous oblige à lancer un appel urgent : sans doublement (au moins) du nombre de ses abonnés, votre P.A. ne pourra plus être édité : de deux choses l'une : où vous trouverez au moins un nouvel abonné où P.A. cessera d'exister.

Y.R.

BILLARDS (2)

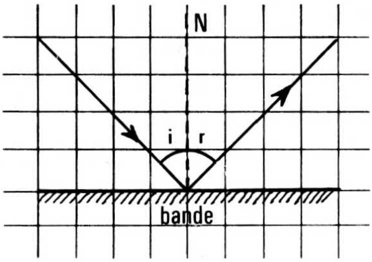
PA 21-22 proposait un texte signé Castor (Canada) qui a reçu peu de réponses, texte que nous rappelons :

«Des billards rectangulaires ABCD sont découpés suivant les lignes d'un quadrillage à mailles carrées. Les dimensions AB = h AD = v sont ainsi des nombres entiers. La boule initialement en A est poussée suivant la bissectrice de l'angle $\widehat{BAD}$. Elle rebondit sur chaque bande en faisant avec elle un angle de 45°. Après un certain parcours, elle atteint un coin. On l'y arrête.

Pour quelles dimensions du rectangle la boule arrive-t-elle en A ? en B ? en C ? en D ? Combien de carreaux la boule traverse-t-elle ?»

SOLUTION

Les billards véritables et les billards des problèmes ont un certain nombre de différences ! Dans ces derniers les dimensions des boules sont nulles, «l'effet» y est inconnu (la loi de la réflexion : i = r s'applique donc (fig. 1)). Grâce à quoi l'art du billard devient science !



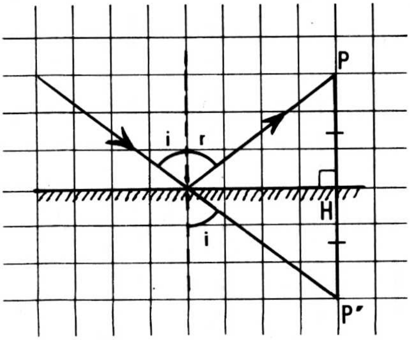


fig. 1

Nous allons traiter deux exemples :

exemple 1 - (fig. 2)

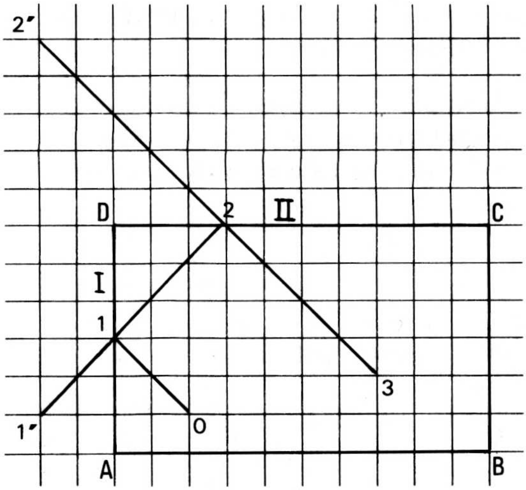
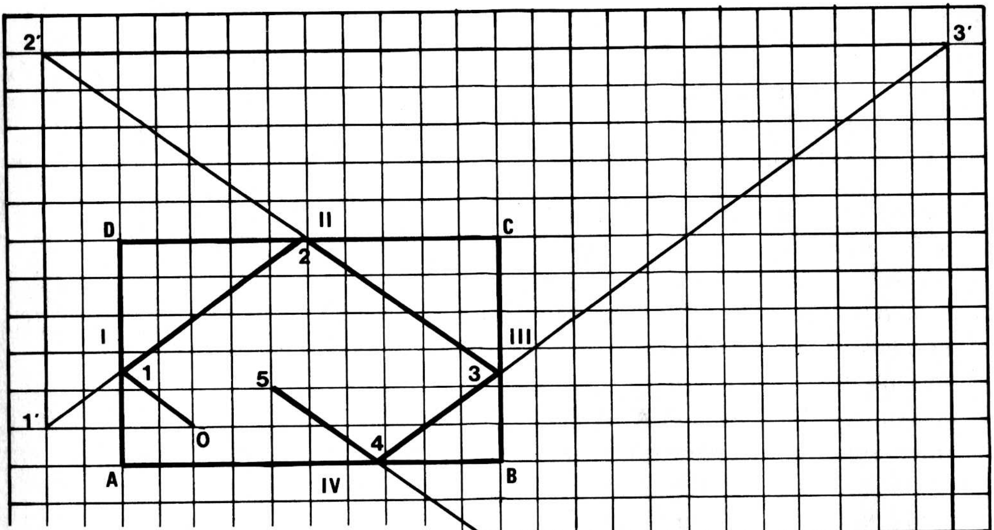


fig. 2

Soit à pousser la boule O sur la boule 3 en touchant les bandes I et II. On prend le symétrique 1' de O pour la bande I et le symétrique 2' de 1' pour la bande II.

2 est l'intersection de 2'3 avec II
1 est l'intersection de 1'2 avec I

La trajectoire cherchée est .
0 1 2 3



En touchant d'autres bandes il y a d'autres solutions.

Exemple 2 - (fig. 3) Soit à atteindre la boule 5 avec la boule 0. La figure montre les diverses phases de la construction :

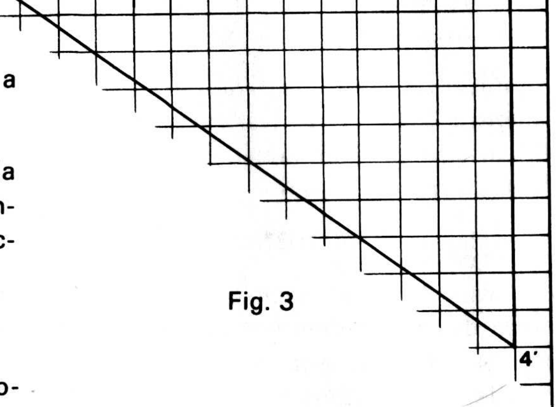


Fig. 3

Revenons maintenant au problème posé (fig. 4)

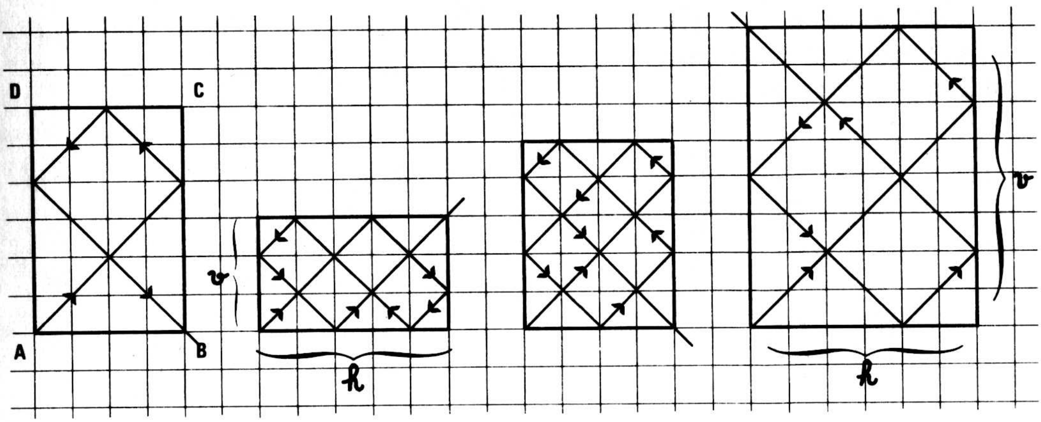


fig. 4

La position de la boule en A au départ nous amène à tracer non seulement les symétriques de la boule par rapport aux bandes mais les symétriques du billard lui-même, puis les symétriques des symétriques...

Les symétries successives ont pour effet de rectifier la ligne brisée trajectoire de la boule sur le billard lui-même.

On reconnaît sur le billard les différents segments de la trajectoire «déployée» A 7' (fig. 5).

On voit ainsi que vu l'angle choisi au départ les composantes des déplacements suivant les directions AB et AD sont égales.

Ces déplacements égaux (égaux à 15 dans la figure 5) sont multiples à la fois de la dimension h et de la dimension v du billard.

Le plus petit d'entre eux est le ppmc M de h et de v.

M représente le nombre des carreaux traversés.

La question 1 du problème était de savoir en quel coin du billard s'arrêtait la boule lancée.

Le schéma suivant (fig. 6) répond à la question. Il donne pour les valeurs

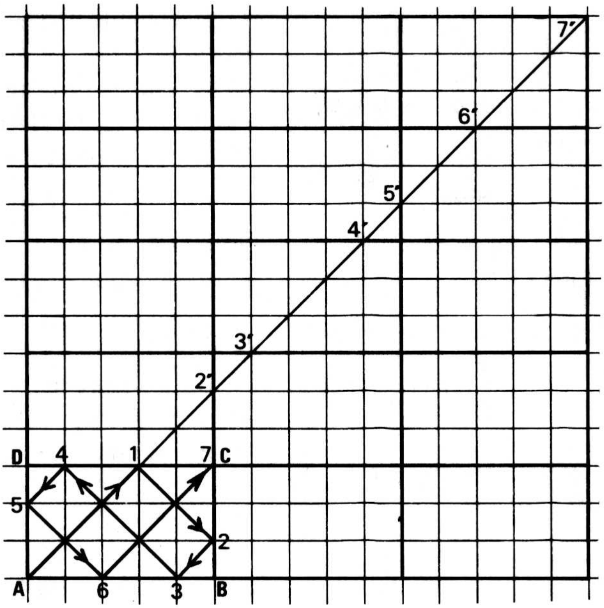


fig 5

Ces déplacements cessent lorsque la trajectoire rectifiée atteint un sommet du quadrillage dont les mailles sont égales au billard.

de h et de v inférieures à 9 le n° n du coin de sortie : B ⟶ 1, C ⟶ 2, D ⟶ 3. A ne peut être un coin de sortie.

fig. 6

v \ h	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9	2	1	2	1	2	1	2	1	2
8	3	3	3	3	3	3	3	2	3
7	2	1	2	1	2	1	2	1	2
6	3	2	3	1	3	2	3	1	3
5	2	1	2	1	2	1	2	1	2
4	3	3	3	2	3	3	3	1	3
3	2	1	2	1	2	1	2	1	2
2	3	2	3	1	3	2	3	1	3
1	2	1	2	1	2	1	2	1	2

CONSTRUCTION DU SCHEMA

Elle est basée sur 4 remarques :

1 - La symétrie des rôles de h et de v impose à deux nombres n symétriques par rapport à la diagonale $h = v$ d'avoir pour somme 4.

conséquence : si $h = v \Rightarrow n = 2$.

2 - Si $h' = kh$, $v' = kv$ ($k \in \mathbb{N}$) les numéros n sont les mêmes.

3 - Pour les valeurs impaires de h les colonnes du tableau sont

2 3 2 3 2 3...

4 - Pour les valeurs impaires de v les lignes du tableau sont :
2 1 2 1 2 1

L'application de ces remarques conduit pour h = 2 à la colonne 12131213...

pour h = 4 à la colonne :
1 1 1 2 1 1 1 3 1 1 1 2 1 1 1 3..

pour h = 8 à la colonne :
1 1 1 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 3
pour $h = 2^n$ à des résultats analogues la période doublant chaque fois.
pour $v = 2, 4, \ldots 2^n$ à des résultats analogues (1 et 3 échangeant leurs rôles).

Ces lignes et colonnes remplies, il reste à placer, partout où il n'y a rien, le motif :

2	1	2
3	2	3
2	1	2

Une application :

si $\begin{cases} h = 1431 \\ v = 1789 \end{cases}$

1431 précède un multiple de 4, on est dans la dernière colonne du motif
1789 suit un multiple de 4, on est dans la ligne du bas du motif,

donc : n = 2

Pour les valeurs de h et de v non multiples de 4, si on appelle x et y leurs restes par 4, la valeur de n est :

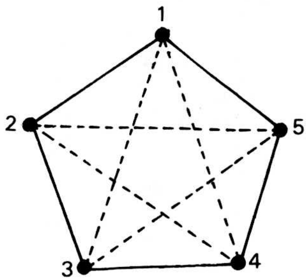
$2 + (x-2)^2 - (y-2)^2$

Cette expression donne le terme du motif correspondant à x et y.
Pour h multiple de 4, v non multiple de 4 $\Rightarrow n = 1$
Pour v multiple de 4, h non multiple de 4 $\Rightarrow n = 3$
Pour h multiple de 4 et v multiple de 4, on travaille sur les quotients h_1, et v_1 par 4 de h et de v comme on l'a fait pour h et v.
puis, si nécessaire, sur les quotients h_2 et v_2 de h_1 et v_1 par 4...etc...

TRIANGLES FRERES

Prenons dans le plan ou dans l'espace huit points, (Par exemple les huits coins d'une pièce) tels qu'il n'y en ait pas trois d'alignés. Entre chaque paire de points tendons une ficelle soit bleue, soit rouge. Cela donne une figure contenant beaucoup de triangles : trois points quelconques de nos points de départ définissent un triangle, chaque fois ses côtés sont bleus ou rouges. On dira qu'un triangle est **monocolore** si ses trois côtés sont de la même couleur. Et on dira que deux triangles sont **frères** s'ils sont monocolores et de la même couleur ;autrement dit si tous leurs côtés sont de la même couleur.

Est-il possible de déposer les ficelles de façon à ce qu'il n'y ait pas de triangles frères ou bien au contraire y-a-t-il forcement des triangles frères ? Pour aborder cette question voyons ce qui se passe si au lieu de partir de n= 8 points on part de n=5 points. La configuration suivante montre qu'il peut n'y avoir aucun triangle monocolore, donc pas de triangles frères.



rouge - - - - -   bleu ———

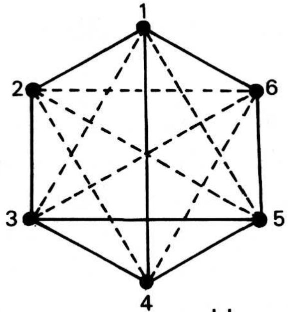
Passons au cas n=6 points :1, 2, 3, 4, 5, 6. Du point 1 partent 5 ficelles, donc au moins 3 d'entre elles sont d'une même couleur α (bleue ou rouge) et relient 1 à 3 points = a, b, c. Soit l'un des côtés du triangle abc est de la couleur α et il existe un triangle monocolore. Soit les trois côtés de abc sont de l'autre couleur : β, et c'est abc qui est monocolore.

Donc il y a au moins un triangle monocolore. Quitte à renuméroter les points on peut supposer que ce premier triangle monocolore est 1, 2, 3, de couleur α. Montrons qu'il y a au moins un second triangle monocolore. Soit le triangle 4, 5, 6 est monocolore et c'est terminé, soit il ne l'est pas et il possède au moins un côté : ab de l'autre couleur β. Si de a (ou de b) partaient 2 ficelles de couleur α vers les points 1, 2, 3 il y aurait un deuxième triangle monocolore de couleur α. Sinon de a et de b partent au moins deux ficelles de couleurs β. Ces 4 ficelles aboutissent à 3 points, donc au moins deux d'entre elles arrivent à un même point x le triangle abx est de couleur β. Donc si n=6 il y a au moins deux triangles monocolores, mais ils ne sont pas forcément frères comme le montre l'exemple ci-contre qui possède seulement deux triangles monocolores :

2 4 6 (rouge) et 3 4 5 (bleu)

Ce n'est qu'à partir de n=7 points que l'on peut affirmer qu'il y a **au moins deux triangles frères**. En effet, d'après l'étude du cas n=6 il y a au moins un triangle monocolore. Soit a un de ses sommets. Les 6 autres points donnent une configuration contenant deux autres triangles monocolores : ce qui fait 3 triangles monocolores. Il y a donc nécessairement 2 triangles frères. Mais on peut aussi remarquer qu'il y a au moins 4 triangles monocolores. Car si les 3 triangles monocolores précédemment trouvés n'avaient pas de sommet combien mun il y aurait au moins 9 (=3X3) points alors que n=7.

