le petit
# archimède
10 numéros par an

OFFRE EXCEPTIONNELLE

Voir page 3 et page 23

P.A. No 93-94 Septembre 1983

## SOMMAIRE



NOS CONVENTIONS pour les « petits » facile
difficulté moyenne pour les grands

# TROUVER

Trouver tous les nombres de 3 chiffres égaux à la somme des cubes de leurs «chiffres».

# P.A. EDITE UN TAQUINOSCOPE SPECIAL

Le taquinoscope* est enfin commercialisé. P.A. publie dans ce numéro une étude mathématique rigoureuse et complète sur ce beau jeu de permutations inventé et réalisé par notre ami Raoul Raba. A cette occasion, P.A. édite un taquinoscope spécial comportant sur une face le dessin du petit Archimède (voir page 23).

C'est un objet et un mécanisme surprenants.

Le tirage de ce taquinoscope spécial est limité à 1 000 exemplaires.

Prix de vente exclusivement réservé aux lecteurs et amis de P.A. : 50 FF. Un tiré à part de l'étude mathématique est également disponible au prix de 10 FF.

* Voir également l'article de André Deledicq dans LA RECHERCHE N° 128, Décembre 1981.

## BON DE COMMANDE

Mme ou M. : ____________________

demeurant à *(adresse complète)* ____________________

____________________

____________________

prie l'ADCS de bien vouloir lui faire parvenir

_____ PA-TAQUINOSCOPES pour la somme de _____ x 50 FF = _____ FF

et _____ étude mathématique du PA-Taquinoscope : _____ x 10 FF = _____ FF

# ÉDITORIAL

Après 10 ans de fonctionnement, l'équipe du P.A. peut tirer un premier bilan. L'enthousiasme de tous est toujours intact. Votre courrier en témoigne.

Cependant notre journal n'a jamais atteint l'audience qu'il devrait avoir. La réussite de « La Hulotte », le prouve :

- laissez traîner « La Hulotte » sur une table et un exemplaire de « P.A. » ; on vole la Hulotte et pas P.A.
- son tirage est dix fois le nôtre.

Est-ce dû seulement à la présentation, ou aux thèmes abordés dans notre revue ?

Peut-être avons-nous dérapé par rapport à la direction que nous nous étions fixés au départ ? Nous voulions faire une revue scientifique, non exclusivement mathématique, et destinée aux jeunes de 12 à 20 ans. Certes les fondateurs sont essentiellement « matheux » (et ils en sont fiers !) mais peut-être faudrait-il élargir l'équipe rédactionnelle ? Aborder des sujets de vulgarisation scientifique ? Des essais ont été faits en ce sens (voir les pages en quadrichromie du C.E.R.N., quelques articles d'astronomie, de physique, ...). Faut-il les poursuivre ? Bientôt le numéro 100 P.A. sera sur votre bureau. Et après ?

En conclusion : Qui sont nos lecteurs ? Que veulent-ils ? C'est ce que nous vous demandons. Nous attendons impatiemment vos réponses

Yvan Grimaldi
Directeur de la publication

## QUESTIONNAIRE
(à remplir, même sur feuille libre)

N° de département : ______

NOM : ______

Profession (ou classe) : ______

Année d'abonnement : ______

Pouvez-vous citer des textes que vous avez jugés intéressants (depuis le n° 81) :

______

______

Même demande pour des textes antérieurs : ______

______

______

Pouvez-vous citer des textes qui ne vous ont pas plu ? ______

______

______

Critiques - Suggestions ? ______

______

______

______

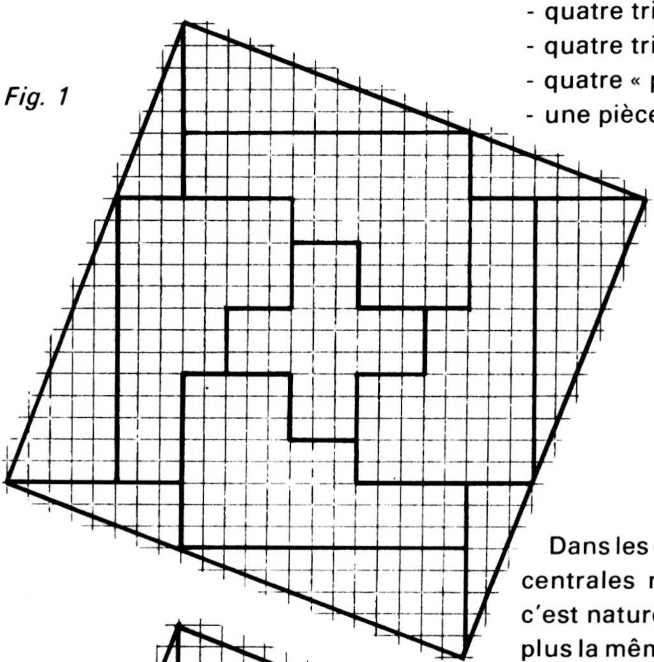
______

______

# LE MEME AIR, MAIS PAS LA MEME AIRE

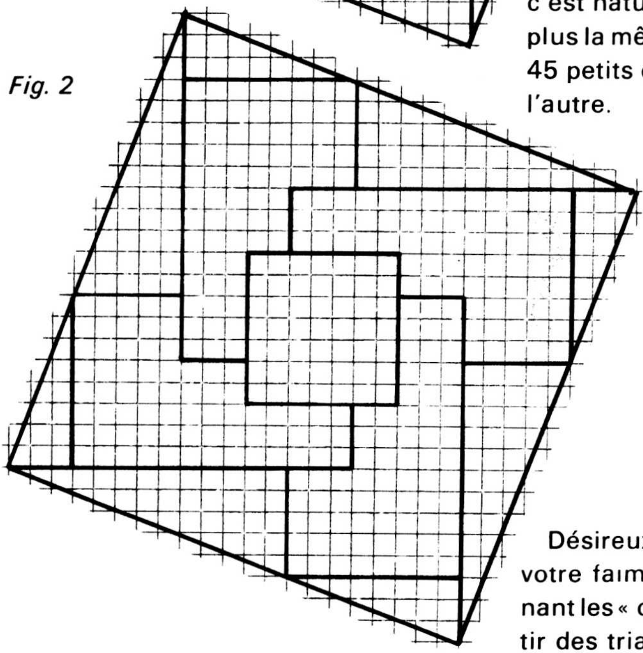
Les deux carrés découpés que vous présente PA (fig. 1 et fig. 2) comprennent treize pièces :
- quatre triangles rectangles (5 ; 13)
- quatre triangles rectangles (3 ; 8)
- quatre « pistolets »
- une pièce centrale.

*Fig. 1*



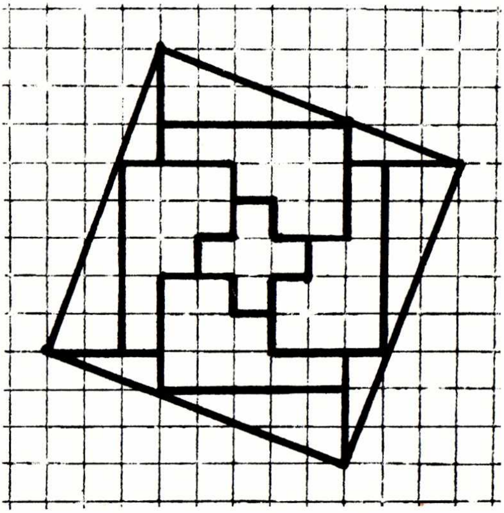
Dans les deux carrés, les deux pièces centrales n'ont pas la même forme, c'est naturel ; mais n'ont pas pas non plus la même aire, c'est étonnant. Il y a 45 petits carrés dans un cas, 49 dans l'autre.

*Fig. 2*



Désireux de ne pas vous laisser sur votre faim, PA vous dessine maintenant les « carrés » à treize pièces à partir des triangles (2 ; 5) et (1 ; 3) avec des pistolets adaptés. Ils donnent lieu aux mêmes constatations, avec en plus la remarque que, pour un des carrés, les bords sont creusés et que, pour l'autre, les bords sont gonflés, ce qui donne la clé du mystère (fig. 3 et fig. 4).

*Fig. 3*

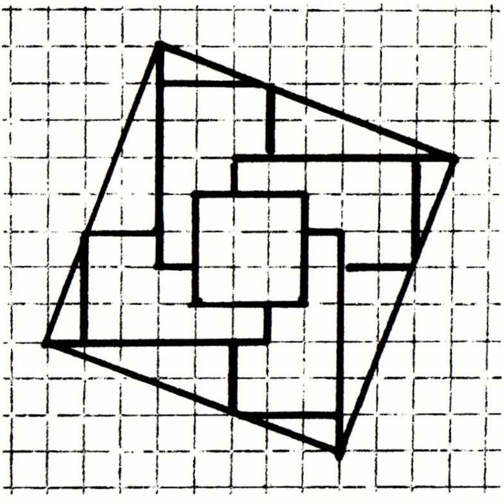


PA vous propose :

1° - de construire en carton les figures qui correspondent à l'emploi des triangles (3 ; 8) et (2 ; 5) avec les pistolets convenables.

Utilisez du papier quadrillé pour faire un brouillon. Vous aurez le moyen d'étonner vos amis en réalisant d'abord le puzzle à partie centrale croix suisse (en cinq morceaux de quatre petits carrés) puis avec les mêmes pièces en formant le puzzle à partie centrale carrée (en quatre morceaux de quatre carrés).

*Fig. 4*



Un des morceaux a disparu. Vous, vous savez pourquoi !

2° - de constater que les dimensions des côtés de l'angle droit des triangles périphériques sont des termes voisins de la suite de Fibonacci :

$u_0 = 0$, $u_1 = 1$, $u_2 = 1$, $u_3 = 2$,
$u_4 = 3$, $u_5 = 5$, $u_6 = 8$ ...
et que
$5u^2_{n-1} - (-1)\,4 = (u_n + u_{n-2})^2$.

# JOUEZ AVEC LES NOMBRES PREMIERS

**Solutions**

Dans P.A. 84-85 j'ai présenté ce jeu extrait de l'excellent livre de David Silverman :

« Your Move » (Kaye and Ward, London)

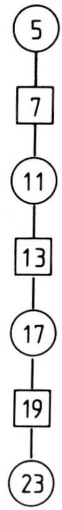
Il s'agissait d'un jeu numérique à deux joueurs. Dans le premier jeu les nombres pouvant être proposés variaient de 1 à 5, et de 1 à 10 dans le second jeu. **Le but** étant de toujours tomber sur une somme qui soit un nombre premier. Celui qui ne peut plus le faire ayant, bien sûr, perdu.