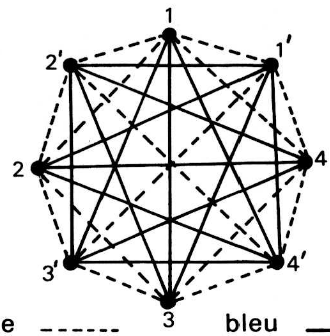
Donc au moins 2 des trois triangles monocolores ont un sommet commun x. Les 6 points autres que x forment une configuration contenant au moins 2 triangles monocolores, ce qui ajouté aux deux précédents en fait bien au moins 4. il n'est pas possible d'améliorer ces résultats comme le montre la configuration obtenue à partir de celle donnée dans le cas n=6 en joignant le 7ème point par des ficelles rouges à 1, 4, 5, et par des ficelles bleues à 2, 3, 6. Elle contient deux triangles frères rouges (et deux triangles frères bleus).



rouge - - - - - - -   bleu ———

Passons au cas n=8 d'après ce qu'on vient de voir il y a au moins 4 triangles monocolores et au moins un sommet x commun à 2 triangles. Si on enlève x il reste 7 points d'où 4 autres triangles monocolores, ce qui fait un minimum de 6 triangles monocolores. Il en résulte qu'au moins un des points z est sommet commun à 3 triangles monocolores. (Car 3x6 = 18 > 16 = 2x8). En enlevant z il reste 7 points qui déterminent au moins 4 triangles monocolores, ajoutés aux 3 passant par z cela prouve qu'il y a au moins 7 triangles monocolores, **donc au moins 4 triangles frères.**

La configuration suivante montre que ce minimum peut être réalisé car elle contient 4 triangles frères rouges et 4 triangles frères bleus.



rouge - - - - - -   bleu ———

On peut poursuivre en envisageant le cas n=9 : il y a au moins un sommet commun à 3 triangles monocolores, les 8 points restant définissent au moins 7 triangles monocolores, ce qui en fait au moins 10. Comme $3x10=30>27=3x9$ il y a au moins un point y commun à 4 triangles monocolores. En enlevant y il reste 8 points définissant au moins 7 triangles monocolores, donc il y a au moins $4+7=11$ triangles monocolores, et par suite **au moins 6 triangles frères**. Ce minimum est réalisé en joignant le 9eme point avec des ficelles bleues à 1, 2, 3, 4 et avec des ficelles rouges à 1', 2', 3', 4' dans la figure précédente.

Pour n= 10 le nombre minimum de triangles frères est 10. Le lecteur peut-il le prouver ? (pour réaliser ce minimum il suffit , dans la ligne précédente de joindre le 10eme point avec des ficelles rouges à 1, 2, 3, 4 avec des ficelles bleues à 1', 2', 3', 4', la couleur de la ficelle joignant au 9eme point n'a pas d'importance).

résumé des conclusions :

nombre des points : n =	4	5	6	7	8	9	10
nombre minimum de triangles frères :	0	0	1	2	4	6	10

D. ROUX.

LE COIN DES PHILOSOPHES : Un problème de décision : le dilemne des prisonniers

Je vais vous parler aujourd'hui de ce qu'on appelle «le dilemne du prisonnier».

Deux prisonniers sont présumés avoir commis un crime ensemble. Le juge qui prend contact avec eux séparément leur propose le marché suivant :

- cinq ans de prison à chacun des deux si les deux avouent,
- deux ans à chacun des deux si aucun n'avoue,
- acquittement à celui qui avoue,
- dix ans de prison à l'autre.

Il est évident que si les deux prisonniers pouvaient se concerter, ils décideraient de n'avouer ni l'un, ni l'autre et ne feraient que deux ans de prison. Mais ils doivent décider séparément : s'ils sont tous deux de bons stratèges, ils feront tous deux 5 ans de prison. Pourquoi ?

Essayez d'expliquer ce paradoxe.

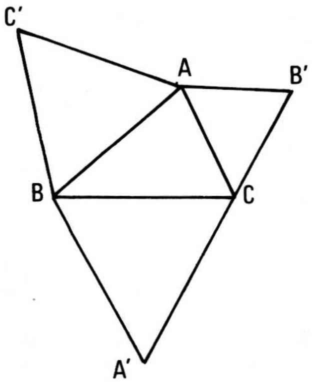
Cherchez des situations où se retrouvent des structures analogues.

Il est rappelé à nos jeunes lecteurs qu'ils auraient tort de croire que la logique formelle suffit lorsqu'on veut analyser des situations réelles.

Alice

LE PROBLÈME DE NAPOLÉON

Napoléon. Ce nom évoque surtout une carrière militaire fulgurante, résumée en trois tableaux : le soleil d'Austerlitz, Moscou en flammes et le dernier carré à Waterloo. Mais l'homme qui fit pendant seize ans l'histoire tragique de l'Europe a aussi laissé une légère trace en géométrie. Voici le problème qu'il inventa :



Dans cette figure, un triangle quelconque T (ou ABC) porte trois triangles équilatéraux. Il faut montrer que les centres de leurs cercles circonscrits sont les sommets d'un triangle équilatéral.

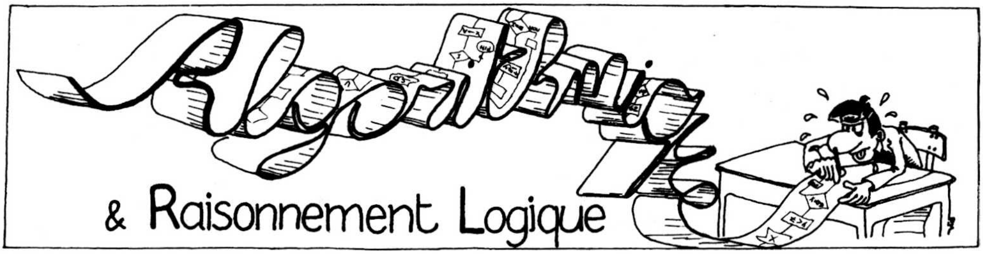
Au 17ème siècle, Torricelli, l'inventeur du baromètre, et le grand mathématicien Fermat, conseiller au parlement de Toulouse, avaient déjà examiné cette figure. Le premier remarqua que les trois cercles concourent (au «point de Torricelli» de T) ce que vous démontrerez sans peine. Le second montra que les droites AA', BB', CC' sont concourantes (au «point de Fermat» de T).

Si le point de Torricelli est intérieur à T, il a une propriété remarquable : de tous les points du plan (et de l'espace) il est celui dont la somme des distances aux sommets de T est minimale. Et sinon ? Alors, chose curieuse, c'est le sommet de l'angle obtus de T qui a cette propriété.

Tout le monde connaît la figure de Pythagore, le «moulin à vent», un triangle rectangle portant trois carrés. Et chacun sait le théorème de Pythagore, «le pont aux ânes» de jadis : l'aire du grand carré est égale à la somme des aires des deux autres. Vous en déduirez facilement que dans la figure de Napoléon (lorsque T est un triangle rectangle), l'aire du grand triangle équilatéral est égale à la somme des aires des deux autres.

Si le triangle T est aplati, la figure ci-dessus conserve, à peu de chose près, les propriétés mentionnées ici. Peut-être vous amusera-t-il de le constater et de résoudre dans ce cas simple le problème de Napoléon.

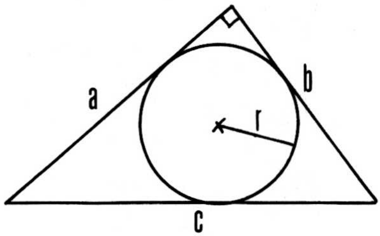
E. EHRHART - Strasbourg



PROBLEME ARL 86-1

Les factorielles sont de très gros nombres. Ainsi un rapide emploi de la formule de Stirling nous indique que 1982 ! ne comporte pas moins de 5677 chiffres. Mais :

Par combien de zéros se termine le nombre (1982 !) ?



PROBLEME ARL 86-2

Il ne s'agit pas ici d'algorithmique, mais d'un des nombreux problèmes inspiré par les triangles de Pythagore (triangles rectangles ayant leurs 3 côtés entiers) dont un autre exemple vous est donné plus loin, dans les compléments d'ARL 68-1

Prouver que dans tout triangle de Pythagore, la longueur du rayon du cercle inscrit est toujours un nombre entier.

a, b, et c entiers

$\Rightarrow$ r entier ?

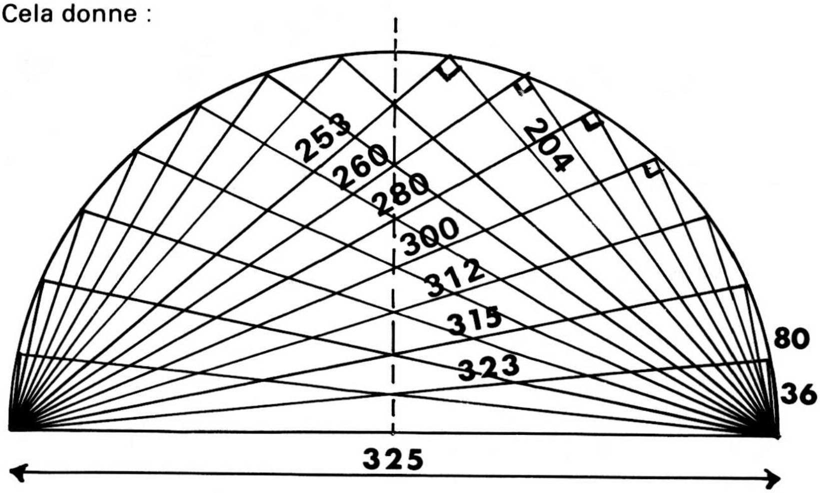
Compléments ARL 68-1

Quels sont les plus petits z $\in \mathbb{N}$ dont le carré est décomposable en n sommes différentes de deux carrés non nuls ?

Ce problème a déjà eu une esquisse de solution dans PA 73. C'est ainsi ainsi que pour n=7, j'avais indiqué que le plus petit z était 325, son carré étant décomposable des façons suivantes :

$$\left.\begin{aligned} 325^2 &= 36^2 + 323^2 \\ &= 80^2 + 315^2 \\ &= 91^2 + 312^2 \\ &= 125^2 + 300^2 \\ &= 165^2 + 280^2 \\ &= 195^2 + 260^2 \\ &= 204^2 + 253^2 \end{aligned}\right\} \text{7 façons}$$

C'est tout à fait remarquable ! Imaginez que dans un demi-cercle de diamètre 325, on arrive à tracer 14 triangles rectangles ayant leurs côtés **entiers.** Cela donne :



Mais la résolution proposée dans PA 73 pour trouver les z passait par un programme «bête et méchant» qui essayait les unes après les autres toutes les possibilités. Je vous demandais alors de m'écrire si vous trouviez une solution mathématique. Suite à cet appel, j'ai reçu une lettre très intéressante et originale de Denis EXCOFFIER, de Saint Michel de Maurienne, ne comportant pas moins de 10 pages et que je ne peux donc vous retranscrire ici. Mais voici les résultats auxquels il est arrivé :

> 1° Calculer $T = 2n + 1$
>
> 2° Décomposer t en facteurs premiers
>
> $$T = N_1 \times N_2 \times \ldots \times N_k$$
>
> 3° Alors
>
> $$z = \alpha_1^{\frac{(N_k-1)}{2}} \times \alpha 2^{\frac{(N_{k1}-1)}{2}} \times \ldots \times \alpha_k^{\frac{(N_1-1)}{2}}$$
>
> où les α_i sont les nombres premiers de la forme $4m + 1$
>
> (ainsi : $\alpha_1=5$, $\alpha_2=13$, $\alpha_3=17$, $\alpha_4=29$,...)

Vérifions pour n=7 :

1) $T=2\times7+1=15$

2) $T=3\times5$

3) $Z=5^{(5-1)/2} \times 13^{(3-1)/2} = 5^2 \times 13 =$ 325

Ça marche ! Quant à n=13 que nous n'avions pu calculer :

1) $T=2\times13+1=27$

2) $T=3\times3\times3$

3) $Z=5^{(3-1)/2}\times13^{(3-1)/2}\times17^{(3-1)/2}$ $=5\times13\times17=1105$

Bien sûr, les résultats de M. EXCOFFIER n'indiquent pas quelles sont ces 13 décompositions en sommes de 2 carrés, mais il est facile de les retrouver par un rapide calcul informatique, et on vérifie bien :

$$1105^2 = \left.\begin{array}{r}47^2 + 1104^2\\ 105^2 + 1100^2\\ 169^2 + 1092^2\\ 264^2 + 1073^2\\ 272^2 + 1071^2\\ 425^2 + 1020^2\\ 468^2 + 1001^2\\ 520^2 + 975^2\\ 561^2 + 952^2\\ 576^2 + 943^2\\ 663^2 + 884^2\\ 700^2 + 855^2\\ 744^2 + 817^2\end{array}\right\}\ \text{13 façons}$$

Mais, vous, que pensez-vous des résultats de notre lecteur ? Sont-ils toujours justes ? Si oui, trouverez-vous une démonstration mathématique ?

Car comme le dit lui-même M. EXCOFFIER «je n'ai rien démontré, j'ai juste suivi l'intuition». Je peux vous indiquer que ce dernier est parti de la formule de Liouville que voici :

> Le nombre de points P_n a coordonnées entières situés à l'intérieur ou sur le cercle centré en un point entier, de rayon $\sqrt{n}$ est :
>
> $P_n = 1 + 4(E(n) - E(n/3) + E(n/5) - E(n/7) \ldots)$
>
> où E (x) est la partie entière de x.

J'attends vos lettres et nous en reparlerons dans un prochain PA.

Nouveaux compléments ARL 71-2

Ce problème continue, si j'en juge par le courrier reçu, à vous passionner. Faisons le point sur ce qui a déjà été publié sur cette question (cf PA 71, 77 et 79).

Il s'agit de trouver **tous** les entiers égaux à la somme de leurs chiffres élevés à la puissance n. Bien sûr, plus n est grand, plus il devient difficile de trouver ces entiers. Les solutions déjà publiées vont jusqu'à n = 6 :

S1 = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
S2 = {1}
S3 = {1, 153, 370, 371, 407}
S4 = {1, 1634, 8208, 9474}
S5 = {1, 4150, 4151, 54748, 92727, 93084, 194979}
S6 = {1, 548834}

Un programme de résolution publié page 13 de PA 77 en BASIC était volontairement simple, et donc un peu stupide. François Frédéric OZOG, élève de Seconde au Puy, propose fort justement pour l'améliorer de «mémoriser toutes les puissances de 2 à 9 des chiffres de 2 à 9 ; donc au lieu de calculer et d'additionner les puissances n^{ieme} des chiffres, l'ordinateur n'avait plus qu'à les additionner».

Grâce à cette remarque, ainsi qu'un ITT 2020, il trouve :

S7 =(1,1741725,4210818,9800817, 9926315,14459929)

Ce lecteur a même commencé à explorer S8, mais n'a pu en trouver tous les éléments.

Luc-Olivier POCHON, de Corcelles (Suisse), fait une nouvelle remarque judicieuse : «Pour faire ce travail j'ai plutôt envisagé la facette combinatoire du pb (1143, 4311, 1431,... ont même SCPn). Ce qui diminue fortement le nombre de calculs à effectuer. Dans le cas n=8 (et donc p=9 au maximum) il y a 35750 nombres qui diffèrent à une permutation des chiffres près. On voit donc l'économie»

A ce sujet, êtes-vous d'accord avec son résultat de 35750, et quelle formule **la plus simple possible** proposez-vous pour dénombrer les calculs par sa méthode ?