Ce jeu nécessite donc une connaissance des nombres premiers (du moins parmi les premiers !). Une seconde remarque et on s'aperçoit qu'il y a des « sauts » dans la répartition des nombres premiers que l'on ne peut pas franchir avec 5 ou 10. D'où l'idée de partir du dernier nombre premier que l'on peut obtenir et de faire une analyse rétrograde. De là voici les deux arbres obtenus :

On le voit dans ces deux jeux, le premier joueur peut gagner s'il connaît l'arbre gagnant ! Mais on peut prolonger ces petits jeux.

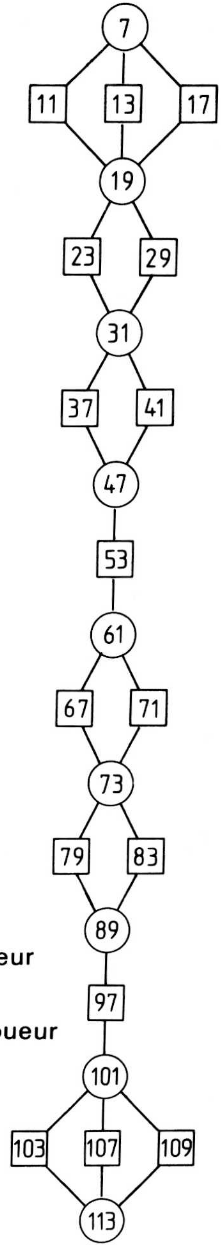
En effet l'auteur de ces jeux avait en vue la connaissance des nombres premiers par les joueurs, mais il a créé aussi une variante « hybride »

**Jeu 1**




gagne
le prochain
est 29

**Jeu 2**




gagne
le prochain est 127

○ Premier joueur

□ Deuxième joueur

(Suite page 10)

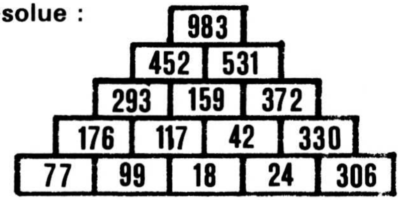
# JOUONS AVEC LES NOMBRES...

## LA PYRAMIDE DES NOMBRES

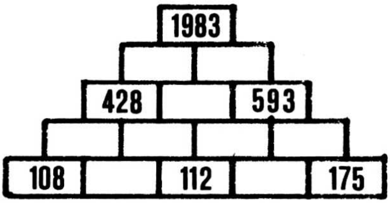
[D'après une idée empruntée à « Q.I. Jeux et Test » voici un « défi » arithmétique pour les plus jeunes :]

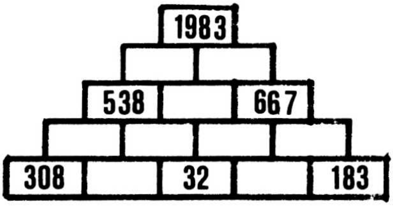
« Sachant que chaque nombre inscrit sur une petite brique rectangulaire est égal à **la somme** des **deux** nombres qui se trouvent sur les briques immédiatement **au-dessous** , reconstituez ces pyramides incomplètes ! »

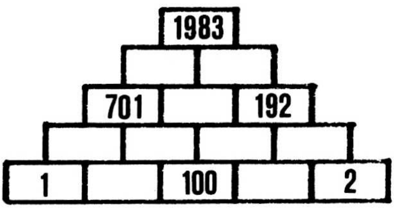
Exemple de Pyramide **résolue :**

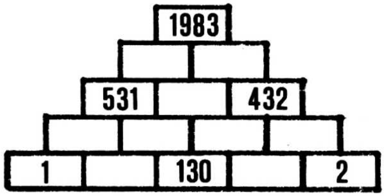


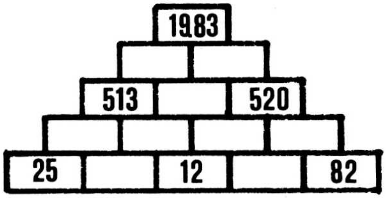

Cinq Pyramides de la nouvelle année :



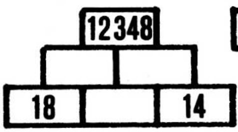



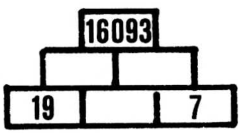



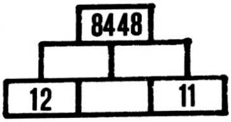

Pour les reconstituer tu vas petit à petit élaborer ta méthode ... méthode qui te conduit des sentiers escarpés de l'arithmétique à la voie royale de l'algèbre ! A propos n'est-ce pas bizarre que le résultat final soit toujours 1983 ! Essaie donc d'en construire avec un total final **pré-choisi.** (Demande donc à ton aîné(e) ou à ton professeur !) En tout cas tu peux en construire pour coller tes camarades de classe...

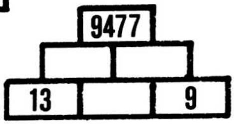
Mais ce n'est pas tout :
**Imaginons** un peu : remplaçons la règle d'addition par la règle de multiplication ! que devient la question ?

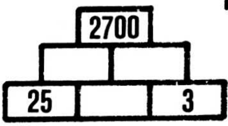
« Sachant que chaque nombre inscrit sur une petite brique est égal au **produit** des **deux** nombres qui se trouvent immédiatement **en-dessous de lui**, reconstituez les mini-pyramides suivantes » :

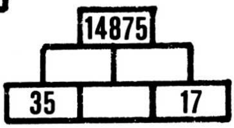


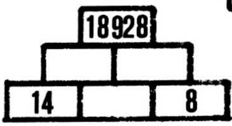



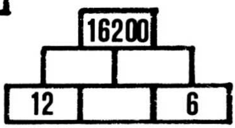


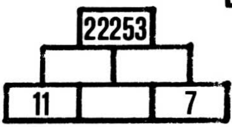



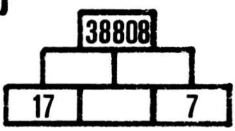



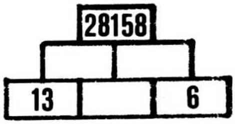



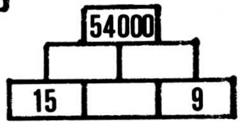




Voilà, à raison d'un par mois, tu en as pour un an (!), sauf si là aussi tu fais certaines remarques judicieuses. Au fait, à travers ces « mini-pyramides » qu'est-ce que je veux te faire faire ? - Raisonner et trouver une méthode comme pour les pyramides ? Certes, mais encore ? - Faire des calculs ? Oui, bien sûr, mais ... Mais quoi ? Apprendre à **remarquer et mémoriser certains nombres** dont tu auras souvent besoin ! Voilà, bonne recherche !

Pour toute correspondance :
Jouons avec les nombres...
Francis GUTMACHER
Le Petit Archimède
BP 0222
80002 AMIENS Cedex

(Suite de la page 8)

dans laquelle on peut obtenir une somme qui est **soit un nombre premier, soit le carré d'un entier,** toujours avec les possibilités de jouer de 1 à 5 ou de 1 à 10.

Il est certain qu'alors « on va plus loin » dans l'arbre !

**A vous de démêler les branches** ! Appelons ces jeux 1' et 2'.

Il est clair également qu'on ne peut pas se limiter à des additions de 1 à 10, mais cela nous entraîne loin ... si le cœur vous en dit.

Pour toute correspondance :
P.A. Jouez avec les nombres
Francis GUTMACHER
B.P. 0222
80002 AMIENS Cedex

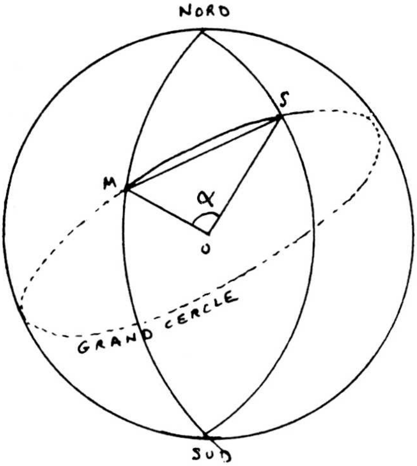
# J'AI FAIT UN CONCOURS ET J'AI APPRIS LA GEOMETRIE en dégustant du fromage

(voir PA 77-78, 81-82-83, 84-85)

Jean-Baptiste Delambre (1749-1822) et Pierre Méchain (1744-1804) furent chargés par la Convention de mesurer l'arc de méridien entre Dunkerque et Barcelone.

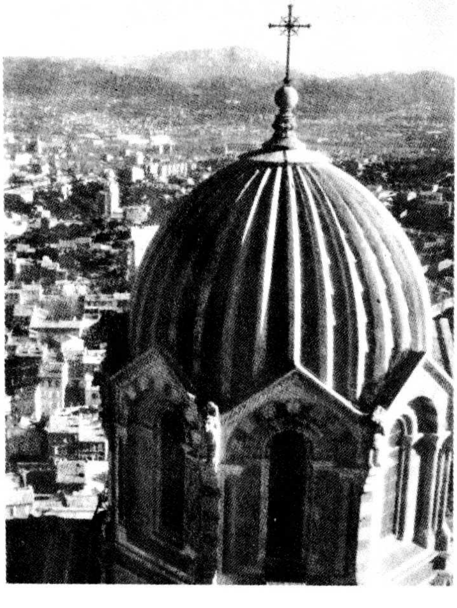
Le travail effectué entre 1792 et 1799 servit de base au système métrique. Nous aurons peut-être l'occasion de reparler de ces deux astronomes que le PA 84-85 désignait par leurs initiales.

Supposons donc que la Terre soit une grosse boule dont un « grand cercle » mesure exactement 40 millions de mètres. Le PA 84-85 vous donne alors la recette pour en calculer le rayon.




Prendre une calculette et effectuer 40 000 000 divisé par $2\pi$. On trouve R = 6 366 197,7 m. Chapeau ! chapeau ! J'enlève donc mon chapeau et le rayon de la Terre perd 20 cm d'un seul coup... Et puis non, na ! Ma calculette a toujours raison !