En tout cas, sa remarque lui a permis de résoudre S7, où il retrouve bien sûr les mêmes résultats que M. OZOG, et S8 :

S8={1,24678050,24678051, 88593477}

Quant à S9, il peut seulement indiquer que **font partie** de cet ensemble les entiers :

1
146.511.208
472.335.975
534.494.836
912.985.153

Mais j'affirme à M. POCHON que S9 ne comporte pas d'autres éléments que les 5 qu'il a trouvés.

Et je peux vous annoncer en première exclusivité :

S10=(1,4.679.307.774)

Donc 4.679.307.774 est **le seul** nombre (hormis 1, qui est une solution triviale) qui est égal à la somme de ses chiffres élevés à la puissance 10 :

$4.679.307.774 = 4^{10} + 6^{10} + 7^{10} + ... + 4^{10}$

Qui pourra trouver S11 où même S12 ?

Envoyez votre courrier concernant cette rubrique à :

Christian BOYER
Le Petit Archimède ARL
61 rue Saint Fuscien
80000 AMIENS

Il est attendu avec intérêt et sera lu avec attention.

ÉNONCÉ

746 = 175 + 571

746 est donc la somme de deux nombres X et Y dont chacun est l'image-miroir de l'autre.

Quels nombres entiers n compris entre 700 et 800 peuvent être décomposés en de telles sommes ?

JE T'AI ASSEZ VU

Auteur : J. Cottereau

Ce problème est une version du problème posé en 1850 par T.P. Kirkman, mathématicien anglais.

Dans une classe, sur chacun des 4 bancs sont assis 4 élèves. Peut-on permuter chaque jour les élèves de façon que chaque paire d'écoliers se trouve une fois et une seule sur le même banc ?

Pendant combien de jours cela est-il possible ?

REPONSES

Chaque jour un élève a trois voisins ; or il doit avoir 15 voisins. Si le problème est possible, 5 jours sont donc nécessaires.

Appelons $0_0\ 0_1\ 0_2\ 0_3\ 0_4$, $1_0\ 1_1\ 1_2\ 1_3\ 1_4$, $2_0\ 2_1\ 2_2\ 2_3\ 2_4$ et Z les matricules des élèves ; l'emploi de Z économise une "cinquaine".

1 - On construit le tableau des permutations en deux temps :

1 - les chiffres de base sont les mêmes pour chacun des jours

2 - les chiffres des unités s'obtiennent en majorant de 1 (modulo 5) ceux du jour précédent occupant les mêmes places.

Le lecteur terminera sans peine le tableau commencé.

1er jour	2e jour	3e jour	4e jour	5e jour
$0_1 1_2 1_3 0_4$	$0_2 1_3 1_4 0_0$			
$1_1 2_2 2_3 1_4$	$1_2 2_3 2_4 1_0$			
$2_1 0_2 0_3 2_4$	$2_2 0_3 0_4 2_0$			
z $0_0 1_0 2_0$	z $0_1 1_1 2_1$			

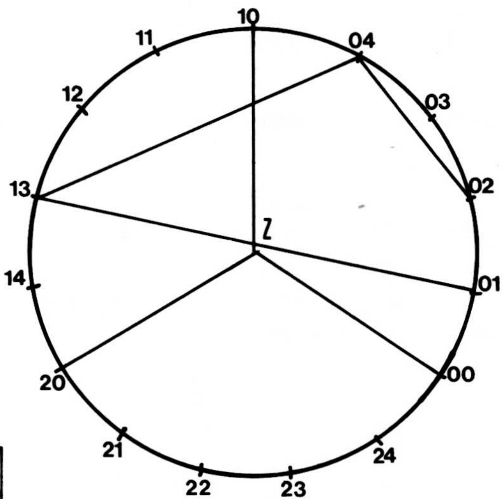
2- On associe à la classe un cercle de centre Z et les 15 sommets du pentédécagone régulier inscrit. On trace le quadrilatère dessiné et l'étoile Z, 00; Z,10 ; Z,20.

Réalisation des groupements :

Pour le 1er jour le quadrilatère et ses transformés par les rotations (Z, + 120°) (Z, - 120°) et l'étoile Z,00, 10, 20.

Pour les jours suivants on fait subir aux groupements ci-dessus des rotations de centre Z et d'angles 24°, 48°, 72°, 96°.

Le lecteur pourra construire le nouveau tableau.



JE T'AI ASSEZ VU (solution conduisant à un autre tableau).

Divisons la classe en cinq ensembles de trois élèves et un isolé Z :

$\{a_1\ a_2\ a_3\}$ $\{b_1\ b_2\ b_3\}$ $\{c_1\ c_2\ c_3\}$
$\{d_1\ d_2\ d_3\}$ $\{e_1\ e_2\ e_3\}$

Le 1er jour où un des bancs est occupé par ($Z\ a_1\ a_2\ a_3$) les autres le sont par des b c d e affectés d'indices convenables.

Cela peut être $b_1\ c_1\ d_1\ e_1$,
$b_2\ c_2\ d_2\ e_2$,
$b_3\ c_3\ d_3\ e_3$

Les autres jours on peut placer les a avec leur indice et même leur associer les éléments d'un autre ensemble affectés du même indice

$Z\ a_1\ a_2\ a_3$	$Z\ b_1\ b_2\ b_3$	$Z\ c_1\ c_2\ c_3$	$Z\ d_1\ d_2\ d_3$	$Z\ e_1\ e_2\ e_3$
$b_1\ c_1\ d_1\ e_1$	$a_1\ c_1\ d\ \ e$	$a_1\ b_1\ d\ \ e$	$a_1\ b\ \ c\ \ e_1$	$a_1\ b\ \ c\ \ d_1$
$b_2\ c_2\ d_2\ e_2$	$a_2\ c_2\ d\ \ e$	$a_2\ b_2\ d\ \ e$	$a_2\ b\ \ c\ \ e_2$	$a_2\ b\ \ c\ \ d_2$
$b_3\ c_3\ d_3\ e_3$	$a_3\ c_3\ d\ \ e$	$a_3\ b_3\ d\ \ e$	$a_3\ b\ \ c\ \ e_3$	$a_3\ b\ \ c\ \ d_3$

Le tableau n'est donc pas terminé.

Les 2ème et 3ème jours les colonnes d se complètent par les indices déduits par permutation circulaire :

d_2 et d_3
d_3 $\quad d_1$
d_1 $\quad d_2$

les mêmes jours dans les colonnes e on met les indices :

3 2
1 3
2 1

les 4ème et 5ème jours on forme des combinaisons nouvelles en affectant aux colonnes de b les indices qui viennent d'être attribués aux colonnes de d, et aux colonnes de c, ceux qui ont été donnés aux éléments e.

On obtient donc en définitive :

$Z\ a_1\ a_2\ a_3$	$Z\ b_1\ b_2\ b_3$	$Z\ c_1\ c_2\ c_3$	$Z\ d_1\ d_2\ d_3$	$Z\ e_1\ e_2\ e_3$
$b_1\ c_1\ d_1\ e_1$	$a_1\ c_1\ d_2\ e_3$	$a_1\ b_1\ d_3\ e_2$	$a_1\ b_2\ c_3\ e_1$	$a_1\ b_3\ c_2\ d_1$
$b_2\ c_2\ d_2\ e_2$	$a_2\ c_2\ d_3\ e_1$	$a_2\ b_2\ d_1\ e_3$	$a_2\ b_3\ c_1\ e_2$	$a_2\ b_1\ c_3\ d_2$
$b_3\ c_3\ d_3\ e_3$	$a_3\ c_3\ d_1\ e_2$	$a_3\ b_3\ d_2\ e_1$	$a_3\ b_1\ c_2\ e_3$	$a_3\ b_2\ c_1\ d_3$
1er jour	2e jour	3e jour	4e jour	5e jour

PA A LU, VU, ENTENDU :
«Les chroniques de Rose Polymath»
par Ian Stewart

Dire que notre siècle est le siècle de l'image est devenu un truisme. C'est ainsi que la Bande Dessinée a acquis ses lettres de noblesse. Naguère, on parlait d'«illustrés» et leur lecture était perçue comme un divertissement puéril. Aujourd'hui, on dit «B.D», et il est clair que l'on a affaire à un nouveau mode d'expression. Outre sa vocation première de narration romanesque, ce mode d'expression se met au service d'autres messages, en particulier : la **vulgarisation scientifique.** Nos lecteurs en savent quelque chose, qui peuvent suivre «la chasse aux particules» en couleurs, au centre de leur P.A.

Dans le même ordre d'idées, nous pouvons signaler la parution des «**Chroniques de Rose Polymath**», une série d'albums de Ian Stewart. L'auteur est un mathématicien anglais, déjà connu par des ouvrages universitaires qui manifestent un réel talent pédagogique joint, bien entendu, à une grande maîtrise des sujets traités. Mais cette fois, c'est en français et en dessins qu'il s'adresse à nous.

L'héroïne, Rose Polymath, est une une extra-terrestre habitant la planète Ombilicus. Dans le premier album, intitulé «Oh ! Catastrophe», tout commence lorsqu'elle veut s'asseoir sur une scie, préalablement coincée entre deux troncs d'arbres.

Son poids fait ployer la scie qui change brusquement de forme et l'envoie dans les pâquerettes. Elle va alors expliquer ce phénomène à son ami Gaston, et à nous par la même occasion. Ce modeste incident est choisi comme exemple d'une théorie mathématique qui n'est rien moins qu'élémentaire : **la théorie des catastrophes**, due au mathématicien français René Thom. Comme nous le voyons dans la suite, cette doctrine permet de décrire d'autres situations, comme le comportement d'un individu sous l'influence de la peur et de la colère, l'ébullition d'un liquide, la diffraction d'un rayon lumineux, etc... Le mariage original du graphisme et du texte nous permet d'acquérir quelques lueurs sur cette théorie, dont l'exposé rigoureux nécessiterait de solides connaissances en géométrie différentielle.

Le second album traite d'objets dont nous avons parlé ici, tels que la courbe de Von Koch, le flocon de neige de Mandelbrot, la courbe-dragon (voir PA 49-50, 57-58, 71 à 78) : «**Les Fractals**». Ce sont des êtres mathématiques auxquels on peut raisonnablement attribuer une dimension qui n'est pas un nombre entier. Ici encore, ce sont des situations concrètes et amusantes qui nous conduisent aux concepts mathématiques :

Rose Polymath et Gaston doivent mesurer la longueur du littoral entre deux points donnés et trouvent qu'on peut la considérer comme **infinie**.

Puis ils fabriquent un fromage avec tant de trous que son volume est nul et que sa dimension vaut 2,7268 : c'est l'éponge de Sierpinski. Enfin, nous voyons se multiplier les phénomènes que l'on peut représenter par des fractals : les tourbillons d'un liquide, les arbres, les montagnes, les nuages. On apprend pourquoi, la nuit, le ciel est noir et on lit en conclusion «l'Univers est un fractal».

Dans les deux cas, l'intérêt est double ; l'auteur nous expose des théories mathématiques contemporaines, il nous montre qu'elles s'appliquent à la réalité et, ce faisant, il nous convie à réfléchir sur un problème philosophique éternel et actuel : les relations entre le monde réel et la science qui a vocation d'en fournir des **modèles**.

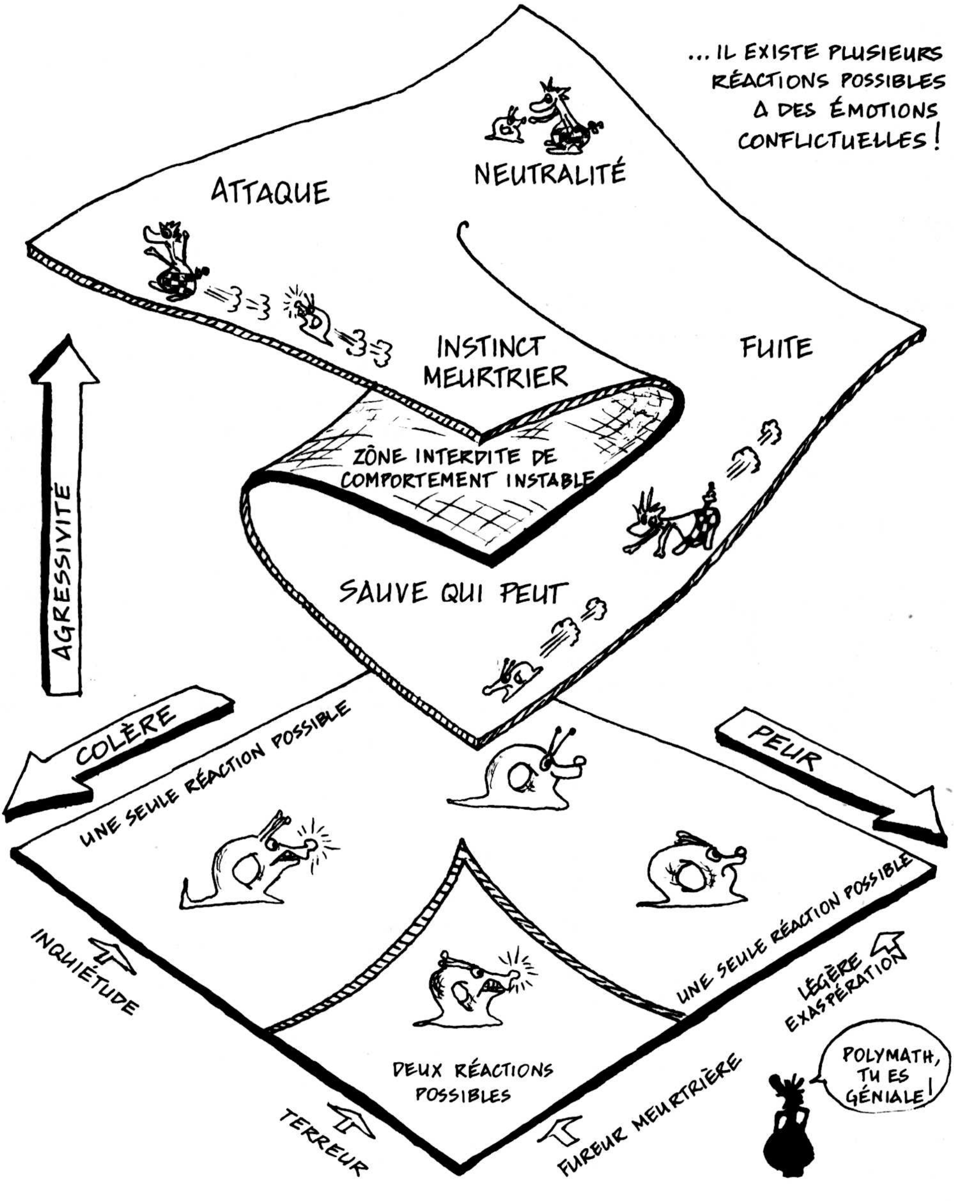
S'il faut tempérer ces éloges de quelques réserves, c'est sur la forme que je ferai porter ma critique. La matière expliquée est déjà assez compliquée pour que l'on n'y rajoute pas des fioritures telles que la définition rigoureuse de la colère du «kleps» (animal de la planète Ombilicus), les phénomènes consécutifs à l'existence de deux soleils sur cette planète, le percement de trous carrés avec une tarière, etc... De plus, les extra-terrestres à trois yeux et à mille pattes manquent un peu de grâce. On me permettra de leur préférer la charmante Sophie, compagne d'Anselme Lanturlu dans une autre série d'albums à contenu scientifique publiés par le même éditeur.

Des esprits chagrins ont pu traiter de haut ces petits albums. Nous ne contresignerons pas leurs condamnations. Bien sûr, il ne s'agit pas de «démocratiser» la science, elle est déjà la chose la plus démocratique qui soit. On se souvient de l'anecdote rapportant la fière réponse d'Euclide au roi Ptolémée : «En géométrie, il n'y a pas de voie particulière pour les rois». Mais on peut **vulgariser**, c'est-à-dire répandre la culture scientifique, en trouvant de nouvelles procédures d'exposition ou en usant de nouveaux modes d'expression. C'est le souci constant de l'équipe du «Petit Archimède» et apparemment, c'est aussi celui de Ian Stewart.

R.C.

Ian Stewart : les chroniques de Rose Polymath. Deux albums parus : «Oh ! Catastrophe», «Les Fractals». Belin Editeur.

ROSE AVAIT COMPRIS UNE **VÉRITÉ** UNIVERSELLE ; CETTE RÉVÉLATION AURAIT FAIT BONDIR ARCHIMÈDE DE SA BAIGNOIRE :



(Extrait de Oh! Catastrophe)

L'I.L.F. du P.A.

P.A.* CHEZ LES ALUTORS

Dans le grand Nord, près de l'Alaska, il en reste encore entre 500 et 700 qui parlent leur langage, surtout des vieux. Les jeunes se russifient de plus en plus. Vite, il faut recueillir les vestiges de cet idiome fort curieux avant qu'il ne s'éteigne à tout jamais comme de nombreux autres dont il ne nous reste plus, hélas ! que le souvenir. Les linguistes soviétiques s'y emploient de leur mieux.

Mentir est impossible

La langue alutore dispose d'un très grand nombre de prénoms, incomparablement plus que le français (les noms de famille n'existent pas). Pratiquement, on ne trouve pas deux personnes de même prénom, celui-ci devient inséparable de l'individu qui le porte.

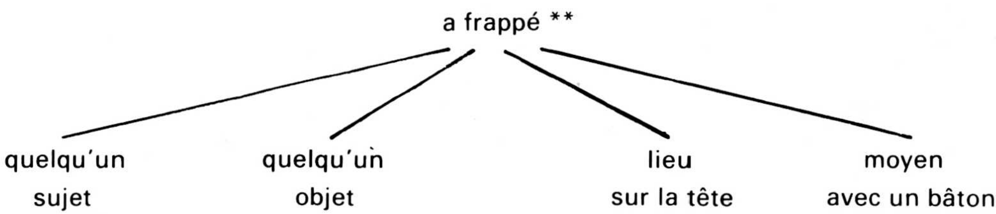
Un linguiste voulant connaître le régime du verbe **frapper** demanda de traduire:

«Yottighine a frappé son frère sur la tête avec un bâton.»

«Mais, c'est impossible à dire», s'entendit-il rétorquer par son interprète, Yottighine est un homme très bon, jamais il ne frappera son frère !»

Si, dans une grammaire française, on peut trouver, à titre d'exemple, «Pierre aime Marie», sans avoir à se soucier si c'est vrai ou faux, pour un Alutor une phrase exprimant un mensonge est une faute de grammaire, la langue l'interdit ***.

Pour arriver à ses fins, notre linguiste dut remplacer **Yottighine** par un prénom russe, car chacun sait qu'un **Ivan** peut être méchant et frapper son frère sur la tête.



---

* Le P.A. en question n'est autre que I. Mel'ouk, qui a traîné ses godasses de linguiste en ces contrées glacées (voir P.A. 81-85, p. 28 et P.A. 77-78 p. 21).

** V. Saynète de Tesnière, P.A. 81-82-83, p. 47

*** Dans le jargon des linguistes on dit que cette langue ignore l'abstraction métalinguistique.

Il y a appeler et appeler

«Appeler» quelqu'un ce n'est pas seulement l'appeler, c'est aussi évoquer ses ancêtres. Aussi, quelle fut la stupéfaction de notre linguiste lorsque demandant à un Alutor d'appeler son chien, toute l'assemblée éclata de rire.

On n'invoque pas les ancêtres d'un chien, voyons !

Un demi-sein

L'alutor connut jadis le duel *qu'il utilisait pour parler des choses allant par deux : **yeux, oreilles, jambes, bras, fesses, seins**...

Le duel tombant en désuétude a été remplacé par le singulier, au sens de **un derrière** pour désigner l'ensemble des deux éléments fessiers, la fesse devenant, en quelque sorte, la moitié du tout.

C'est pourquoi lorsqu'un Alutor parle d'**un** œil, d'**une** oreille, d'**un** sein il dit «la moitié de»... sans arrière pensée de charcuter son partenaire.

Les jeunes filles

Les Alutors sont chamanistes, ils croient aux esprits dont certains, comme l'esprit de la nuit, peuvent être dangereux.

Comment protéger les jeunes filles ?

C'est simple, il suffit de leur donner des prénoms repoussants, hideux, horribles, dégoûtants...

Un esprit ne voudra jamais de Convulsionnaire (Qupqué), d'Exangue (Mullitka') et encore moins de Coprophage **.

C'est pourquoi les femmes sont-elles très gênées quand on leur demande leur prénom. Mettez-vous à leur place et soyez discrets.

POINT DE VUE DE MARTIEN

Les Martiens n'existent pas, les astronautes l'ont prouvé, mais l'idée de Martien existe et rien n'empêche de se placer de leur point de vue.

Les langues naturelles accordent aux locuteurs humains l'avantage (ou l'inconvénient) d'imaginer n'importe quoi, de déformer le sens des mots, voire de mentir effrontément.

En est-il de même du Fortran, de l'Algol, du Cobol... et d'autres langages issus du cerveau des informaticiens (et non de la cuisse de l'ordi-

---

* Voir P.A. 71-72, p. 15, 16

** "Q" sorte de "K" très guttural, **Mulli** sang, **-tka** suffixe privatif comme **-less** en anglais. D'autres peuples, comme les Japonais, au contraire, recherchent des prénoms adorables : fleur de lotus, fleur de pêcher...

nateur, comme le prétendent d'aucuns) ?

Mais là n'est pas notre propos.

Imaginons qu'un Martien-linguiste cherche à établir la grammaire de notre hexagonal et que, pour ce faire, il se fonde sur les documents objectifs rapportés par ses émissaires sur une soucoupe volante et que, parmi ces documents, il y ait quelques copies d'élèves de sixième. Ne concluera-t-il pas, en scientifique scrupuleux, qu'en général **bijou** forme son pluriel en «x», mais qu'occasionnellement le «s» est également possible ?

Mais là ne finissent pas ses malheurs.

Imaginons qu'il veuille savoir si la phrase «Pompidou a inventé la machine à vapeur» est grammaticalement satisfaisante, parce qu'attestée dans un écrit. Il ne le pourra sans doute pas, un très grand nombre de phrases n'ayant jamais été ni écrites, ni prononcées, aurait-il à sa disposition toute la Bibliothèque Nationale et aurait-il enregistré toutes les conversations.

C'est pourquoi, le grand linguiste américain Noam Chomsky a-t-il stigmatisé l'insuffisance des seuls documents attestés et introduit dans son système un être mythique, l'informateur natif parfait *, capable de répondre sans défaillance à toute question de linguiste, si farfelue soit-elle.

Mais passons encore.

Quelles règles imaginera notre savant Martien si, d'aventure, il reçoit le P.A. 84-85, où il voit écrit page 25, col. I, ligne 6 «trouvera» au lieu de «trouva»? De même à (25, 2, 2) «une fantaisie... à» le mot **célèbre** ayant sauté ; (26, I, -I) où il donnait les «référent»; (27, I, -6) «psycho-analyse», (28, I, 14) «vive ce roi vaillant» (et non vive le roi) déformé en «vif scrouvarou» par le soldat russe ; (28, 2, -14) «Mel'čuk» (avec accent) ?

Il n'existe pas de livre important sans aucune coquille. On finit toujours pour en découvrir. Simplement, le P.A. a concentré en 4 pages ce que d'habitude on étale sur une centaine.

Le lecteur fûté (plus fûté que le savant Martien) les a bien sûr corrigées.

---

* Ceci est de pratique courante en sciences exactes. Les physiciens ne conçoivent-ils pas un **gaz parfait**, qui naturellement n'existe pas, mais qui est très commode pour la théorie ?

LES MATHOLOGICIENS * CAUSENT-ILS HEXAGONAL ?

Une enquête du P.A.

Qui n'a pas entendu ou lu : **«Il est évident que..., il est clair que..., on voit que...»**.

Si c'est **évident**, si c'est **clair**, si on **voit**, pourquoi le dire ? Pourquoi encombrer la démonstration de vains propos, étrangers à la saine logique ?

Si ce n'est ni **évident**, ni **clair**... et c'est parfois le cas, pourquoi les mathologiciens mentent-ils ?

Veulent-ils signifier à leur interlocuteur que s'il ne les suit pas, c'est qu'il est un imbécile et lui prouver ainsi la justesse de leur démonstration ?

QUESTION POSÉE AU LECTEUR

Certes, la mathologique, comme toute science **, fait-elle usage d'une terminologie qui inquiète, angoisse, anéantit le non initié :

nilpotent, holomorphe, quaternion, symplectique...

outre-passant, sans doute, la maxime «ne poussez pas grand-père dans les orties».

Mais ne le pousse-t-elle pas bien davantage en empruntant des mots à la langue courante, en plus les restituant avec un sens qui n'a rien de courant :

anneau, champ, neutre, uniforme, idéal...

après les avoir redéfinis de curieuse façon ?

Essayez donc de suspendre vos rideaux avec des anneaux abéliens et de faire brouter une vache dans un champ de vecteurs ! ***

Mais ceci n'est rien. Ces crimes contre l'hexagonal standard sont vite démasqués grâce aux définitions. Il en est d'autres, combien plus dangereux, parce que passant inaperçus même des spécialistes.

---

* Le P.A. s'est commis d'un mot valise (hapaxépie ou haplologie, disent les linguistes érudits) : MATH -(émat - ique) - o - LOG - IQUE.

De même que la Tchécoslovaquie réunit en une même République deux populations de langues voisines, mais distinctes : Les Tchèques et les Slovaques, de même la Mathologique tente d'abriter en son sein les deux sœurs ennemies : la turbulente Mathématique et l'implacable Logique.

** Faut-il inventer des mots nouveaux, ou mieux vaut utiliser les mots courants en précisant leur sens ? La controverse célèbre entre les Linnéistes, défenseurs de la classification linnéenne des plantes et de la terminologie systématique qui en est le reflet linguistique et les partisans de Buffon qui trouvaient extravagant un tel «jargon», fut résolue à l'avantage du savant suédois Carl von Linn. Mais cela ne prouve pas que les «jargonautes» aient toujours raison.

*** Les ânes, qui se délectent de chardons, s'y plaisent-ils, peut-être.

Quand un mathologicien soutient que grâce à la notation décimale on **peut** écrire n'importe quel nombre, se moque-t-il des gens ?

Demandez-lui d'écrire $10^{10^{10^{10}}}$ +, c'est-à-dire «l» suivi de $10^{10^{10}}$ zéros, de calculer quel sera son âge quand il aura fini son travail, quelle somme devra-t-il dépenser pour acheter le papier et les crayons nécessaires et combien de mois de son traitement compte-t-il investir ?

Alors !

Le P.A. lance une enquête auprès de ses lecteurs :

Les mathologiciens causent-ils comme les autres Dubois, Dupont, Durand de l'Hexagone ?

Qui est pour, qui est contre ?

Discutez !

On raconte qu'un passant, ayant demandé à un mathologicien : *"avez-vous l'heure ?"*, ce dernier lui aurait répondu «OUI» et lui aurait tourné le dos, estimant avoir satisfait la curiosité de ce quidam indiscret.

Connaissez-vous d'autres anecdotes ?

COURRIER DES LECTEURS

A propos des «Vieux Grimoires» (P.A. 84-85, pp. 25-26)

L'orthographe de **il est près de huit heures** vous surprend ? Vous avez raison, de nos jours on n'écrit plus ainsi. Toute langue vivante évolue avec le temps. Il est curieux que ce soit la graphie jugée vicieuse, **poireaux**, qui ait prévalu sur la correcte de l'époque, **porreaux**. De nos jours, on écrit **cacophonie** et **chienlit** sans traits d'union. La première et dernière phrases déclarées vicieuses ne choquent plus personne ; quant aux troisièmes, qui sait, hormis les pâtissiers et les philologues, qu'une **oublie** était une sorte de pâtisserie qu'on appelait abusivement **plaisir** dans le peuple.

Merci, Maurice, d'avoir eu le courage de «vous mettre à vos plumes» et d'écrire au P.A.

ENCANAILLEZ-VOUS !

Saviez-vous que :

- **Chandail** est une abréviation populaire de **marchand d'ail** ?

Pour se protéger du froid, les vendeurs de légumes portaient un tricot couvrant le haut du corps, contrairement aux :

- **Gilet**, ouvert par devant (mot qui nous vient de Turquie, **yalek**, via

LA CHASSE AUX PARTICULES (suite BD 6)


ILLUSTRONS LE PRINCIPE DE BEAUCOUP D'EXPÉRIENCES UTILISANT DES DÉTECTEURS ÉLECTRONIQUES, COMME CEUX QUE LE CERN A MIS AU POINT. SI ON VEUT DEVINER LA FORME D'UNE CIBLE CACHÉE PAR UNE TOILE, TIRONS DES BALLES CONTRE CETTE TOILE ET EXAMINONS LE DESSIN CRÉÉ PAR LES PROJECTILES QUI ONT ÉTÉ DÉVIÉS CONTRE UN MUR PLACÉ EN AVAL.
VISIBLEMENT, CETTE TOILE DISSIMULE UN OBJET ROND ET DUR.
AU CERN, CES BALLES SONT DES PARTICULES DE HAUTE ÉNERGIE PRODUITES PAR LES ACCÉLÉRATEURS. L'OBJET QUE L'ON VEUT EXAMINER EST ÉGALEMENT UNE PARTICULE ET LE MUR, DANS LEQUEL PERCUTENT CES PROJECTILES, C'EST LE DÉTECTEUR ÉLECTRONIQUE.
AU SECOURS!
LES PROJECTILES
CIBLE
DÉTECTEUR
CE SONT DES EXPÉRIENCES DE CE GENRE QUI ONT PERMIS D'ÉTABLIR QU'IL Y AVAIT, À L'INTÉRIEUR DU PROTON, TROIS PETITS OBJETS DURS: LES QUARKS.
LE CERN UTILISE UN SECOND TYPE DE DÉTECTEURS POUR OBSERVER LES PETITES PARTICULES. IL S'AGIT DES CHAMBRES À BULLES.
L'IDÉE EN SERAIT VENUE À UN PHYSICIEN ALORS QU'IL CONTEMPLAIT L'ASCENSION DES BULLES DANS SON VERRE DE BIÈRE.
UNE CERTAINE QUANTITÉ D'HYDROGÈNE, QUI DEVIENT LIQUIDE À TRÈS BASSE TEMPÉRATURE, EST MAINTENUE À UNE PRESSION TELLE QUE LE LIQUIDE EST SUR LE POINT DE BOUILLIR.
AU MOMENT OÙ LES PARTICULES TRAVERSENT LA CHAMBRE, ON RÉDUIT LA PRESSION ET L'HYDROGÈNE SE MET À BOUILLIR, TOUT D'ABORD LE LONG DES TRAJECTOIRES...
...DES PARTICULES QUI ONT RÉCHAUFFÉ L'HYDROGÈNE. SI L'ON PREND UNE PHOTO À CE MOMENT-LÀ, ON ENREGISTRE DES TRAJECTOIRES DE PARTICULES.
CES PHOTOS COMPTENT PARMI LES MANIFESTATIONS LES PLUS DIRECTES DE CES PARTICULES INFINITÉSIMALES.

(à suivre)

l'Algérie, **jaleco,** et l'Espagne, **jileco,** avec ou sans manches,

- **Pull-over**, qui a franchi la Manche vers 1925 (mot à mot : tirer par dessus), qui s'enfile par la tête, avec ou sans manches,

- **Sweater**(de **to sweat**, suer), que les sportifs de la fière Albion ont transmis aux nôtres.