Le Mont-Blanc culmine à 4 807 m. Vous n'allez pas me dire que son sommet est aussi loin du centre de la Terre que sa base ! Ben... on fera comme si. D'ailleurs le tunnel qui est à l'altitude de Chamonix (1 037 m) - côté français - ou Courmayeur (1 250 m) - côté italien - a 12 km de long. Faites un dessin et vous verrez qu'on n'a peut-être pas tort de s'en tenir à la moyenne. Et $\alpha$ hein ? On a lu dans PA que la distance Strasbourg-Marseille, c'est $R\alpha$. On connaît R mais $\alpha$ ? Je sais que $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{OS} = R^2 \cos \alpha$ (1).



Il suffit de connaître les coordonnées sphériques de M et de S, la longitude $\theta$ et la latitude $\lambda$. C'est finalement le procédé de tous les marins qui « font le point » pour calculer leur route !

Les coordonnées cartésiennes associées à Marseille seront alors

$$x_M = R \cos\lambda_M \cos\theta_m ; \; y_M = R\cos\lambda_M \sin\theta_M ; \; z_M = R \sin\lambda_M$$

(voir par exemple « Que sais-je » n°1047, La géométrie analytique, page 16).

Pour Strasbourg, on remplace M par S. On effectue le produit scalaire comme d'habitude ; on trouve :

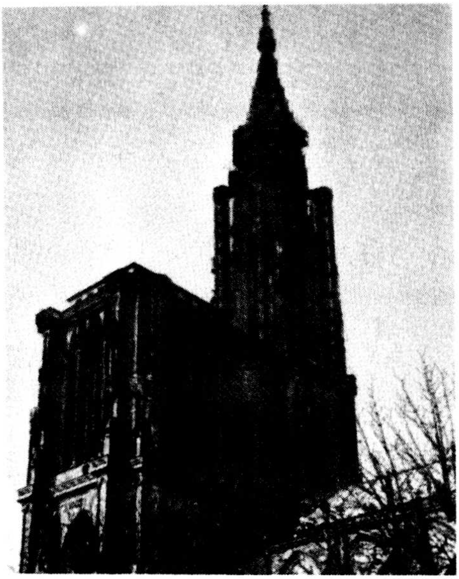
$$R^2 (\underline{\cos\lambda_M \cos\lambda_S} \cos\theta_M \cos\theta_S + \underline{\cos\lambda_M \cos\lambda_S} \sin\theta_M \sin\theta_S + \sin\lambda_M \sin\lambda_S) \quad (2)$$

Finalement après mise en facteur des termes soulignés dans (2) et comparaison avec (1), on trouve

$$\cos\alpha = \cos\lambda_M \cos\lambda_S \cos(\theta_M - \theta_S) + \sin\lambda_M \sin\lambda_S \quad (3)$$

Tiens, y a plus de R ! (on s'y attendait un petit peu ?). On pourrait pas simplifier encore ? Si, mais en fin de compte, pour un calcul numérique à la machine, pas tellement...

Il reste à déterminer $\lambda_M$, $\lambda_S$ les latitudes respectives de Marseille et Strasbourg ainsi que $\theta_M$, $\theta_S$ (les longitudes correspondantes) avec une précision suffisante. Une bonne méthode consiste à se rendre avec l'horloge et le sextant (à quoi servent ces deux instruments ?) aux deux monuments cités : flêche de la cathédrale de Strasbourg, statue de N.D. de la Garde à Marseille. Si l'un de nos lecteurs a fait cette démarche, qu'il n'hésite pas à me communiquer ses



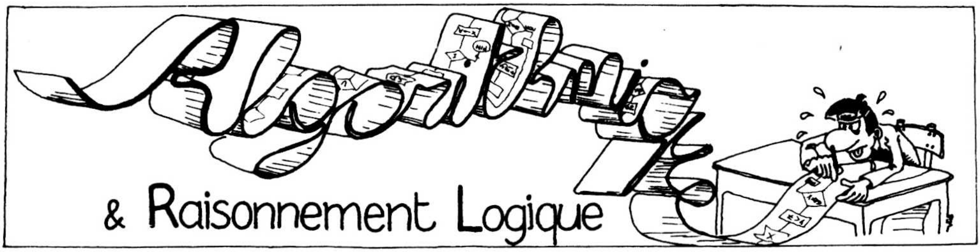
résultats. Sinon toute autre méthode est la bienvenue. Vous avez donc jusqu'au prochain numéro de PA pour me communiquer vos résultats :

- longitude de Marseille (N-D. de La Garde) ?
- latitude de Marseille (N-D. de La Garde) ?
- longitude de Strasbourg (flêche cathédrale) ?
- latitude de Strasbourg (flêche cathédrale) ?
- ET LA METHODE EMPLOYEE POUR LES DETERMINER ?
- Cos $\alpha$ (calculé avec la formule (3) ou toute autre équivalente) en précisant les moyens employés : tables, calculette, micro-ordinateurs...)
- enfin $\alpha$ et R$\alpha$ (distance demandée)

Prière aussi de fournir « l'intervalle de confiance » à espérer de ce calcul.

Envoyez vos réponses à :

Y. GRIMALDI
27, chemin de Frémont
80260 BERTANGLES




Pour ce numéro, nous vous proposons trois problèmes « classiques » :

## Problème ARL 93-1

### Les 5 explorateurs, le singe, et les noix de coco.

Après avoir amassé toute la journée des noix de coco, cinq explorateurs décident de se partager le tas le lendemain matin.

Mais pendant la nuit, l'un d'entre eux se réveille pour prendre sa part. Pour que le partage soit possible, il lance une noix de coco à un singe, prend exactement le cinquième du tas restant, et retourne dormir comme si de rien n'était...

Comme les quatre autres explorateurs ont eu la même idée que le premier, ils feront chacun de même en donnant une noix au singe, en s'appropriant le cinquième du tas (de ce qu'il en reste !), et en retournant dormir sans qu'aucun des autres ne s'en soit aperçu.

Au matin le partage prévu a bien sûr lieu. Une nouvelle noix donnée au singe permet de diviser le reste en cinq parts égales.

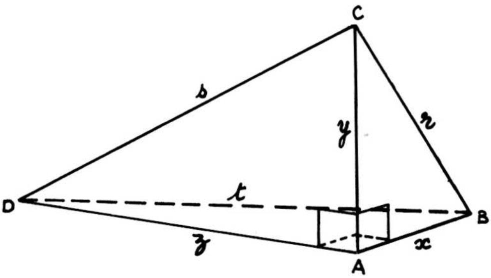
> Combien le tas initial contenait-il **au minimum** de noix de coco ?

## Problème ARL 93-2

### Le volume de Pythagore

Les triangles de Pythagore ont déjà inspiré deux problèmes de cette rubrique : ARL 68-1, et ARL 86-2 dont la solution est indiquée plus loin.

Un volume de Pythagore est le polyèdre suivant :




où ABC, ABD, et ACD sont des triangles de Pythagore. Ainsi toutes les arêtes du volume sont de longueur entière et vérifient :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = r^2 \\ y^2 + z^2 = s^2 \\ z^2 + x^2 = t^2 \end{cases} \qquad (x, y, z, r, s, t) \in \mathbb{N}^6$$

> Quel est le plus petit volume de Pythagore ?

## Problème ARL 93-3

### Périodicité des inverses

Lorsque l'on calcule le développement décimal de 1/7, on s'aperçoit de la périodicité suivante :

$$\frac{1}{7} = 0,\underbrace{142857}\underbrace{142857}\underbrace{142857}\ldots$$

On dira que sa période vaut 6. De même, la période de l'inverse de 3 vaut 1.

> Quel est le plus petit nombre entier dont la période de son inverse vaut 11 ?

# SOLUTIONS

## Solution ARL 86-1

> Par combien de zéros se termine le nombre (1982 !) ?

Ce nombre de zéros est égal au nombre d'associations 2 x 5 possibles dans le développement en facteurs premiers de 1982 !

Comme, bien sûr, il y a beaucoup plus de 2 que de 5 dans ce développement, il suffit de connaître combien de fois 1982 ! est divisible par 5.

Si l'on note E(x) la partie entière de x, alors le nombre n de zéros cherchés est égal à :

$$n = E\left(\frac{1982}{5}\right) + E\left(\frac{1982}{5^2}\right) + E\left(\frac{1982}{5^3}\right) + E\left(\frac{1982}{5^4}\right) + E\left(\frac{1984}{5^5}\right)$$

$$= 396 + 79 + 15 + 3 + 0$$

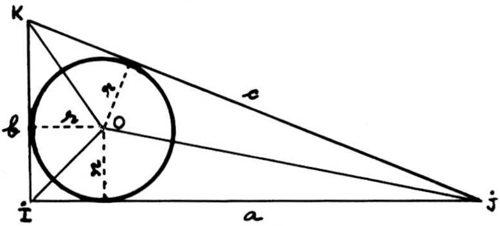
**Donc 493 zéros terminent le nombre 1982 !**

Nous avons reçu de nombreuses réponses correctes des lecteurs. M. RAYMOND, de Carignan, s'est même payé le luxe de développer complètement notre nombre en question. Et grâce à une HP 67, il obtient :

$$1982\,! = 2^{1973} \times 3^{987} \times 5^{493} \times 7^{328} \times 11^{197} \times \ldots \times 1973 \times 1979$$

## Solution ARL 86-2

> Prouver que dans tout triangle de Pythagore, la longueur du rayon du cercle inscrit est toujours un nombre entier.




La surface du triangle IJK est égale à la somme des surfaces des triangles OIJ, OJK, et OKI.

D'où : $\frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ra + \frac{1}{2}rb + \frac{1}{2}rc$

$$r = \frac{ab}{a+b+c} = \frac{ab(a+b-c)}{(a+b)^2 - c^2}$$

$$= \frac{ab(a+b-c)}{2ab} \Longrightarrow$$

$$\boxed{r = \frac{a+b-c}{2}}$$

Si a et b sont de parité différente, alors c est impair.

Si a et b sont de même parité, alors c est pair.

Dans les deux cas, $a + b - c$ est pair, CQFD.

Envoyez votre courrier concernant cette rubrique à :

Christian BOYER
Le Petit Archimède - ARL
BP 0222
80002 AMIENS CEDEX

Les solutions ainsi que **surtout** les propositions de problèmes y sont impatiemment attendues.