Comparons à l'aide d'un tableau les définitions qu'en donnent les dictionnaires :

	tricoté	de préférence en laine	couvrant le torse	ouvert par devant	avec col	avec manches	s'enfile par la tête	Iere datation connue
Tricot	+	±	±	±	±	±	±	1666
Chandail	+	+	+	-	+	+	+	1936
Gilet	±	±	+	+	-	±	-	1555
Pull-over	+	±	+	±	±	±	+	1920
Sweater	+	±	+	-	±	+	+	1910

Les linguistes appellent **sèmes** les éléments de sens qui permettent de distinguer les mots. Un sème peut être obligatoire (+), indifférent (±) ou exclu (-).

Comme pour les mots suivants, on observe des glissements de sens et des sens figurés qui échappent aux lexicologues qui essaient d'enchâsser les mots dans des définitions précises.

Quant aux (**blue**) - **jeans**, c'est un vêtement solide et bon marché destiné à l'origine aux mineurs américains peu fortunés. Les cow-boys les ont trouvés commodes pour leur propre métier de gardiens de troupeaux (souvent garçons vachers).

Singer les classes déshéritées des travailleurs est une forme de snobisme connue de longue date. Le mot **s'encanailler**, prendre les habitudes de la «canaille» date de 1660. La mode suit, l'idéologie change.

Ceci explique cela.

ROUTE ROYALE*

«Il n'y a pas de **route royale** en Géométrie» aurait répondu Euclide au fondateur de la dynastie grecque des

---

* **Anecdote tirée de Mathématiques et Mathématiciens. Pensées et curiosités,** recueillies par A. Rebière. Paris, 1893.

Lagides, le puissant monarque Sôter Ptolémée I (360-283 av. J.C.), lequel trouvait les mathématiques trop ardues à son gré royal et ordonnait de lui en faire acquérir le savoir à moindres frais.

Il était meilleur courtisan que l'Alexandrin, ce chimiste professant devant un prince :

«Monseigneur, ces gaz vont avoir l'honneur de se combiner devant vous.»

La dynastie des Lagides s'est éteinte, la métaphore d'Euclide est restée et même la contestation de mai 68 n'est pas parvenue à tracerl'autoroute mathématique d'accès rapide aux prolétaires des universités.

«Veux-tu des perles ? Plonge dans la mer,» dit un proverbe kurde.

LE POINT D'IRONIE

Il existe un point d'exclamation «!», un point d'intérrogation «?», un point virgule «;» et un point tout court «.».

Et un point d'ironie ?

«Vous êtes belle, madame, comme un camion ⸮ »

«Vous êtes intelligent, monsieur, comme un ordinateur ⸮ »

Il a été imaginé par le publiciste Alcanter de Brahm, qui le notait « ⸮ ».*

Ce point ne connut point de succès : l'ironie se subodore, on ne la crie pas sur les toits, ni au bout des phrases.

Ceux qui ont lu P.A. 68-69-70, p.46, se souviendront qu'Hervé Bazin, dans «Plumons l'oiseau», s'amusait à diversifier les signes typographiques : virgule d'amour « ♡ », virgule chrétienne « † », virgule royale « ↑ ».

«Qui s'y ♡ s'y ♤ ».

Voulez-vous jouer à inventer des signes ?

---

* Le P.A. l'a découvert dans **La ponctuation**, de Jean-Pierre Colignon, où il a appris un tas de choses passionnantes sur l'art de bien placer la virgule.

Jugez par vous-même :

«Les petits français qui lisent le P.A. sont très intelligents»

«Les petits français, qui lisent le P.A., sont très intelligents»

La première phrase asserte que les lecteurs du P.A. sont intelligents, ce qui est vrai, tandis que la seconde sous entend que tous les petits français lisent le P.A., ce qui ne l'est pas encore, mais le sera sans doute prochainement.

P.A. JEUX

ZIG -ZAG

Voici cette fois un jeu de calcul et de formes ; les pièces ayant des formes différentes, il s'agit de remplir totalement des «formes» données au départ. Ce jeu méritait de figurer dans P.A. car il force la réflexion. Sa tactique doit tenir compte non seulement de la forme des pièces, de l'ordre de leur pose, mais aussi de calculs arithmétiques.

Ce jeu a été vendu sous nom HEXAGO par la firme M.B. Ce nom d'HEXAGO ayant déjà été utilisé par un jeu anglais se rapprochant du go, sur un terrain «hexagonal», nous l'avons rebaptisé.

ZIG - ZAG

(Vendu en France par M. B. sous le nom HEXAGO)

Deux Joueurs

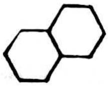
Matériel

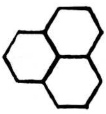
Un endroit où sont dessinées ou creusées des «formes» à base d'hexagones.

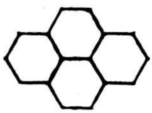
Des pièces hexagonales et d'autres formées de la juxtaposition d'hexagones :

Chaque joueur a à sa disposition **13 pièces** qui se répartissent comme suit

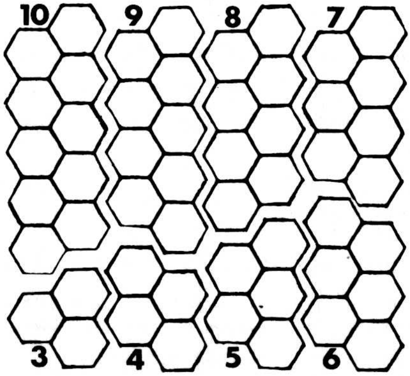
5 unités 

4 doubles 

3 triples 

1 quadruple 

Les deux lots de 13 Pièces peuvent être de couleurs différentes pour faciliter la donne initiale.



A côté de chaque «forme» est indiqué le nombre de points qu'elle rapporte

Règles de jeu

Chacun à tour de rôle place une pièce de son choix dans l'espace de son choix et dans la position qu'il désire. Plusieurs «formes» peuvent donc être débutées...

Une fois posée, une pièce ne peut plus être bougée.

Pour gagner des points, il faut être le premier à **terminer** une «forme». On gagne alors **le nombre de points de la forme** (c'est le nombre d'hexagones unités qui la compose). Une «forme» non terminée ne rapporte à personne.

Le joueur qui a complété une forme **doit** rejouer immédiatement.

Si l'un des joueurs est bloqué, l'autre peut continuer à placer ses pièces.

Le gagnant est celui qui en fin de jeu, quand personne ne peut jouer, **totalise le plus de points** (**attention** : celui qui termine le plus de formes n'est pas forcément celui qui a le plus de points !)

Commentaires

Un jeu de nim avec des formes, compliqué par le marquage des points et par les blocages éventuels, voulus ou non.

C'est un passionnant jeu de club qui se prête à des parties rapides, à des tournois... faites-en l'expérience !

Voici le temps des vacances. Les lecteurs auront le temps de tester un certain nombre de jeux. Des jeux nouveaux certainement, des jeux inédits, des inventions peut-être, et pourquoi pas des jeux oubliés ? Si ces jeux vous semblent dignes d'intêret, n'oubliez pas la rubrique du P.A. !

Pour toute correspondance :

Francis GUTMACHER
P.A. Jeux
61, rue Saint-Fuscien
80000 AMIENS

SOLUTION (746)

X étant écrit abc en base DIX

$$X = 100\,a + 10\,b + c$$

$$\text{donc } Y = 100\,c + 10\,b + a$$

$$\text{et } n = X+Y = 101(a+c) + 20b$$

$$\begin{array}{rcrcl}
700 & \leqslant & 101\,(a+c) + 20\,b & \leqslant & 800 \\
0 & \leqslant & 20\,b & \leqslant & 180 \\
-180 & \leqslant & -\,20\,b & \leqslant & 0 \\
\hline
520 & \leqslant & 101\,(a+c) & \leqslant & 800
\end{array}$$

l'entier $(a+c)$ est égal à 6 ou à 7

n est égal à $101(a+c)$ plus un multiple convenable de 20.

1° - $a + c = 6$; $101\,(a+c) = 606$

20b vaut au moins 100 et au plus 180

Solutions : 706, 726, 746, 766, 786.

2° - $a + c = 7$; $101\,(a+c) = 707$

20 b vaut au plus 80

solutions : 707, 727, 747, 767, 787.

Brrr !

— Ainsi vous relevez la température tous les matins à 7 heures

— Parfaitement

— Quelles températures avez-vous notées pour les cinq derniers jours depuis que le froid s'éloigne ?

— Les cinq températures sont des entiers différents dont le produit est égal à 12.

Quelle température a-t-on lue ce matin ?

SOLUTION

12 est le produit :

$(-2) \times (-1) \times (+1) \times (+2) \times (+3)$

Ce matin, il faisait + 3°.

LE DESSIN MYSTERIEUX

L'auteur du «Dessin Mystérieux» part d'une mosaïque représentée sur un quadrillage (fig. 1). Disons pour épaissir le mystère que le sujet représenté et sa maison s'écrivent au moyen des mêmes lettres.

Il opère une permutation des colonnes, au moyen d'un certain schéma. Il obtient une figure 2 qui n'est pas présentée non plus.

Il opère ensuite une permutation des lignes au moyen d'un autre schéma. Il obtient une figure 3.

C'est cette figure 3 qui est présentée au lecteur. Celui-ci, armé du schéma A, permute les lignes, il obtient la figure 2 non donnée. Armé du schéma B, il permute les colonnes il obtient la figure 1 complète et identifie le sujet.

Pour faciliter le travail du lecteur, P.A. a donné aux flèches des schémas le sens qui lui est utile à lui, lecteur.

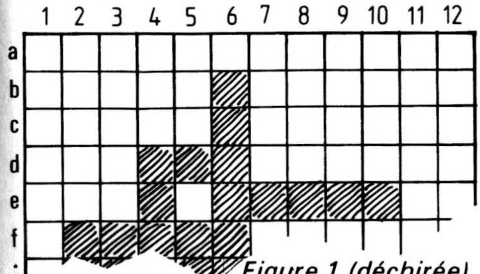


Figure 1 (déchirée)

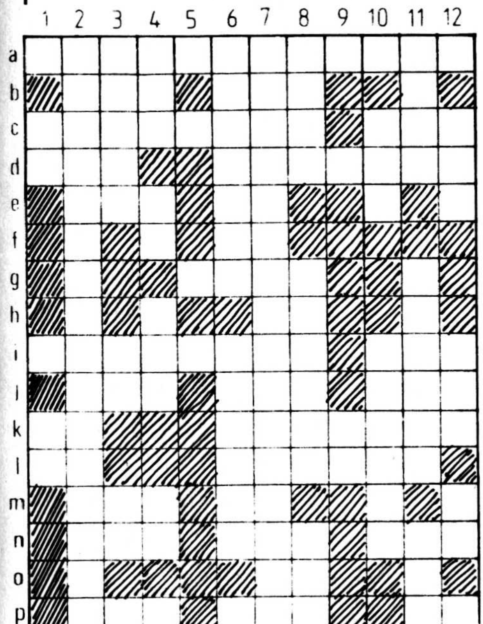


figure 3

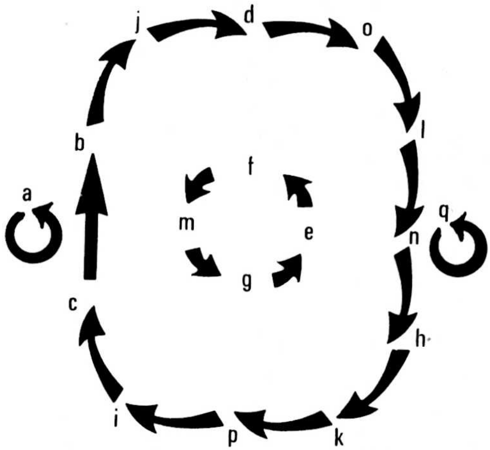


Schéma A (décodage)

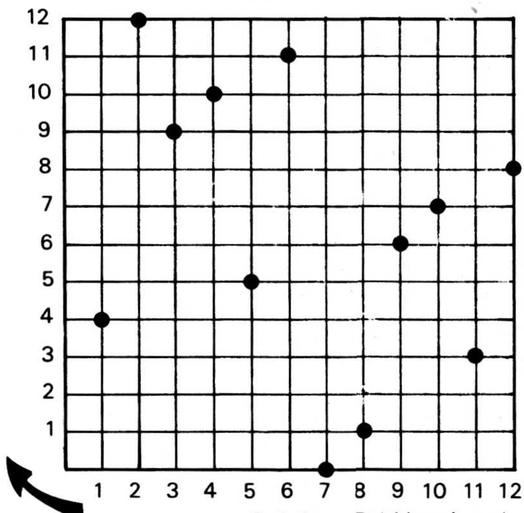


Schéma B (décodage)

UN NOUVEAU TYPE DE JEUX : LES JEUX DE ROLES

... La porte grinça sinistrement. Arenilozag, le magicien, jeta un coup d'oeil furtif par l'ouverture et entrevit une pièce vide, étrange et sombre. Ouf, rien de périlleux en vue pour le moment ! Sa vision d'elfe ne lui apportant rien de plus, (l'infravision a quand même ses limites!), il demanda à Ontzlake de lui passer une torche : toujours rien de suspect, et il put alors reconnaître que la pièce était une chambre de l'immense souterrain qu'ils avaient entrepris d'explorer au début de la journée. Depuis combien de temps erraient-ils dans ce dédale après la fuite éperdue suivant la rencontre du loup-garou ? La pièce contenait un magnifique lit à baldaquin, jauni par le temps et envahi par la poussière : cet endroit avait dû être princier il y a bien longtemps. Il fit son rapport aux autres membres de l'expédition. Il s'ensuivit alors une discussion acharnée pour décider qui entrerait le premier : on ne sait jamais ce qui peut arriver... Ontzlake, le Paladin et l'homme fort de l'équipe, ne perdant jamais une occasion de montrer sa supériorité physique se porta volontaire, au grand soulagement des autres. Cependant Wibble et Sebastos, les deux voleurs de l'expédition se disputaient la deuxième place, pour être le premier à rafler tout ce qui pouvait avoir de la valeur, comme d'habitude. Mais cette fois, c'était vraiment une fois de trop, et Ontzlake rugit «La Paix!!». Arenilozag lui emboîta le pas en souriant ironiquement. Après tout, que leur cupidité les engloutisse ! En tant que magicien, il prenait une part active dans les combats, pas au contact physique. Il préférait utiliser ses boules de feu qui faisaient beaucoup plus de ravages que sa pauvre dague.

Bientôt, le groupe entier fut dans la chambre, et le dernier membre de l'expédition, le clerc Thergadon, s'employa à calmer les deux voleurs, au milieu de quintes de toux, car ceux-ci soulevaient des nuages de poussière en défonçant le lit et en éventrant le matelas et les oreillers. «Mes frères, un peu de retenue et modérez votre enthousiasme. Prenez garde à ne pas attirer l'attention des gardiens de ce lieu s'il y en a, car...» et comme pour confirmer son propos, une lourde grille de fer tomba devant la porte d'entrée tandis qu'un panneau secret glissait et découvrait un couloir obscur. Hélas, quelque chose bougeait dans l'ombre du passage.....

Ceci pourrait être le compte-rendu d'une partie d'un jeu de rôles. En effet, ce type de jeu est entièrement nouveau, et s'est développé il y a 5, 6 ans à partir des Etats-Unis. Chaque participant joue un «rôle», un personnage, qui peut être très proche ou très différent de sa propre personnalité, le choix est entièrement libre. C'est là ce qui fait l'intérêt du jeu. Un homme peut jouer le rôle d'une femme, et inversement. Chacun est libre de manipuler son personnage comme il le désire. Il se trouve alors plongé dans un univers où il aura un objectif à accomplir, tout en restant en vie, car la mort est fréquente et difficile à éviter dans ces jeux !