## SOLUTION
(Trouver)

A nos jeunes lecteurs, nous expliquons le pourquoi des guillemets de «chiffres». Un chiffre n'a pas de cube ; seul le nombre représenté par ce chiffre en a un.

Si un nombre se termine par
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
son cube est terminé par
0 1 8 7 4 5 6 3 2 9

1 - Si $c \in \{0 \; 1 \; 4 \; 5 \; 6 \; 9\}$, $c^3$ se termine par le même chiffre

or si $\overline{abc}$ est un nombre cherché
$100a + 10b + c = a^3 + b^3 + c^3$
$a^3 + b^3$ est alors multiple de 10, les lignes de chiffres ci-dessus montrent alors ou que $a = b = 0$
ou que $a + b = 10$

donner à a les valeurs 1 ou 2 c'est donner à b les valeurs 9 ou 8.

$a^3 + b^3$ dépasse alors $100a + 100$
$a = 3 \Rightarrow b = 7 \Rightarrow a^3 + b^3 = 370$
les nombres 370 et 371 sont deux solutions

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a = | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| b = | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| $a^3 + b^3$ = | 280 | 250 | 280 | 370 | 520 | 730 |
| abo = | 460 | 550 | 640 | 730 | 820 | 910 |

Aucune des valeurs permises pour c dans ce paragraphe ne conduit à une solution.

2 - Si $c = 3$ ou $8 \Rightarrow c^3$ est terminé par 7 ou $2 \Rightarrow c^3 - c$ est terminé par 4
$\Rightarrow a^3 + b^3$ ———— 6

S'il en est ainsi :

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| b | 5 | 2 | 9 | 8 | 1 | 0 | 7 | 4 | 3 |

on procède aux essais : 153 ou 158, 223 ou 228, 393 ou 398 etc,,,

seul 153 est solution

3 - Si $c = 2$ ou $7 \Rightarrow c^3$ est terminé par 8 ou $3 \Rightarrow c^3 - c$ est terminé par 6
$\Rightarrow a^3 + b^3$ ———— 4

S'il en est ainsi :

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| b | 7 | 6 | 3 | 0 | 9 | 2 | 1 | 8 | 5 |

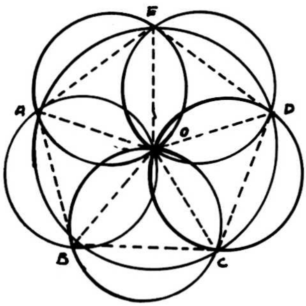
on procède aux essais 172 ou 177, 262 ou 267...
la seule solution est 407.
donc le problème a 4 solutions :
**153, 370, 371, 407**

***

# RECOUVREMENT AVEC DES DISQUES

Peut-on recouvrir un disque de rayon 8 avec 5 disques de rayon 5 ?

Partons d'un cercle de centre O, de rayon R, recouvert par cinq disques de rayon R' disposés comme le montre la figure :




Les cinq cercles passent en O et se recoupent en A B C D E situés aux sommets d'un pentagone régulier inscrit dans le cercle de centre O et de rayon R. Dans cette configuration quelle relation y a-t-il entre R et R' ?

Considérons le triangle OAB, l'angle en O a pour mesure $\frac{2\pi}{5}$ donc les angles en A et en B (égaux car le triangle est isocèle) ont pour mesure

$\frac{1}{2}\left(\pi - \frac{2\pi}{5}\right) = \frac{3\pi}{10}$ or OA = R

et dans ce triangle on peut écrire la relation fondamentale $\frac{OA}{\sin \widehat{B}} = 2R'$

R' rayon du cercle circonscrit à OAB

donc $OA = R = 2R' \sin \widehat{B} = 2R' \cos\left(\frac{\pi}{2} - \widehat{B}\right) = 2R' \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{10}\right) = 2R' \cos \frac{\pi}{5}$.

La valeur de $\cos \frac{\pi}{5}$ est $\frac{1+\sqrt{5}}{4}$

Finalement $\underline{R = R' . \Phi}$ où $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

est le **nombre d'or.**

R étant donné il est possible de recouvrir le disque de rayon R par cinq disques de rayon R'

si $R' = \frac{R}{\Phi}$ donc si $R' \geqslant \frac{R}{\Phi}$

c'est-à-dire si $\frac{R}{R'} \leqslant \Phi$

Or les rapports de deux termes consécutifs de la suite de Fibonacci : 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... qui sont $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \frac{21}{13}, \ldots$ tendant vers $\Phi$ en l'encadrant, alternativement par valeur inférieure puis par valeur supérieure :

$$\frac{1}{1}, \frac{3}{2}, \frac{8}{5}, \frac{21}{13}, \ldots$$

sont plus petits que $\Phi$ alors que :

$\frac{2}{1}, \frac{5}{3}, \frac{13}{8}, \frac{34}{21}, \ldots$ sont plus grands que $\Phi$.

Par conséquent il est possible de recouvrir un disque de rayon 3 par 5 disques de rayon 2 ou bien un disque de rayon 8 par 5 disques de rayon 5, ou bien un disque de rayon 21 par 5 disques de rayon 13, etc... Est-il possible de recouvrir un disque de rayon 5 avec 5 disques de rayon 3 ? Remarque : plus on prend des rapports de rangs élevés, plus le recouvrement est précis ; c'est-à-dire moins il y a de surface perdue dans les cercles qui recouvrent.

* * *

# EN ATTENDANT LE FEU VERT

A un carrefour se croisent deux voies de 10 m de large. On suppose que les voitures s'y présentent en file continue l'une allant d'Est en Ouest, l'autre du Nord au Sud. Des feux sont disposés en A pour le sens E-O et en B pour le sens N-S. On suppose qu'il n'y a pas de feu orange, mais seulement des feux vert et rouge alternant en chaque point.

Les feux sont réglés pour laisser passer chaque fois 10 voitures qui, à l'arrêt, forment une file de 40 mètres.

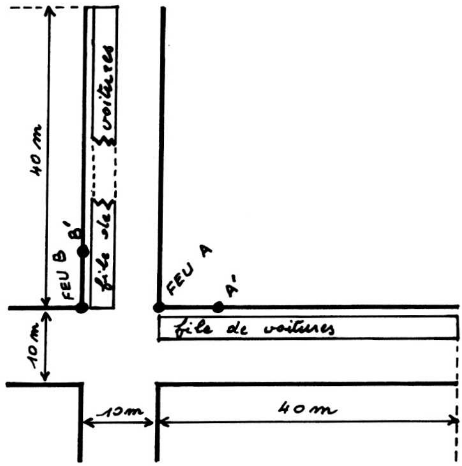
Aucune voiture ne peut s'engager dans le carrefour avant que la dernière voiture circulant dans l'autre sens ne l'ait quitté.

La première des 10 voitures démarre dès le feu vert, la dernière avec 5 secondes de retard sur la 1ère.

Dès leur départ, et jusqu'à la traversée du carrefour les voitures se déplacent d'un mouvement uniformément accéléré, l'accélération étant de 1 m/s$^2$.

1°) Combien de voitures peut-il passer à l'heure sur une file dans le sens E-O ou dans le sens N-S ?

2°) On recule les feux de 5 m en les plaçant en A' et en B', toutes choses étant égales d'ailleurs. Montrer qu'il peut alors passer plus de voitures à l'heure.




**Solution** (en attendant le feu vert)

Etablissons une formule préliminaire.

L'équation du mouvement uniformément accéléré avec départ arrêté est : $e = \frac{1}{2} at^2$,

e étant en mètres la distance parcourue en t secondes,

a étant l'accélération,

dans ce cas :

$a = 1$ ; $e = \frac{1}{2} t^2$ ; $t = \sqrt{2e}$.

① Les feux A et B sont à l'angle des deux rues.

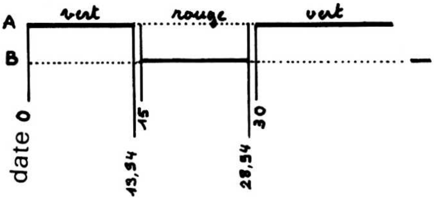
Prenons pour date O le moment où le feu A passe au vert.

La première voiture de la file E-O démarre. La dernière située à 40 m en arrière démarre avec 5 secondes de retard. Elle a 40 m à franchir pour atteindre A, le feu peut y passer au rouge, et 50 m à franchir pour dégager le carrefour, ce qui fait passer au vert le feu B (N-S).

Le niveau de A est atteint en $(5 + \sqrt{2.40} = 13{,}94)$ secondes.

Le niveau de B est atteint en $(5 + \sqrt{2.50} = 15\quad)$ secondes,

et le cycle recommence cette fois pour la file N-S.




Il passe donc 10 voitures dans le sens E-O en 30 secondes.

En 3600 s, 120 fois plus, il en passe 1200.

**1200 voitures à l'heure pour chaque direction.**

② Les feux sont reculés de 5 m.

A la date O, feu vert en A', démarrage de la 1ère voiture. 5 secondes plus tard, démarrage de la dernière voiture qui atteint le niveau B à la date $5 + \sqrt{2 \times 55} = 15{,}49$.

A ce moment arrive au niveau A la 1ère voiture de l'autre file qui a démarré $(\sqrt{2 \times 5} = 3{,}16)$ secondes plus tôt donc à la date :

$$15{,}49 - 3{,}16 = 12{,}33$$

La dernière voiture de cette file démarre donc à la date 17,33.

Elle quitte le carrefour à la date :

$$17{,}33 + \sqrt{2 \times 55} = 27{,}82$$

A cette date, la 1ère voiture E-O atteint le carrefour.

Elle a donc démarré $(3{,}16 = \sqrt{2 \times 5})$ secondes plus tôt à la date :

$$27{,}82 - 3{,}16 = 24{,}66$$

Ainsi les feux verts successifs en A' sont séparés maintenant par 24,66 s, durée qui permet le passage de 10 voitures.

Le débit horaire est :

$$10 \times \frac{3600}{24{,}66} = 1459...$$

Il passe maintenant 1459 voitures à l'heure, à peu près 20 % de plus.

⑤ Alors pourquoi s'arrêter en si bon chemin ?

En reculant indéfiniment les feux, on devrait arriver à un trafic infini et résoudre tous les problèmes de circulation.

Oui, si le mouvement des voitures était constamment accéléré. Mais au bout d'une certaine distance, cette accélération devient nulle. Pensons à une vitesse limitée à 60 km/heure, soit 16,66 m/s. Elle est, dans le cas que nous envisageons, atteinte en 16,66 s (v = at). Les voitures ayant franchi $e = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}16{,}66^2 \simeq 138$ m depuis leur départ.

Qui répondra à la question : « où placer les feux pour que le trafic soit maximum ? »

P.A. attend vos réponses.

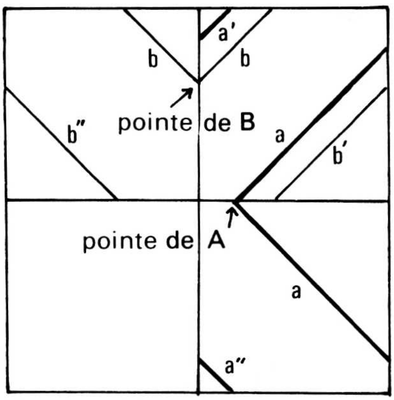
# PROPOS DE TOTO

J'avais un nombre qu'avait 6 chiffres. Le chiffre qu'était le plus à gauche, je l'ai mis à droite. Eh ben ! Le nombre qu'on obtenait comme ça, c'était juste trois fois le nombre d'avant. Tu me crois pas hein !

# Carrés magiques (suite)

## Méthode des «chevrons»

**1** Les carrés des bases et des unités sont écrits l'un après l'autre mais sur un même quadrillage ce qui fait gagner du temps.




**2** On appelle ici «chevrons» les ensembles de quatre segments représentés sur la figure suivante :

**3** Le chevron A comprend les segments a, a, a', a'' (d'axe horizontal).
Le chevron B comprend les segments b, b, b', b'' (d'axe vertical)
a',a'', b', b'' sont les prolongements.
Le chevron le plus grand possible est formé de deux demi-diagonales du carré.

**4** Dans les cases barrées d'un trait gras / fin

le chiffre des bases / unités est conservé

Dans toutes les autres le chiffre des bases ou des unités est remplacé par son complémentaire à l'ordre.

Si l'ordre est 14 le complémentaire à l'ordre de 3 est 11
[le chiffre (11) si on opère en base QUATORZE]

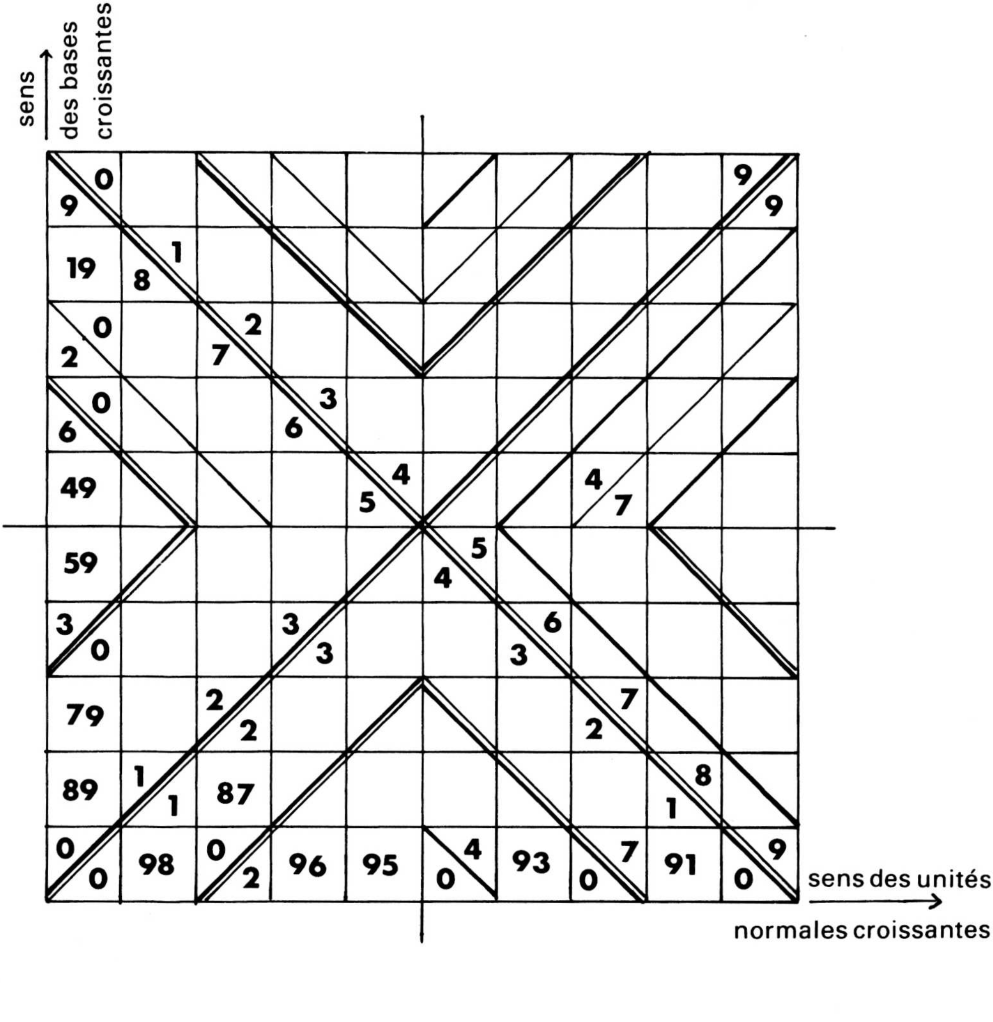
On surcharge de traits gras et de traits fins les chevrons d'axe vertical dont les pointes sont à 3, 5, 7....(4p-1) unités du bord inférieur et les chevrons d'axe horizontal qui en sont les prolongements.

**5** On surcharge de traits gras seulement le chevron d'axe horizontal dont la pointe est à une unité à droite du centre.

On surcharge de traits fins seulement le chevron d'axe vertical dont la pointe est à une unité au dessus de la pointe du chevron le plus élevé.

La réussite de la méthode tient au fait que dans toute ligne et toute colonne il y a autant de cases barrées que de cases non barrées (qu'on s'occupe seulement des traits gras ou seulement des traits fins).

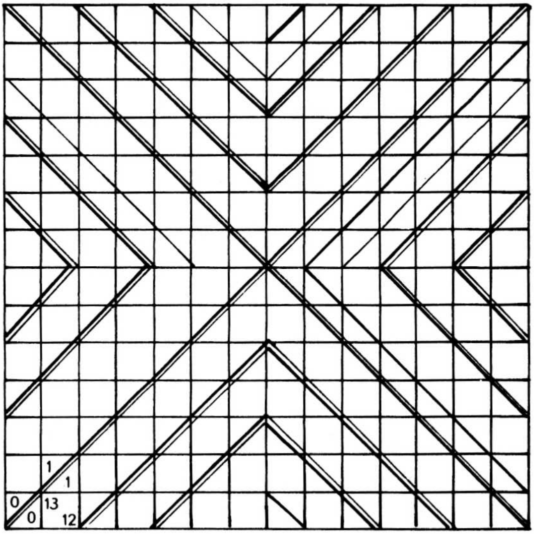
# Carré d'ordre 10




On n'a rempli complètement que la ligne (horizontale) de rang zéro, la colonne (verticale) de rang zéro et les diagonales

Carré d'ordre 14

à écrire pour commencer en base QUATORZE




On doit écrire 196 nombres, de 0 (noté 00) à 195 (noté (13) (13))


agrandissement du coin supérieur droit du carré précédent (base QUATORZE)

et bientôt des cubes magiques... affaire à suivre

# P.A. JEUX

## Le Varikon Box

Il est assez rare de trouver dans cette rubrique, un case-tête. Il y a des exceptions à tout ! Voici « la bête ». (Voir la photo)

**Son principe** est celui du taquin, mais cette fois dans l'espace. Au départ, lorsque le cube est fait, toutes les faces visibles du grand cube sont de la même couleur (Bleue pour le cube 3 x 3 x 3, rouge pour le cube 2 x 2 x 2). On peut mélanger les petits dés colorés en faisant pivoter le cube en plastique adroitement. Son inventeur, un physicien hongrois de 30 ans, CSABA POSTASI, est un manipulateur hors pair puisqu'il remet les dés à leur place en moins de trois minutes !

Ce jeu nécessite une grande logique, beaucoup de mémoire, pas mal d'habileté manuelle, et une acuité visuelle certaine !

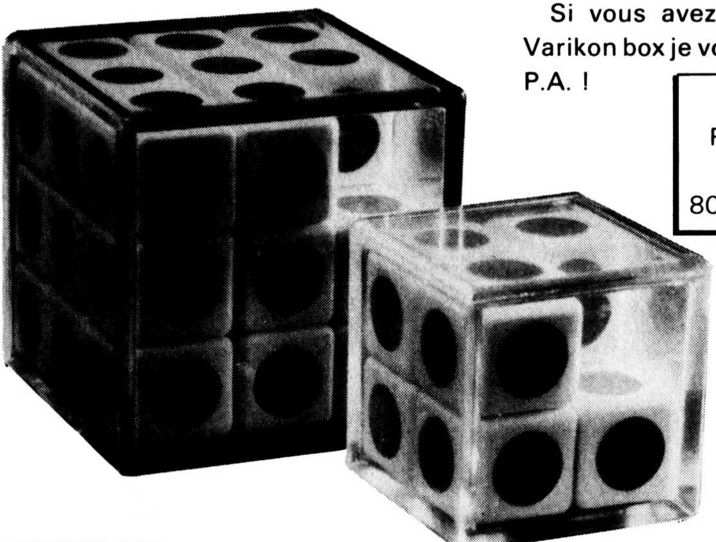
Comment procéder au « remontage » ? Il semble y avoir plusieurs méthodes :

- On peut partir des angles, mais on devra alors les bouger puis les remettre plusieurs fois
- On peut procéder par étages, ici aussi, si l'on ne se trouve pas dans un cas particulier, on devra défaire en partie le second étage pour faire le troisième (à vous de trouver !)

Je pense que **le Varikon box** fait partie, comme le « cube » du matériel qui banalise les jeux mathématiques et avec lequel on fait des mathématiques sans le savoir. C'est un bon casse tête qui mérite le nom de « cube 83 ».