L'ancêtre de ces jeux, le plus célèbre, mais qui est toujours autant apprécié, et se développe constamment est Donjons & Dragons (abrévié D&D). Il situe les personnages (et donc les joueurs) dans un monde médiéval, inspiré de celui de Tolkien dans le «Seigneur des Anneaux» où la magie, le surnaturel et la sorcellerie existent réellement et font partie de la vie de tous les jours. Gare à vous si vous écrasez le pied d'un puisant sorcier, car vous pourrez vous retrouver sous la forme d'une fourmi et finir votre misérable vie sous le pied de ce même magicien ! Eh oui, le danger est partout...

A la base de D&D comme de tous les autres jeux de rôles, les personnages. Ils sont créés par les joueurs, tout d'abord à l'aide de dés, puis suivant leurs goûts et les possibilités que la règle du jeu leur offre. Pour D&D, le joueur détermine les caractéristiques de son personnage et marque un score pour chacune de ces qualités : Force, Intelligence, Sagesse, Dextérité, Constitution, Charisme (le charisme est une combinaison de beauté, de magnétisme et de force de persuasion). Il pourra alors choisir sa profession, sa «classe» : guerrier, magicien, clerc ou voleur. Pour être magicien, il devra être très intelligent, le guerrier devra avoir un grand score de force, le clerc de sagesse et le voleur de dextérité. Il pourra alors sélectionner sa race, dans les limites de ses caractéristiques : humain, elfe, gnôme, nain, etc... Toutes les classes et toutes les races ont leurs inconvénients et leurs avantages, ce qui équilibre le jeu. Quelle découverte de jouer le rôle d'un nain de 1,10 mètre quand on mesure dans la vie réelle 1,90 mètre.

Une fois cette étape capitale accomplie, le joueur choisira son équipement, ses armes avec la somme d'argent dont il dispose au début de la partie, et qu'il espère voir augmenter au fur et à mesure des aventures.

Il sera prêt alors pour s'aventurer dans le monde créé et organisé par le Maître du Donjon (ou DM). Cela pourra être un labyrinthe souterrain, comme dans l'exemple de partie, mais aussi un château, une forêt, une île ou même une ville. Les possibilités sont infinies. Les joueurs y rechercheront de l'argent, des objets magiques, ou devront accomplir une mission pour leur Seigneur et Maître (s'ils en acceptent un!). Seulement, ils devront faire face à de nombreux problèmes, qui sont le plus souvent des pièges, des énigmes mais surtout d'horribles monstres (il en existe près de 500 à la disposition du Maître du Donjon).

Mais quel est donc ce fameux Maître du Donjon ? Il s'agit de la personne essentielle aux jeux de rôle (elle porte un autre titre dans les jeux différents de D&D). C'est un des joueurs, qui n'a pas de personnage et joue le rôle très particulier d'un arbitre. Il ne joue pas contre les autres joueurs (ce serait trop facile) mais c'est lui qui invente le donjon, place le trésor, les monstres et règle tout le déroulement de la partie. Il décrira aux joueurs ce qu'ils voient, tirera les conséquences de leurs actes, arbitrera les combats, mais jouera aussi le rôle des nombreuses autres personnes rencontrées par le groupe de joueurs, et aussi celui des monstres ! Il doit maintenir l'équilibre de toutes les parties, il est Dieu le père...

Dans l'univers de D&D, tout peut arriver. Les dieux interviennent dans la destinée des mortels, de grands sorciers voyagent à travers les dimensions, les joueurs peuvent même s'élever si haut qu'ils défieront peut-être les Dieux eux-mêmes. Qui peut dire le destin d'un personnage de D&D?

Ce qui est très intéressant, c'est qu'une partie n'est jamais terminée. Si le personnage survit à l'aventure, il gagnera de l'expérience et pourra entreprendre de nouvelles tâches, progresser de nouveau, et ainsi de suite. En gagnant de l'expérience, il sera plus difficile à tuer, un guerrier se battra mieux, un magicien pourra apprendre de nouveaux sortillèges, etc.. Et si le DM en a le courage, il pourra créer tout un monde, un univers où les joueurs évolueront, mourront, ressusciteront (eh oui !). Bref, les possibilités sont infinies pourvu que le DM ait du temps et de l'imagination., De plus, un des traits les plus remarquables de ce jeu, c'est que les joueurs ne sont pas rivaux, mais doivent coopérer. C'est même indispensable à leur survie, car leurs différentes qualités se complètent. Personne ne gagne ni ne perd : tant mieux pour les mauvais perdants, n'est ce pas ?

Ceci est l'exemple du jeu Donjons & Dragons, mais il existe de nombreux autres jeux de rôles, tous basés sur le même principe : des personnages et un arbitre qui règle le tout. On peut citer parmi les plus célèbres :

- Top Secret, dans l'univers des agents secrets, en plein XX siècle.

- Runequest, Sword & Sorcery, dans le même esprit que D & D, mais avec des règles différentes, plus complètes dans certains aspects, moins dans d'autres.

- Gun Hill, où l'on se retrouve parmi les gachettes les plus rapides de l'Ouest américain.

- Gamma World, dans un futur lointain (ou peut-être très proche) après une guerre atomique où les radiations ont provoqué des mutations surprenantes.

- Traveller, le joueur devient un explorateur spacial dans l'immense espace étoilé et le vide infini...

Cette liste pourrait être infinie elle aussi, car il sort de nouveaux jeux de rôles tous les mois, sur les sujets les plus divers. Un seul inconvénient : près de 90% de ces jeux sont en anglais, alors tous à vos dictionnaires... Vous deviendrez vite (si vous ne l'êtes pas déjà) excellent en anglais comme le sont tous les amateurs de jeux de rôles.

En fait, ce qui fait le charme de ces jeux est le total dépaysement qu'ils procurent. On se retrouve dans un univers féérique, fascinant et l'on peut enfin agir librement comme on en a envie, sans subir les contraintes et les tabous de notre monde réel. On peut exprimer les sentiments les plus divers, les plus extrêmes quelquefois. On peut être méchant, avare, déloyal ou généreux, courageux, amical : tout est libre. Vous êtes contrarié car votre voisin de palier vous cherche des noises ? Défoulez-vous sur le prochain monstre que vous rencontrez. Vous verrez comme on se sent mieux après. Si l'on a suffisamment d'imagination, l'on vit vraîment les aventures qui se déroulent sur le papier. Croyez-moi, il est très difficile de s'endormir après une partie acharnée tard dans la nuit, où les joueurs ont été confrontés à tellement de situations angoissantes ou merveilleuses qu'il est presque impossible de fermer l'oeil.

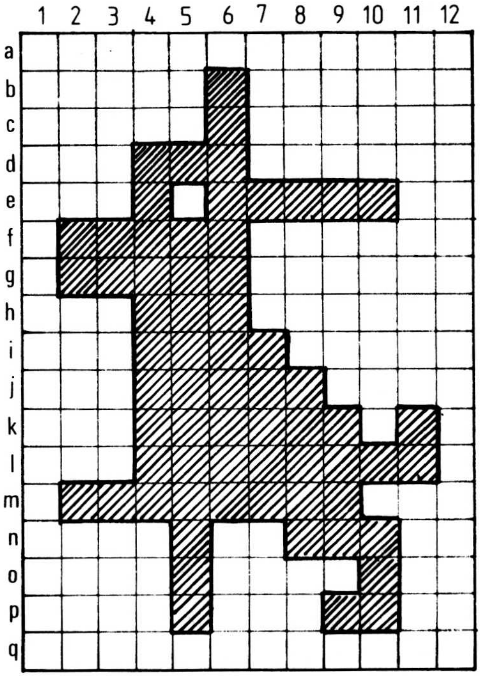
Quel délice quand notre pauvre guerrier débutant a réussi à abattre les cinq squelettes qui le chargeaient, mais quelle tristesse quand un coup dans le dos vous a tué ! Cela est si prenant que l'on peut jouer des heures entières (même des nuits entières) sans se rendre compte que le temps passe.

Il y a aussi l'attrait de l'inconnu, du mystère car le personnage est totalement ignorant de ce qui l'attend derrière le tournant suivant, s'il ne triche pas ! L'imprévu est omniprésent, et l'ennui inexistant.

Et je peux vous garantir que si vous jouez plus d'une heure à un de ces jeux, vous serez mordu par le virus (très contagieux), et il ne se passera pas un jour sans que vous songiez à votre prochaine aventure !! Bon divertissement, et prenez garde au regard de la méduse...

Anne Vétillard

le dessin mysterieux (solution)



autre exemple

Le lecteur a un exemple d'un procédé de cryptographie.
Des lettres sont inscrites, une par case d'un quadrillage.
Lors du codage, on permute les lignes puis les colonnes, au moyen de schémas donnés au codeur.
Lors du décodage, on opère dans l'ordre inverse au moyen des schémas inverses.
Dans l'exemple ci-dessous, les schémas proposés sont ceux du décodage.

figure 3 → schéma B → figure 2 → schémaA → figure 1

figure 3

	0	1	2	3	4
a	i	e	h	m	d
b	e	e	l	p	t
c	v	u	e	o	s
d	t	r	i	a	c
e	a	u	s	l	e

figure 2

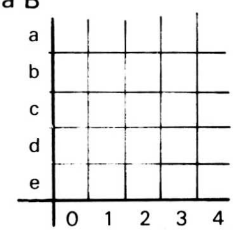
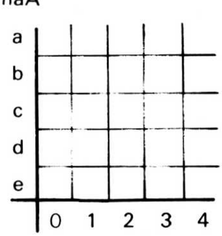


figure 1



permutation 1° des colonnes

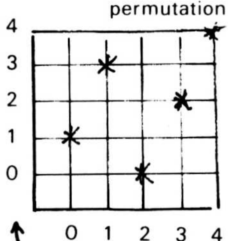


schéma B

2° des lignes

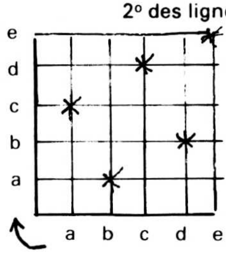


schéma A

JEU DE DAMES
LE COUP de MAZETTE

Qu'est-ce qu'une mazette ? Le dictionnaire nous donne le sens initial de ce mot : «un mauvais petit cheval». Le terme mazette, après avoir subi un changement de sens, signifie maintenant : «personne inhabile à quelque jeu qui demande de la combinaison ou de l'adresse», c'est pourquoi on l'utilise abondamment dans le vocabulaire damistique, une mazette étant alors un mauvais joueur de dames.

Quant au coup de mazette, c'est une combinaison si simple que l'on ne peut théoriquement la placer qu'à un débutant. Il y a cependant des exceptions : c'est ainsi qu'au dernier championnat de France plusieurs joueurs, soit par étourderie, soit parce qu'il leur restait peu de temps à la pendule, ont été victimes de ce coup !

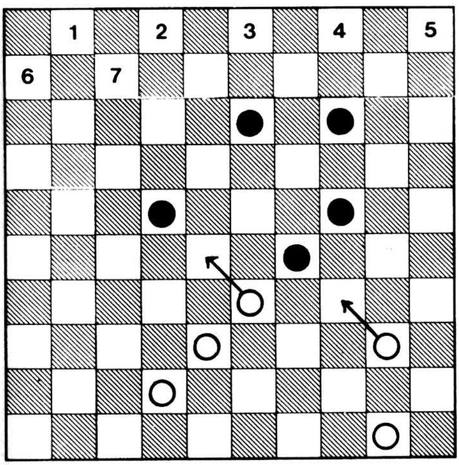


Diagramme A
Mécanisme du Coup de Mazette

Le diagramme A permet de comprendre le mécanisme de cette manœuvre qui se décompose en trois temps :

1) les blancs donnent un pion afin d'amener les Noirs dans une position ''en ligne''
2) ils crèvent cette ligne en offrant un second pion
3) ils effectuent la rafle finale : 33-28 (22 X 33) 40-34 (29x40) 32 x 18 B +

Nous allons maintenant voir le coup de mazette tel qu'il peut se dérouler dès le début de la partie, c'est-à-dire avec les 40 pions sur le damier.

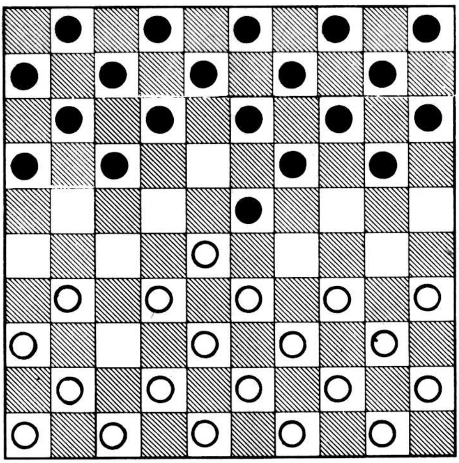


Diagramme B
Coup de mazette en début de partie. Les Noirs jouent et gagnent deux pions

Après l'ouverture suivante : 1. 32-28 (18-23) 2. 37-32 ? On obtient la position du diagramme B et les Noirs exécutent le coup suivant :

(23-29) 33 x 24 (20 x 29) 34 x 23 (17-22) 28 x 17 (19 x 26) et gain de 2 pions pour les Noirs.

Autre ouverture et autre coup de mazette 1. 33-28 (18-22) 2. 39-33 ? (position du diagramme C) (22-27!) 3. 32 x 21 (16 x 27) 4. 31 x 22 (19-23) 5. 28 x 19 (17 x 30) Noirs : + 2 pions.

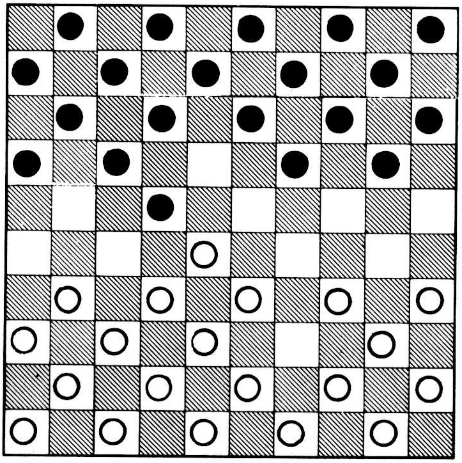


Diagramme C
Autre coup de mazette en début de partie. Les Noirs jouent et gagnent 2 pions

Dans ces deux ouvertures, les Noirs profitent de la mauvaise réponse des Blancs et gagnent deux pièces. Inutile de préciser que celui qui parvient à gagner deux pions dès le début de la partie est quasiment certain de remporter la victoire, c'est pourquoi le coup de mazette fait partie de ceux qu'il faut absolument apprendre par cœur, soit pour tenter de le placer, soit pour l'éviter.

Naturellement, il ne s'agit là que d'exemples très simples d'un coup qui peut être effectué tout au long de la partie et d'une manière plus compliquée. Ainsi dans les diagrammes D, E, F, les Blancs jouent et gagnent en utilisant des variantes du coup de mazette composé. A vous d'en trouver la solution. Si vous n'y parvenez pas, reportez-vous à la page N° 47.

Gérard FONTIER

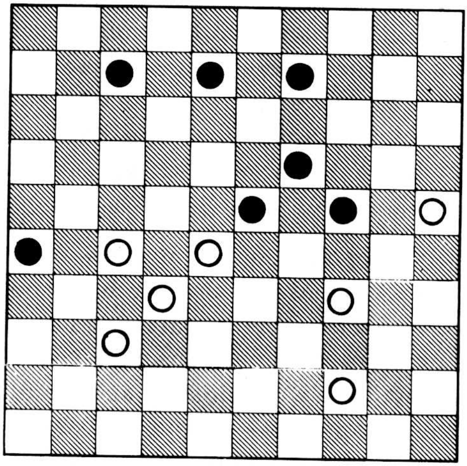
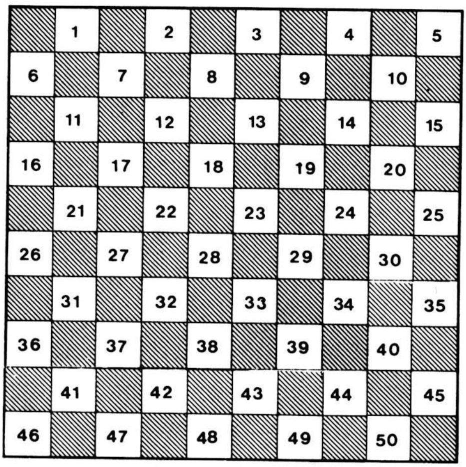


Diagramme D
Les Blancs jouent et gagnent en 5 coups



Numérotation du damier (suite page 38)

LES OPERATIONS CROISEES

Dans le P.A. 79-80 de Décembre 1981, j'ai proposé quelques problèmes. Il s'agissait de compléter des opérations arithmétiques. Neuf nombres vérifiaient six opérations «croisées». Il fallait trouver quels étaient ces neuf nombres... Seuls quelques chiffres étaient donnés (dans les carrés en gras).