Si vous avez déjà réfléchi sur le Varikon box je vous engage à écrire au P.A. !

P.A. Jeux
Francis Gutmacher
BP 0222
80002 AMIENS Cedex



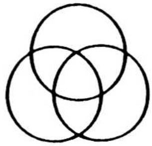
**VARIKON-BOX**

Une nouveauté dans la gamme des jeux VARIKON en provenance du fabricant du Cube et du Serpent du Professeur RUBIK.

Ce VARIKON-BOX contient des dés bicolores bleu et rouge enfermés dans un petit cube transparent. Le jeu consiste à faire apparaître des dés d'une même couleur sur une même face.

Deux tailles : - n° 1 - Petit modèle -.
- n° 2 - Grand modèle -.

S'il est une figure susceptible d'exciter (ou d'énerver) les professeurs de mathématiques des années 80, c'est bien celle-là :



« Le » diagramme d'Euler et ses trois cercles s'intersectant deux à deux !

Mais ce qui est remarquable, c'est que - lorsque chaque cercle passe par le centre des deux autres - il suffit de continuer à découper chaque « demi-cercle » vierge par deux arcs de cercles pour obtenir un puzzle fantastique.

# Le taquinoscope de Raba

Brevets n° 77-30347
n° 79-21130

La théorie des « permutations » c'est-à-dire des « transformations bijectives » d'un certain ensemble est bien connue des mathématiciens. Elaborée d'abord (il y a un siècle et demi) à partir des recherches de Galois sur la résolubilité des équations algébriques, elle s'est intégrée à la théorie des groupes dont elle constitue la partie la plus susceptible de concrétisation.

A ce niveau et dans les classes, on pouvait la développer en étudiant, par exemple, les isométries du plan ou de l'espace et, plus particulièrement, le groupe des isométries conservant une certaine figure géométrique.

Le TAQUINOSCOPE est un objet illustrant à la perfection la notion et les propriétés des permutations.

NOT AS EASY AS THE CUBE !

---

**André DELEDICQ et Raoul RABA**

## I - ANALYSE DE L'OBJET

### 1. Les pièces

L'objet est constitué de 13 triangles curvilignes :

- 1 triangle « cœur »,
- 9 triangles « ogives », notés 1 à 9,
- 3 triangles « pointes », notés a, b, c (voir figure 1).

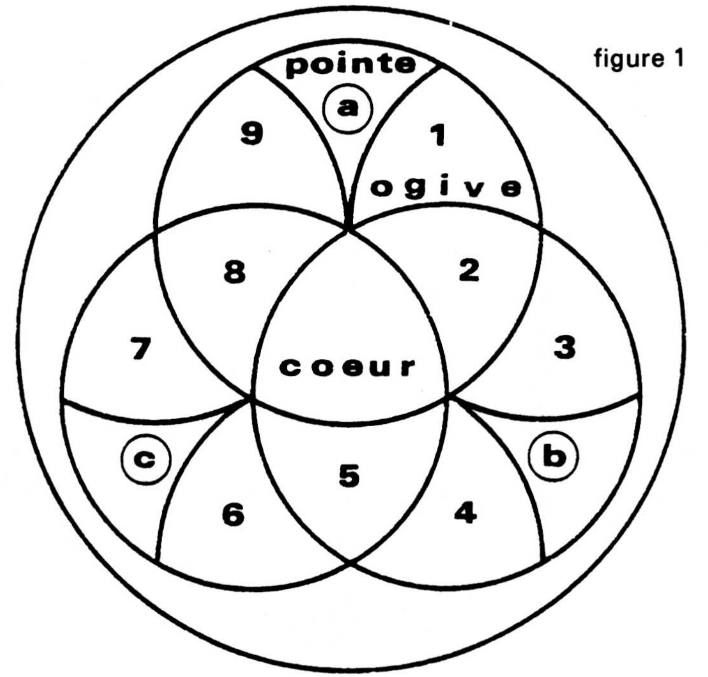



figure 1

Les triangles peuvent tourner par groupe de 6 autour de 3 axes et se mélanger ainsi les uns aux autres. Mais :

- les pointes a, b, c ne peuvent pas quitter le cercle où elles sont initialement ;
- le cœur est obligatoirement situé dans le cercle qui tourne.

## 2. Notations des mouvements

Appelons a, b, c les rotations d'un sixième de tour dans le sens des aiguilles d'une montre de chacun des cercles contenant les pointes notées a, b, c.

En fait, ces rotations ne sont pas les mouvements élémentaires du taquinoscope : par exemple, après avoir effectué la rotation b, le cœur est alors commun aux cercles (a) et (b). Si on continue à effectuer b ou si on effectue $a^-$ le cœur n'appartient plus qu'à un seul cercle ; cela interdit tout mouvement autre qu'un retour en arrière. Le seul mouvement significatif pouvant suivre la rotation b est donc la rotation a.

Finalement, les six mouvements élémentaires du taquinoscope sont :

| | |
|---|---|
| b a noté : C | $a^- b^-$ noté : $C^-$ |
| c b noté : A | $b^- c^-$ noté : $A^-$ |
| a c noté : B | $c^- a^-$ noté : $B^-$ |

*Remarque :*

- l'inverse du mouvement x est noté $x^-$
- x suivi du mouvement y est noté x y

La figure 2 résume la notation des mouvements élémentaires en indiquant la direction de première rotation du cœur **(la deuxième rotation s'en déduit puisque le cœur doit revenir au centre).**

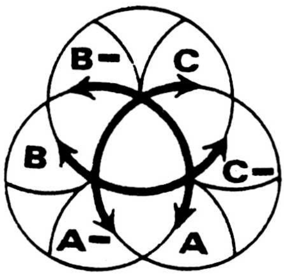



figure 2

# II - ETUDE DE MOUVEMENTS « SIMPLES »

## 1. Effet des mouvements élémentaires

Chacun des six mouvements élémentaires a pour effet de :

*permuter circulairement 7 des 9 ogives.*

Précisément, X fait tourner dans le sens des aiguilles d'une montre les sept triangles n'appartenant pas à (x) (voir figure 3), mais nous négligerons l'effet du mouvement sur les pointes et ferons parfois un schéma analogue au suivant pour représenter le mouvement des ogives :

**ba=C**

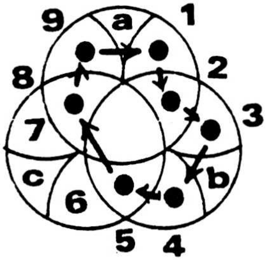



Figure 3

## 2. Description des états possibles

Le véritable problème est dans le rangement des neuf ogives. Les six mouvements élémentaires sont des permutations de sept ogives. On ne peut donc engendrer que des permutations paires de $S_9$ et, en fait, tout le groupe alterné $A_9$ est engendré.

L'ensemble des neuf ogives peut donc prendre $\frac{9!}{2}$ états différents, soit

$\frac{362\,880}{2} = 181\,440.$

Cependant, malgré la petitesse de cet ensemble, il est extrêmement difficile de s'y diriger ; cela tient essentiellement au fait que les mouvements élémentaires agissent sur la quasi-totalité des pièces : il n'est donc pas possible de mettre des pièces « à l'abri » pour en permuter d'autres et, en particulier, il est impossible de « conjuguer » !

Les pointes peuvent se déplacer de 1 ou 2 positions à partir de leur position médiane ; mais tout mouvement élémentaire déplace deux pointes d'une position. Ainsi, le nombre total exprimant le décalage des pointes est un nombre pair. Un petit calcul montre que le nombre d'états possibles des pointes lorsque le cœur est au centre ne dépasse pas 39 ($3 \times 5 + 2 \times 6 \times 2$).

On peut aussi prétendre que le cœur peut générer 18 ($6 + 6 + 6$) états différents en faisant bêtement tourner un des trois cercles à partir du cœur au centre. Cependant les mouvements peuvent être limités si une pointe est décalée de deux positions. Dans tous les cas, on est loin du milliard de possibilités.

## 3. Effet des « commutateurs »

Pour remettre les pointes à leur place, il faut faire autant de rotations d'un cercle dans un sens que dans l'autre. Des mouvements intéressants sont donc ceux qui lorsqu'ils comportent un mouvement élémentaire X comportent aussi son inverse $X^-$.

Mais le mouvement $X X^-$ est sans intérêt.

Après avoir effectué X Y, il est idiot de faire $Y^-$ tout de suite ; on peut donc faire d'abord $X^-$ puis $Y^-$.

Finalement un mouvement important est le suivant : $X Y X^- Y^-$.

Pour plus de commodité ce mouvement sera noté [ X Y ] et appelé un mouvement « commutateur ».

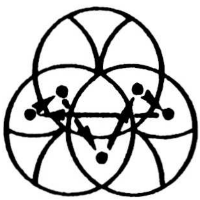
*Remarque :* $[X Y]^- = [Y X]$

En effet,

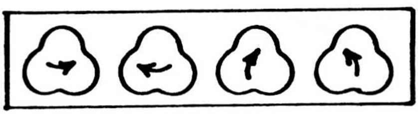
$$[X Y] = Y X Y^- X^- \text{ et } [X Y]^- = (X Y X^- Y^-)^- = Y X Y^- X^-$$

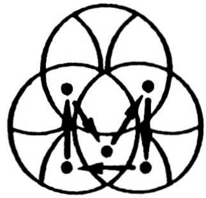
*Chacun des 24 commutateurs a pour effet de permuter circulairement cinq ogives.*

A une circulation des lettres A, B, C près et à une inversion près, il n'y a que les quatre types de commutateurs suivants :

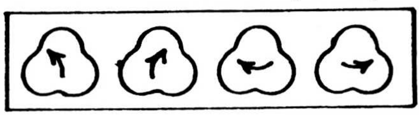


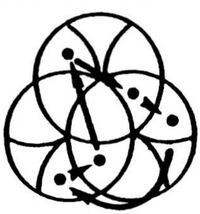
$C^- B C B^-$ noté $W = [C^- B]$



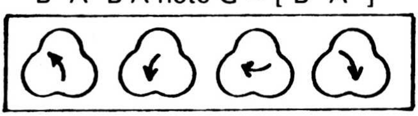


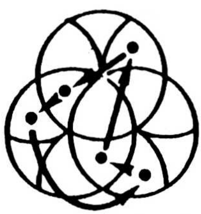
$B^- C B C^-$ noté $M = [B^- C]$



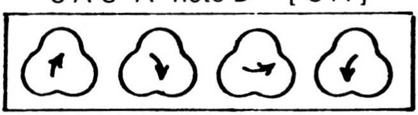


$B^- A^- B A$ noté $G = [B^- A^-]$





$C A C^- A^-$ noté $D = [C A]$



N'oubliez pas qu'il faut ramener le cœur au centre après chaque mouvement élémentaire.