Des lecteurs m'ont demandé les solutions. Les voici donc, accompagnées de problèmes nouveaux.

1

800	−	74	=	726
:		+		−
32	x	19	=	608
25	+	93	=	118

2

646	:	19	=	34
−		x		+
162	−	16	=	146
484	−	304	=	180

3

600	−	176	=	424
:		+		−
15	x	13	=	195
40	+	189	=	229

4

319	:	11	=	29
−		x		+
90	−	11	=	79
229	−	121	=	108

5

918	:	17	=	54
−		x		+
160	−	34	=	126
758	−	578	=	180

6

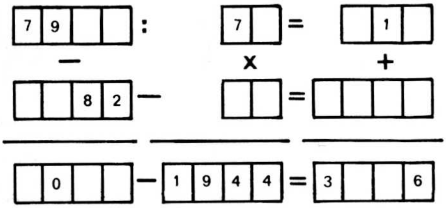
999	−	5	=	994
:		+		−
27	x	34	=	918
37	+	39	=	76

Cinq problèmes nouveaux

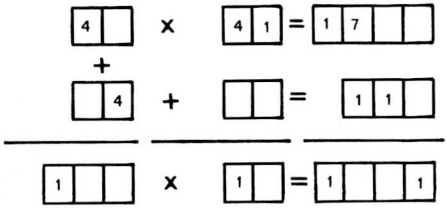
7

_ _ _ 5	−	_ _ _	=	_ _ 2 1
:		+		−
3 7	x	_ 4	=	8 _ _
_ _	+	_ 9 _	=	_ _ 3

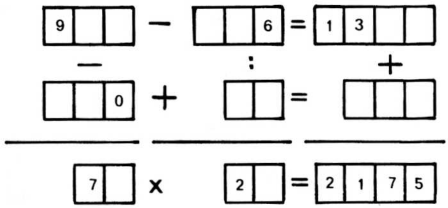
8



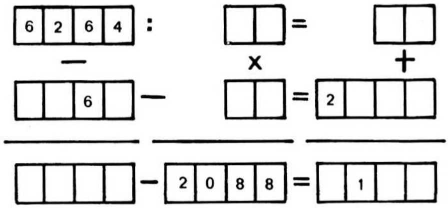
9



10



11



J'espère que ce genre de petits problèmes vous plaît. Prendrez-vous plaisir à en construire quelques uns et aurez-vous la gentillesse d'en envoyer ? Je dois remercier ici Mme Silviane PAHUD (lectrice Suisse) de son courrier.

Pour toute correspondance :

Francis GUTMACHER
P.A. «Opérations Croisées»
61 rue Saint Fuscien
80000 AMIENS

JEU DE DAMES (Suite)

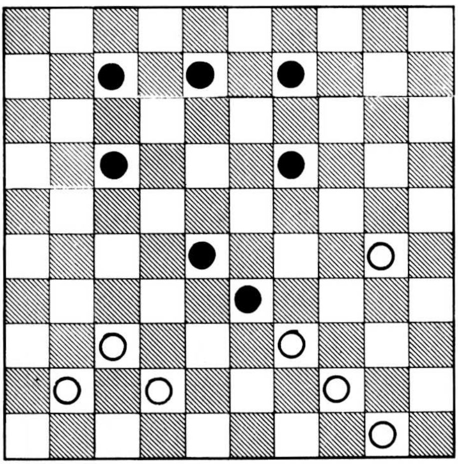


Diagramme E
Les Blancs jouent
et gagnent en 4 coups

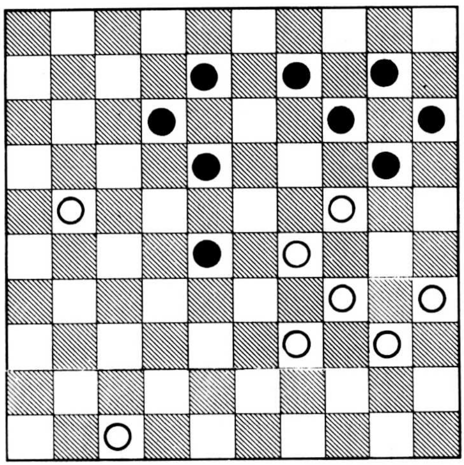


Diagramme F
Les Blancs jouent et
vont à dame en 4 coups

LES PROBLEMES du PETIT ARCHIMEDE

Les PB du PA

AVIS AUX AMATEURS

Bonnes nouvelles pour les amateurs de problèmes.

Tout d'abord, M. Roux, professeur au Lycée Simone Weil du Puy, nous parle d'un club mathématique qu'il anime dans son établissement, et nous envoie des solutions trouvées par des élèves membres de ce club. Il faudrait que d'autres lecteurs suivent cet exemple, nous fassent part d'activité analogues et nous disent comment notre P.A. peut les aider.

Ensuite, comme chaque année, des Rallyes Mathématiques ont lieu en Alsace, Auvergne, Bourgogne, Bretagne, et peut-être en d'autres lieux ignorés de moi. Comme toujours, on y a posé de petits énoncés fort intéressants, et je suis très peiné de vous les laisser ignorer, amis lecteurs, d'autant plus qu'aucune revue n'en rend compte au niveau national. Pour pallier cette carence, certains nous ont demandé de publier ces problèmes, ainsi que les énoncés d'Olympiades étrangères, ou des Olympiades Internationales.

Ce serait plutôt le rôle d'une association représentative des professeurs de mathématiques, à mon sens. Mais comme ceux à qui reviendrait naturellement cette tâche s'y dérobent, il nous faudra peut-être nous en charger ici. Sous quelle forme ? Dans la présente rubrique, ou une rubrique spécifique ? Faudra-t-il publier toutes les solutions ? Cela ne va-t-il pas trop augmenter la place consacrée aux mathématiques dans un P.A. qui se veut pluridisciplinaire ? J'aimerais avoir des réponses à ces questions, et connaître votre avis.

Troisième nouvelle : les 21 et 22 Mai 1982, s'est tenu à Lyon un colloque sur «le rôle du problème dans l'enseignement des mathématiques», organisé par l'IREM, qui a rassemblé plus de 140 participants. Il s'y est échangé beaucoup d'idées. Les actes de ce colloque vont être publiés par l'IREM de Lyon, Université Claude Bernard - Lyon 1, 43 Boulevard du 11 Novembre 1918, 69622 VILLEURBANNE CEDEX.

C'est de là que proviennent les deux questions suivantes.

DES ENONCES

De M. Bemmouna, de Rabat :

PB 149 - Quels sont les nombres premiers qui sont sommes de deux nombres composés ?

(Un nombre est dit «composé» s'il est le produit de plusieurs nombres premiers.)

Et de M. Jobert, professeur au Lycée du Parc, de Lyon :

PB 150 - On dit toujours que les médiatrices d'un triangle sont concourantes. Etant donné trois droites concourantes du plan, peut-on construire un triangle dont elles soient les médiatrices ?

Enfin, je vous soumets une question de Combinatoire géométrique :

PB 151- Sur le dessin de couverture, combien voyez-vous de parallélogrammes ? Combien de triangles ? Généraliser.

*

* *

DES SOLUTIONS

PB 139, PA79-80, p42 (au hasard sur un cercle)

On prend dix points au hasard sur un cercle. Quelle est la probabilité pour qu'ils soient tous situés sur un même demi-cercle ?

Orientons le cercle et notons O son centre (figure 1). Si les points d'un certain ensemble fini E appartiennent tous à un même demi-cercle, on peut munir cet ensemble d'une relation d'ordre total obtenue naturellement en parcourant ce demi-cercle dans le sens trigonométrique. L'un des points de E est «le plus petit» pour cette relation : c'est le premier que l'on rencontre dans ledit parcours. Nous le nommerons «le point inférieur» de E.

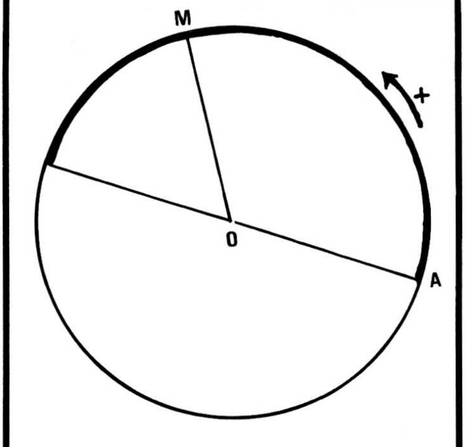


figure 1

Ce point A est défini par le fait que, pour tout point M de E, l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM}})$ a une mesure en radians comprise entre 0 et π. Ce point A de E est unique et bien déterminé.

Par exemple, sur la figure 2, le point K est le point inférieur de l'ensemble E= $\{$ I, J, K, L, $\}$

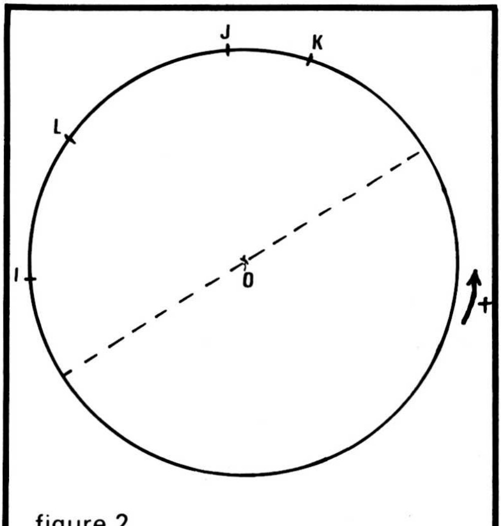


figure 2

On considère n points pris au hasard sur le cercle notés $A_1, A_2, \ldots A_n$, et l'on cherche la probabilité p_n de l'événement x : «les n points sont situés sur un même demi-cercle». Si i est un entier compris entre 1 et n, soit X_i l'événement : «les n points sont situés sur un même demi-cercle, et A_i est le point inférieur». Ces n événements X_i sont deux à deux incompatibles, et il est clair que X n'est autre que l'événement «X_1 ou X_2 ou X_3... ou X_n». De plus, les X_i ont tous la même possibilité q. Par suite, on a : $p_n = nq$.

L'événement X_1 se produit ssi les points $A_2, A_3, \ldots A_n$, pris au hasard et indépendamment sur le cercle, se trouvent tous situés sur le demi-cercle «convenable», formé des points M tels que l'angle $\widehat{\overrightarrow{OA_1}, \overrightarrow{OM}}$ ait une mesure comprise entre 0 et π (figure 3). Or, la probabilité pour que A_2 se trouve sur ce demi-cercle est 1/2, la probabilité pour qu'ils s'y trouvent tous est donc : $(1/2)^{n-1}$.

C'est la probabilité de X_1, donc de X_2, de X_3, bref, de X_i. Donc, $q = 1 / 2^{n-1}$ et $p_n = n / 2^{n-1}$

Voici les dix premières valeurs de p_n :

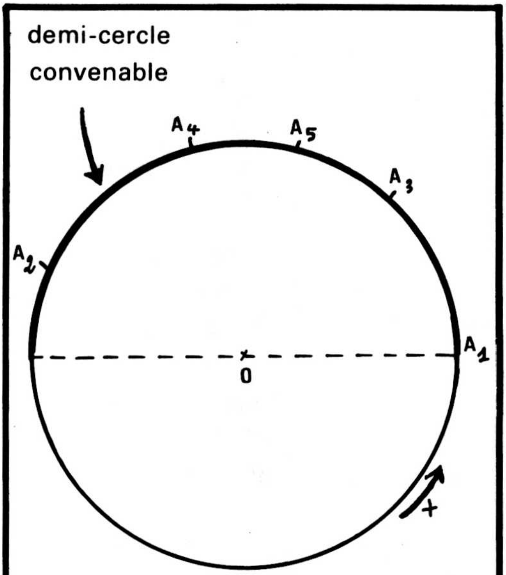


figure 3

Avec dix points, on trouve environ deux chances sur cent pour qu'ils se trouvent sur un même demi-cercle. On voit que p_n décroît assez rapidement. Les valeurs de p_1 et p_2 sont celles qu'indique le bon sens. La valeur de p_3 est intéressante, car elle donne la probabilité pour que trois points, pris au hasard dans le plan, forment un triangle «obtusangle» - c'est-à-dire : qui possède un angle obtus.

La solution ci-dessus a été trouvée par M. Roux, qui ne nous pas envoyé

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_n	1	1	3/4	1/2	5/16	3/16	7/64	1/16	9/256	5/256
P_n	1	1	0,75	0,5	0,3125	0,1875	0,1094	0,0625	0,0352	0,0195

moins de **cinq** solutions différentes, fondées sur des considérations de limites, ou de calcul intégral et de volume dans un espace de dimension n : il n'est pas possible de développer ceci dans nos colonnes.

M. Roux fait remarquer que la même méthode permet de déterminer le probabilité $P_n(a)$ que **n** points, pris au hasard sur un cercle, appartiennent à un même arc représentant une fraction **a** de ce cercle, dans le cas où : $o \leqslant a \leqslant 1/2$. En effet, ces **n** points appartiennent encore à un demi-cercle, et l'on peut donc distinguer parmi eux un «point inférieur», comme ci-dessus. Par un raisonnement identique au précédent, il vient :
$P_n(a) = na^{n-1}$, qui redonne bien p_n lorsque $a = 1 \quad 2$. Mais si le réel **a** vérifie : $1/2 < a < 1$, alors tout change et il n'est plus possible d'aborder ce problème de la même façon. M. Roux a résolu aussi ce cas, ainsi qu'Alain Tissier, du Raincy. Ils arrivent à la formule générale suivante :

$$P_n(a) = 1 - \sum_{k=0}^{n} (-1)^k C_n^k \, (1-k(1-a))_+^{n-1}$$

où le symbole $(x)_+$ désigne le plus grand des deux nombres 0 et x. Veuillez vérifier que l'on retrouve na^{n-1} lorsque $0 \leqslant a \leqslant 1/2$. Je ne puis entrer dans le détail de la démonstration, mais vous pourrez en savoir plus en consultant l'ouvrage de W. Feller, «An Introduction to probability Theory and its Applications» (J. Wiley), tome 2, chapitre 1, théorème 3 p. 29.

M. Esch, de Nessonvaux (Belgique), a aussi résolu ce problème, comme avait fait M. Roux dans sa première solution, en le «discrétisant», pourrait-on dire. En effet, il a partagé son cercle en 2^n arcs égaux, a traité un problème de probabilités discrètes, puis est revenu à la question posée en faisant tendre N vers $+\infty$.

M. Raymond, de Carignan, a réalisé une simulation sur HP 67, ce qui fournit une appréciation qualitative assez correcte de $P_n(a)$.

M. Vidiani, de Dijon, nous fait part de quelques références concernant cette sorte de problèmes, que l'on appelle «probabilités géométriques». Un exemple célèbre est celui de l'aiguille de Buffon : voir P.A. spécial π, pp. 183 sq. Un autre est le **paradoxe de Bertrand** : deux points étant pris au hasard sur un cercle, quelle est la probabilité que leur distance soit supérieure au côté du triangle équilatéral inscrit ?