## III - ALGORITHME DE RECONSTRUCTION

*Lorsque les pièces ont été mélangées, vous pouvez parfois arriver à les replacer correctement sans trop d'efforts parce que, en fait, le manipulateur débutant n'est pas vraiment un mélangeur de génie. Dans les cas apparemment désespérés, voici une technique (très) longue mais sûre ;*

*1 - remettre les pointes à leur place ;*
*2 - placer les deux ogives supérieures : 1 et 9 ;*
*3 - placer les deux ogives latérales : 3 et 7 ;*
*4 - placer, en les permutant, les cinq ogives 2, 4, 5, 6, 8.*

*1. - Le placement des pointes n'offre aucune difficulté. Dans la suite, tous les mouvements effectués conserveront cette position standard des pointes.*

*2. - L'ogive 1 se met en place grâce à un ou plusieurs mouvements W, M, G ou D bien choisis*

*si 1 est en 2 faire* [ A B]

si 1 est en 3 faire [ B A —]

si 1 est en 4 faire [ B C]

si 1 est en 5 faire [ C A]

si 1 est en 6 faire [ A — C]

si 1 est en 7 faire [ B A]

si 1 est en 8 faire [ A — B]

si 1 est en 9 faire [ C — A ][ A B ]

**1 est bon**

L'ogive 9 se met alors en place par des mouvements laissant l'ogive 1 à sa place :

si 9 est en 2 faire [ A — B —]

si 9 est en 3 faire [ C — A —]

si 9 est en 4 faire [ A B —]

si 9 est en 5 faire [ B — A —]

si 9 est en 6 faire [ C — B —]

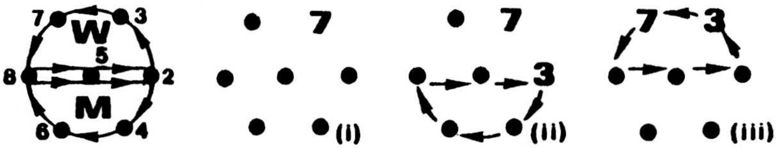
si 9 est en 7 faire [ C — A]

si 9 est en 8 faire [ B — C —]

**1 et 9 sont bons**

3. - Dans la suite, ce sont les mouvements W et M qui seront constamment utilisés.

Le placement des deux ogives latérales est fondé sur la remarque suivante : parmi les sept ogives restantes, W et M opèrent chacun sur trois ogives communes et deux ogives spécifiques. Comme ceci :




Il est donc possible d'opérer ainsi :

(i) amener 7 en position 3 par W (ou $W^-$) ou par $M^-$ puis W (si jamais il était en position 4 ou 6).

(ii) si 3 est *dans le circuit de M* l'amener en position 2 par des M ou $M^-$

(iii) 7 et 3 se mettent alors en place par W.

*Note :* l'étape (ii) exige que 3 ne soit pas alors en position 7. Cette situation est facile à éviter lors de l'étape (i) en choisissant bien la manière d'amener 7 en position 3. Si par malheur 3 est en position 7 à la fin de l'étape (i), on peut alors effectuer W $M^-$ $W^-$ qui rétablit la situation.

Par exemple :

| | |
|---|---|
| si 7 est en 2 faire [ C — B ] | pour aller en 3 |
| si 7 est en 3 c'est bon | |
| si 7 est en 4 faire [ C B — ].[ C — B ] | pour aller en 3 |
| si 7 est en 5 faire [ C — B ]$^2$ | pour aller en 3 |
| si 7 est en 6 faire [ C B — ]$^2$.[ C — B ] | pour aller en 3 |
| si 7 est en 7 faire [ B C — ] | pour aller en 3 |
| si 7 est en 8 faire [ B C — ]$^2$ | pour aller en 3 |

**7 est en 3, 1, 9, sont bons**

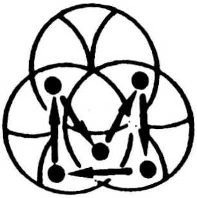
| | |
|---|---|
| si 3 est en 2 c'est bon | |
| si 3 est en 4 faire [ C B — ] | pour aller en 2 |
| si 3 est en 5 faire [ B — C ] | pour aller en 2 |
| si 3 est en 6 faire [ C B — ]$^2$ | pour aller en 2 |
| si 3 est en 8 faire [ B — C ]$^2$ | pour aller en 2 |

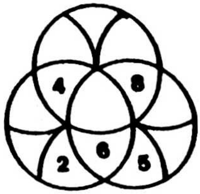
si 3 est en 7 faire [ C — B ].[ C B — ].[ B C — ].[ C B — ]$^2$ pour aller en 2

**3 est en 2, 7 est en 3,, et 1, 9, sont bons**
faire maintenant [ C — B ]
**1, 3, 7, 9, sont bons**

4. - Il reste à bien placer les cinq ogives 2, 4, 6, 8, 5 qui constituent l'orbite du seul mouvement M.

figure 7





effectuer M⁻ M⁻

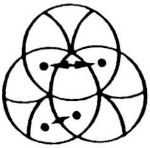
figure 8

Nous vous proposons alors de regarder les cinq ogives dans l'ordre de la figure 7 (suggéré par l'effet de M). Deux cas sont alors possibles :

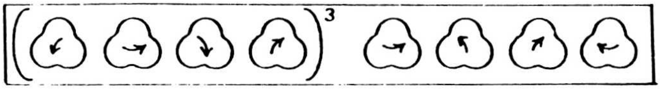
*Le cas agréable :* en parcourant la figure 7, vous rencontrez les ogives dans l'ordre 2, 4, 6, 8, 5 ; il ne vous reste plus qu'à effectuer M ou M⁻, une ou deux fois

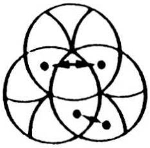
(par exemple, dans la situation de la figure 8, vous devez faire : M⁻M⁻).

*Le cas désagréable :* en parcourant la figure 7, vous rencontrez les ogives dans un ordre différent. Il vous faut alors vous ramener d'abord au « cas agréable » ; pour cela, vous pouvez utiliser l'un des mouvements suivants :

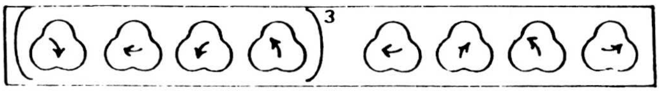


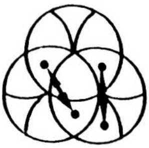
[ A⁻ C⁻ ]$^3$ [ C⁻ B⁻ ] = r



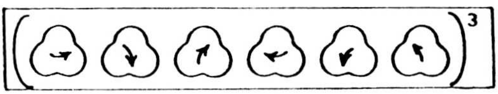


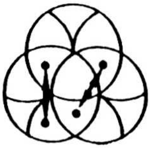
[ A B ]$^3$ [ B C ] = s



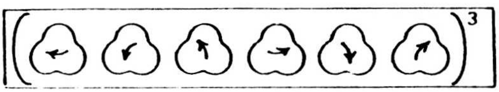


[ C⁻ A C B A⁻ B⁻)$^3$ = p

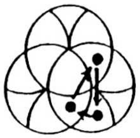


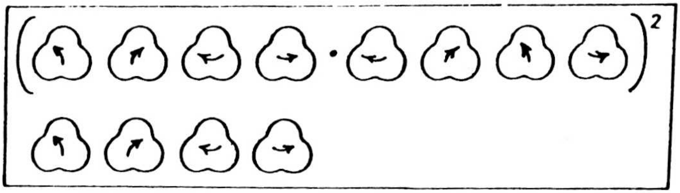


(B A⁻ B⁻ C⁻ A C)$^3$ = q



( [ B — C ].[ B C ] )$^2$ [ B — C ] = t





Vous pouvez constater que ces mouvements vous permettent d'aboutir dans tous les cas ; mais il n'est pas évident de découvrir les plus rapides. Nous vous proposons ci-dessous une technique peu performante sur le plan de la vitesse mais qui a l'avantage de pouvoir s'expliquer simplement :

a) Placer d'abord l'ogive 6

si 6 est en 2 faire [ B — C ]$^2$
si 6 est en 4 faire [ B — C ]
si 6 est en 5 faire [ C B — ]$^2$
si 6 est en 8 faire [ C B — ]
**1, 3, 6, 7, 9, sont bons**

b) Placer ensuite l'ogive 8

si 8 est en 2 faire [ A B ]$^3$.[ B C ]

si 8 est en 4 faire ( [ C B — ].[ C B ] )$^2$.[ C B — ].[ A B ]$^3$.[ B C ]

si 8 est en 5 faire (C — ACBA — B —)$^3$
1, 3, 6, 7, 8, 9 sont bons

c) Il reste alors à placer les ogives 2, 4 et 5 par le mouvement triangulaire t ou $t^-$

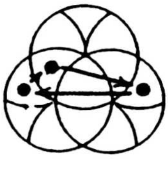
si 2 est en 4 faire ( [ C B — ].[ C B ] )$^2$.[ C B — ]

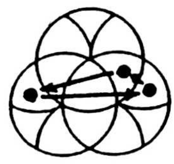
si 2 est en 5 faire ( [ B — C ].[ B C ] )$^2$.[ B — C ]

**Tout est bon**

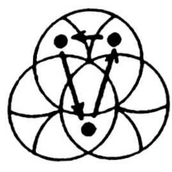
## IV - MANIPULATIONS AVANCEES

C-B-CABA-BCB-A-C-A



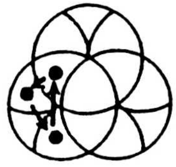


([B-A-][CB-][CA][B-C])$^2$

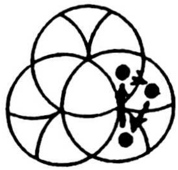


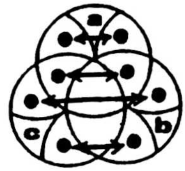
BCB-A-C-AC-B-CABA-

C- [BA] CA [B-C-] A-



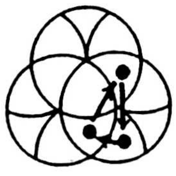
B [C-A-] B-A- [CB] A



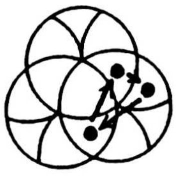


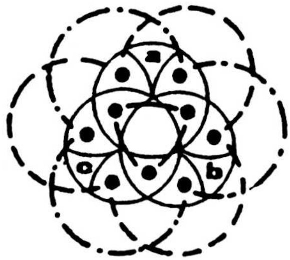

([B-A-].[CA])$^4$ [B-A-]

([A-B].[A-B-])$^2$ [A-B]

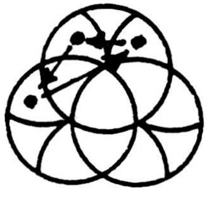


([B-C].[BC])$^2$ [B-C]






([C-B].[B-A].[A-C])$^4$ [C-B]



$(C^- A C B A^- B^-)^2$

## V - ALGORITHME DU CLOWN GROCK OU ALGORITHME ANGLAIS

Le clown Grock préférait rapprocher le piano de son tabouret, plutôt que de rapprocher son tabouret du piano.