A l'époque de Joseph Bertrand (1822-1900), les notions de base du calcul des Probabilités étaient moins claires qu'aujourd'hui et c'est pourquoi l'on trouvait **trois** solutions différentes à ce problème, ce qui constituait le paradoxe. En fait, il faut que les deux points ne soient pas situés sur un même arc de 120°, ou $1/3$ de cercle,

et la bonne réponse est donc :
$1 - P_2\left(1/3\right) = 1/3$.

Chez nous, ces problèmes sont tombés en désuétude, contrairement à ce qui se passe chez les pays anglo-saxons, où ils fournissent même des questions d'examens. Avec votre aide, si vous le désirez, nous les tirerons de leur oubli immérité.

*

*   *

PB 141, PA 81-82-83, p. 57 (anagrammes numériques)

On dresse la liste des nombres qui s'écrivent avec les chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, chacun pris une seule fois. On classe ces nombres dans l'ordre croissant. Il y en a 5040, de 1234567 à 7654321. Quel est le 3333ème ?

On remarque que, le premier chiffre étant fixé, on a 720 possibilités pour les 6 autres. Tous les nombres de la liste étant placés par ordre croissant, les 720 premiers commenceront par 1, les 720 suivants par 2, etc... On divise 3333 par 720 et l'on trouve : 3333 = 4 x 720 + 453. Le quotient étant 4 et le reste $\neq$ 0, le 3333^e nombre est situé après les 4 premiers groupes de 720 nombres. Il commence donc par un 5.

Restent alors disponibles les chiffres 1,2,3,4,6,7,. Parmi les 720 nombres de la liste commençant par un 5, si l'on fixe le second chiffre, il reste 120 possibilités pour les 5 autres :

les 120 premiers commencent par 51, les 120 suivants par 52, etc... On divise 453 par 120 : 453 = 3 x 120 + 93. Quotient 3, reste non nul :

le second chiffre cherché est donc le quatrième de la liste (1,2,3,4,6,7,) : c'est un 4.

Et l'on poursuit de même. Chiffres restants : $\{1,2,3,6,7\}$.
On a : 93 =(3x24) + 21. Le troisième chiffre est 6. Restent : $\{1,2,3,7\}$.
On a : 21 =(3x3) + 3. Le quatrième chiffre est 7. Restent : $\{1,2,3,\}$.
On a : 3 =(1x2) + 1. Le cinquième chiffre est 2.

Le nombre cherché est le **premier** des deux nombres de la liste commençant par 54672 : c'est **5467213**.

Ce problème a été résolu par Annie Rouvayrolles et Agnès Souveton, membres du club mathématique du Lycée Simone Weil et aussi par M. Choulet, de Caen, Mme Chrétien, de Villemomble, de M. Raymond de Mlle Sambard, de St Quentin et de M. Vidiani.

Au fond, pour obtenir la solution, nous avons mis le nombre 3333 sous la forme :

$4.6! + 3.5! + 3.4! + 3.3! + 1.2! + 1.1!$

Plus généralement, si N désigne

un entier $\geqslant 2$ et x un entier compris entre 0 et N !—1, on peut procéder de même pour mettre x sous la forme :

$a_1.1! + a_2.2! + a_3.3! + ... + a_{N-1} . (N-1)!$, où chaque coefficient a_k vérifie : $0 \leqslant a_k < k$

Ceci vous rappelle certainement l'écriture du nombre x dans une certaine base. Ici, les« chiffres» a_k ne sont pas multipliés par les puissances d'une base, mais par les factorielles successives. Et ils ne sont pas tenus d'être inférieurs à ladite base, mais chacun doit être inférieur à son rang. C'est une sorte de numération «à base variable». Par exemple, dans ce système, notre nombre décimal 3333 s'écrit $\overline{433311}$. On aurait pu obtenir cette écriture plus simplement en divisant 3333 par 2, puis le quotient par 3, et ainsi de suite, et en conservant les **restes** :

3333	2				
13	1666	3			
13	16				
13	16	555	4		
1	1	15	138	5	
		35	38		
		3	3	27	6
				3	4

Bien sûr, il n'est pas très aisé d'effectuer des opérations dans un tel système de numérotation (essayez...). Mais il peut rendre de petits services, d'ordre mathématique.

PB 142, PA 81-82-83, p.57 (Comment vider un tonneau)

> De combien de manières différentes (en tenant compte de l'ordre) peut-on vider un tonneau de 100 litres au moyen d'une bouteille de 1 l. et d'une bouteille de 2 l. (magnum) ?

Voici la solution de François Ozog, élève de Seconde au Lycée Simone Weil du Puy et membre du club mathématique.

«Si le tonneau contenait 1 l, il y aurait une façon de le vider. S'il contenait 2 l, il y aurait 2 façons : soit en deux fois avec la bouteille de 1 l, soit en une fois avec celle de 2 l. Pour 3 l, 3 façons : 3 = 1+1+1 = 1+2 =2+1.

Désignons par n la contenance du tonneau et par u_n le nombre de façons de le vider. On remarque que, pour vider n + 1 litres, il y a deux façons de procéder : on vide n litres puis 1 litre, ou bien on vide n — 1 litres puis deux litres. D'où :

$u_{n+1} = u_n + u_{n-1}$.»

Fort de cette relation de récurrence, François a réalisé un programme en assembleur sur ITT 2020 et a obtenu u_{100}, la solution :
573 147 844 013 817 084 101 façons de vider le tonneau de 100 litres.

Dans ce problème, nous retrouvons encore une fois la **suite de**

Fibonacci, définie par : $F_0 = 0$, $F_1 = 1$, $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$

Nous savons que cette suite s'exprime ainsi :

$$F_n = \frac{a^n - b^n}{a - b},$$

où a et b sont les racines de l'équation $x^2 - x - 1 = 0$, c'est-à-dire :

$$a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \quad b = \frac{1-\sqrt{5}}{2}.$$

Les valeurs de u_1 et de u_2 nous montrent que l'on a $u_n = F_{n+1}$. Le réel **b** est à peu près égal à $-0{,}618$, de sorte que b^n tend rapidement vers 0 et que la formule suivante fournit une bonne valeur approchée de F_N :

$$F_n \simeq \frac{a^n}{a-b} = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

surtout si n est assez grand. Pour $n = 101$, la moindre calculatrice de poche donne bien :

$$u_{100} = F_{101} \simeq 5{,}731\,4785 \,.\, 10^{20}.$$

Mais Mme Chrétien et M. Choulet, qui savent plus de Combinatoire que François Ozog, ont abordé de problème différemment, et voici le fruit de leurs réflexions.

Si l'on trouve **k** fois la bouteille de 2 l, on utilisera **100 —2k** fois celle de 1 l, d'où : $0 \leqslant k \leqslant 50$. On remplira donc **100 — k** bouteilles, ce qui peut se faire de C^k_{100-k} façons. Le nombre cherché est la somme de ces combinaisons lorsque l'on fait varier k de 0 à 50 :

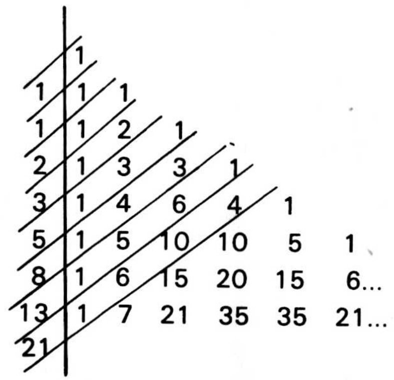
$$u_{100} = C^0_{100} + C^1_{99} + C^2_{98} + \dots + C^{49}_{51} + C^{50}_{50}$$

Plus généralement, on a :

$$u_n = C^0_N + C^1_{n-1} + C^2_{n-2} + C^{3}_{N-3} + \dots$$

Le dernier terme de cette somme est C^p_{2p} si $n = 2p$ (n pair) et C^p_{2p+1} si $n = 2p+1$ (n impair), bref, C^m_n avec $m = [n/2]$ (partie entière de n/2.)

On peut donc faire apparaître les u_n sur le triangle de Pascal en effectuant les sommes des coefficients de ce triangle suivant des lignes ascendantes inclinées à 45° :



Nous avons ainsi démontré une formule mathématique par une méthode combinatoire :

$$\boxed{\sum_{k=0}^{[n/2]} C^k_{n-k} = F_{n+1}}$$

Ce qui se vérifie directement par récurrence sans trop de mal.

M. Raymond a trouvé aussi ces deux solutions, et a imaginé de plus une représentation graphique de ce problème. On cherche le nombre u_n de suites formées de «1» et de «2» et dont la somme est n. Si x représente le nombre de «1» et y le nombre de «2», on a : $x + 2y = n$. On peut représenter chaque suite-solution par un trajet sur le quadrillage de la figure 4, en convenant que chaque «1» représente un pas à droite et chaque «2» un pas vers le haut. Ainsi, u_n représente le nombre de trajets minimaux qui joignent l'origine à l'un des points à coordonnées entières vérifiant :
$x + 2y = n$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$.
Par exemple, la figure 4 concerne le cas $n = 10$, et le trajet que l'on y voit représente le partage
$10 = 1+1+2+1+1+1+2+1$.

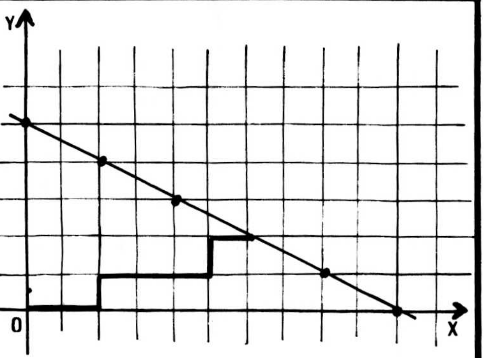


figure 4

Mais M. Raymond a aussi généralisé le problème, cherchant le nombre V_n de façons de vider un tonneau de **n** litres avec **trois** bouteilles, de 1, 2 et 3 litres. A chacun de ces partages, il associe encore un trajet, non plus sur un quadrillage plan, mais sur un réseau spatial, ce qui le conduit à une formule avec des combinaisons. Mais le raisonnement par récurrence le conduit à une suite de Fibonacci généralisé dont il nous avait déjà entretenus il n'y a pas si longtemps (voir PB 138, PA79-80, p.42 et PA 84-85. p.43). On a en effet : V_1, $V_2=2$, $V_3=4$ et pour $n \geqslant 4$:

$V_n = V_{n-1} + V_{n-2} + V_{n-3}$. Le monde est petit !

PB 144, PA 81-82-83, p 57 (échafaudage exponentiel)

> Soient deux entiers naturels x et y vérifiant l'égalité :
> $x^{y^x} = y^{x^y}$. Sont-ils nécessairement égaux ?

Comparons d'abord les exposants : l'inégalité $x^y < y^x$, entre réels positifs, équivaut à $\underline{\ln x} < \underline{\ln y}$, où «ln» désigne le logarithme supérieur. Or la fonction $x \longmapsto \frac{\ln x}{x}$ est strictement décroîssante sur $[e, + \infty[$.
Si l'on suppose que $x > y \geqslant e$, il en résulte donc $x^y < y^x$, d'où
$x^y \ln y < y^x \ln x$ et par suite
$y^{x^y} < x^{y^x}$. Nous avons ainsi montré que, si deux **réels** positifs distincts x et y vérifient : $x^{y^x} = y^{x^y}$, alors l'un des deux est inférieur à e.

Si maintenant on suppose x et y **entiers** distincts, il en résulte que l'un d'eux vaut 0, 1 ou 2. Si $y=0$, il est clair que $x=0$, avec la convention : $0^0=1$. Si $y=1$, Alors $x=1$.

Si $y=2$, alors x est nécessairement une puissance de 2 : $x=2^m$ avec m entier, $m \geqslant 1$.

L'égalité $x^{y^x} = y^{x^y}$ équivaut à :

$y^x \ln x = x^y \ln y$, soit :

$2^{2^m} \ln 2^m = (2m)^2 \ln 2$, ou encore :

$2^{2m-2^m} = m$.

Cette égalité est vérifiée pour $m=1$, elle ne l'est pas pour $m=2$ et elle ne saurait l'être pour $m \geqslant 3$ car alors $2m - 2^m$ est négatif. Donc, $x=y=2$. Dans tous les cas, $x=y$.

A des détails de rédaction près, cette solution est celle de M. Roux et de M. Teller, de Paris (14e). Un troisième lecteur a cru pouvoir se passer de l'hypothèse «x et y entiers» et n'y est parvenu qu'un prix d'une erreur. En fait, il existe certainement des couples de réels vérifiant notre «échafaudage exponentiel», et peut-être-même, qui sait, des couples de rationnels...

DU COURRIER

Comme vous avez pu le lire ci-dessus, le courrier arrive bien, qui apporte des solutions à nos «PB». Mais ce n'est pas tout. Des lecteurs, tombant sur une bonne idée, rencontrée dans un livre on imaginée par eux, prennent la plume et proposent des énoncés. C'est le cas de Mme Chrétien, M. Brégeot, de Massy, M. Didry, de Vandœuvre, M. Ronfot, de Caen. Qu'ils soient remerciés pour leur collaboration. Et que tous ceux qui veulent nous envoyer énoncés ou solutions passent sans tarder aux actes ! Un conseil : traitez de questions distinctes sur des feuilles distinctes, rappelez votre nom partout, et écrivez sur l'enveloppe :

M. Roger Cuculière
Professeur de mathématiques
Lycée Carnot
145 Boulevard Malesherbes
75017 PARIS

SOLUTIONS DU JEU DE DAMES

Diagramme D : 27-21(26x17)28-22(17x28)25-20(24x15)34-29(23x34)32x1 B+
Diagramme E : 30-24(19x30)39-34(30x39)42-38(33x31)44 x 4 B +
Diagramme F : 21-17(12x21)29-23(28x30)35x24(20x29)34x3 B +

LE PETIT ARCHIMÈDE

Revue de l'Association pour le Développement de la Culture Scientifique
10 numéros par an

ABONNEMENT 1982

Abonnement de Soutien : 100F ☐ (1)
Abonnement de Bienfaiteur : 500F ☐ (1)
Abonnement ordinaire : 50 F ☐ (1)
Abonnements groupés (minimum 10) : 35 F
(Ils peuvent être servis à une ou plusieurs adresses) ☐ (2)

MAJORATION POUR TOUT ENVOI HORS EUROPE
ou PAR AVION (le préciser) de 50 %

Toutes les collections anciennes sont disponibles :
N° 1 à 10, 11 à 20, 21 à 30, 31 à 40, 41 à 50, 51 à 60, 61 à 70, 71 à 80 : 50 F
Prix de vente au n° 10 F

PRODUCTIONS SPECIALES

Le nouveau calendrier perpétuel : 50 F le paquet de cinquante ☐ (3)

N° Spécial PA Sp1 (index général PA1 à PA50) : 5 F ☐ (1)

N° Spécial Pi : 75 F - A partir de 4 exemplaires : 70 F l'unité
A partir de 10 exemplaires : 60 F l'unité ☐ (2)

NOM : Prénom :
Adresse d'expédition :
Code Postal : Ville :
Bureau distributeur :
Cette demande est à adresser exclusivement à :

ADCS - Abonnement - 61 rue St Fuscien 80000 AMIENS

Joindre chèque ou mandat à l'ordre de :

ADCS CCP 4736 63 W LILLE

(1) cocher les cases utiles
(2) Nombre d'exemplaires
(3) Nombre de paquets de cinquante cartes postales

LES ETABLISSEMENTS SCOLAIRES PEUVENT-ILS ÉVITER LES DEMANDES DE FACTURE ? MERCI

Adresser toute correspondance rédactionnelle à :

Y. ROUSSEL - 61 rue St Fuscien 80000 AMIENS

Revue éditée par l'A.D.C.S. - Le Directeur de la publication J.C. HERZ

IMPRIMERIE I & RG AMIENS Tél. 92.60.16

© Dépôt légal Octobre 82 N°86 - 87 : 10 F