Un manipulateur anglais du Taquinoscope (J. Sweeney) nous propose un algorithme qui utilise un peu le même procédé.

Il ne consent à faire qu'un seul mouvement :

$$K = BAB - C - A - C$$

Aussi pour que le mouvement en question ait l'effet voulu, il déplace son Taquinoscope.

Ainsi le Taquinoscope se trouve opéré par le mouvement K dans une suite de positions bien choisies pour le remettre en ordre.

En fait ces positions correspondent aux six isométries du triangle équilatéral ABC défini par les trois axes de rotation du Taquinoscope.

A savoir :

1°) SA qui laisse A en place et échange BC
SB qui laisse B en place et échange CA
SC qui laisse C en place et échange AB

Chacune de ces trois symétries retourne de Taquinoscope comme une crêpe.

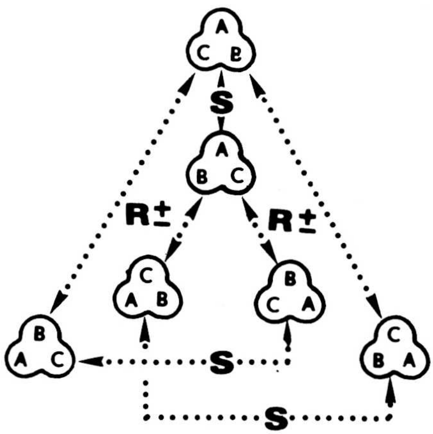
Chacune de ces trois symétries est sa propre opposée ; il suffit de la répéter une deuxième fois pour retrouver le Taquinoscope dans sa position d'origine.

Mais en pratique, dans la suite des opérations, nous n'utiliserons que SA noté S.

2°) Les deux rotations d'angle 120 ° autour du centre du Taquinoscope :

R qui envoie A sur B, B sur C, C sur A
$R^-$ qui envoie A sur C, C sur B, B sur A

Voici le diagramme des déplacements du Taquinoscope correspondants à l'algorithme.



K = 


L'effet du mouvement K est particulièrement intéressant parce qu'on peut le décomposer en deux mouvements distincts qui n'ont pas la même parité.

D'une part un mouvement triangulaire qui envoie 1 en 9, 9 en 7 et 7 en 1.

D'autre part, un échange dans deux paires distinctes, à savoir :

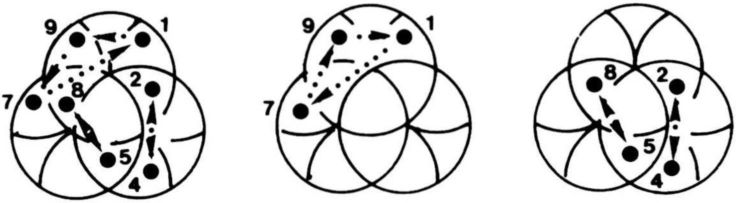
2 échangé avec 4 et 5 échangé avec 8.

K offre ainsi des possibilités remarquables :

K + K = K2 annule l'échange des deux paires et inverse la circulation triangulaire, en envoyant 1 en 7, 7 en 9 et 9 en 1.

K + K + K = K3 annule l'échange triangulaire et rétablit l'échange dans les deux paires, 2 avec 4 et 5 avec 8.

A partir de K nous pouvons donc obtenir deux effets distincts K2 et K3




K K2 K3

La seconde propriété utile de K est fondée sur la remarque suivante :

en effectuant R on envoie 1 en 4
en effectuant R — on envoie 7 en 4
en effectuant S R on envoie 9 en 4

Ainsi 1, 9 ou 7 qui sont les éléments spécifiques de K2 peuvent venir se placer en 4, qui constitue avec 2 une des paires, échangeable par K3.

Les mouvements K2 et K3 peuvent donc être composés ensemble.

Comparons maintenant la paire 2 et 4, avec la paire 5 et 8 qui constituent ensemble le mouvement K3.

Il n'est pas trop difficile de les composer aussi ensemble par des R et S appropriés.

De ce fait une bonne manière d'opérer consiste à placer d'abord 2,5 et 8 les trois éléments voisins du cœur.

On peut par exemple procéder comme suit :

I. Envoyer 5 en 2 par un K bien choisi.

| | | |
|---|---|---|
| Si 5 est en 5 faire | SKS | |
| Si 5 est en 8 faire | R — KR | |
| Si 5 est en 9 faire | SRKR — S | |
| Si 5 est en 1 faire | R — KRK | |
| Si 5 est en 3 faire | R — SKSRK | On notera que K4 = K — 2 |
| Si 5 est en 6 faire | RKR — K | |
| Si 5 est en 7 faire | RK2R — | |
| Si 5 est en 4 faire | K | |

5 est en 2.

II. Selon la situation il faut une ou plusieurs étapes pour placer 5 en 8 et 8 en 5

| | | |
|---|---|---|
| Si 8 est en 5 faire | R — KRSR — KRS | pour aller en 9 |
| Si 8 est en 3 faire | R — K2R | pour aller en 4 |
| Si 8 est en 1 faire | K2 | pour aller en 7 |
| Si 8 est en 9 faire | K4 | pour aller en 7 |
| Si 8 est en 4 faire | RK4R — | pour aller en 7 |
| Si 8 est en 6 faire | RK2R — | pour aller en 7 |
| Si 8 est en 8 faire | SKS R — KR — SKSR — | pour aller en 7 |
| Si 8 est en 7 faire | R — KR | |

5 est en 8 et 8 est en 5.

III. Ensuite il faut d'abord envoyer 2 en 4

| | | |
|---|---|---|
| Si 2 est en 2 faire | K R — K4RKR — K2R | |
| Si 2 est en 9 faire | K2 | pour aller en 1 |
| Si 2 est en 1 faire | R — K4R | pour aller en 4 |
| Si 2 est en 3 faire | R — K2R | pour aller en 4 |
| Si 2 est en 6 faire | RK4R — | pour aller en 4 |
| Si 2 est en 7 faire | RK2R — | pour aller en 4 |

Ceci fait, il suffit d'un simple K pour envoyer simultanément 2, 5 et 8 a leurs places respectives.

Si 2 est en 4 faire K

2, 5 et 8 sont bons.

Les éléments qui restent peuvent être rangés par des mouvements composés autour de K2.

IV. Placer 1

| | |
|---|---|
| Si 1 est en 6 faire | RK2R — |
| Si 1 est en 7 faire | K4 |
| Si 1 est en 9 faire | K2 |

Si 1 est en 3 faire R — K4R
Si 1 est en 4 faire R — K2R

1, 2, 5, 8, sont bons.

V. Placer 3

Si 3 est en 7 ou en 9 faire SR — K $\pm$ 2RS pour aller en 6
Si 3 est en 4 ou en 6 faire SR K $\pm$ 2R — S
1, 2, 3, 5, 8 sont bons.

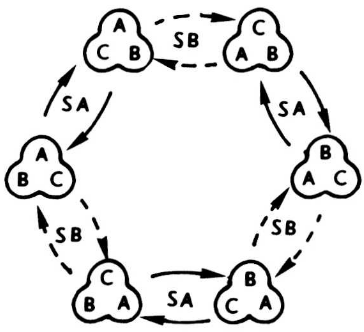
VI. Placer 4

Si 4 est en 9 faire SR — K2RS pour aller en 7
Si 4 est en 6 ou en 7 faire RK $\pm$ 2R —
1, 2, 3, 4, 5, 8, sont bons.

VII. Placer 6

Si 6 est en 7 ou en 9 faire SR — K $\pm$ 2RS
Tout est bon.

Une variante de cet algorithme consiste à n'utiliser avec le mouvement K que les deux symétries SA et SB qui permettent de placer le Taquinoscope dans toutes les positions.



# les PB du PA

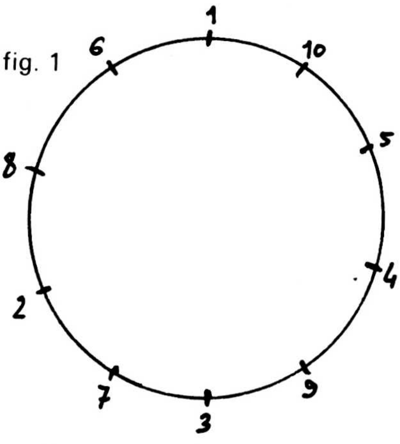
**Les problèmes du petit Archimède**

## DES ENONCES

Les perturbations qui ont affecté la parution du Petit Archimède durant l'année scolaire 1982-83 se sont manifestées aussi dans la présente rubrique, ce dont je vous prie de m'excuser. Reprenons le cours normal des énoncés et solutions, avec un problème proposé par J.-C. Martzloff, Paris.

> **PB 159** - On dispose sur un cercle les nombres de 1 à 10. Montrer qu'il y a forcément trois nombres, consécutifs sur le cercle, et dont la somme est supérieure ou égale à 17. Peut-on remplacer, dans cet énoncé, 17 par 18 ?

fig. 1




La figure 1 présente un exemple d'une telle disposition, où l'on observe notamment : $7 + 3 + 9 = 19$.

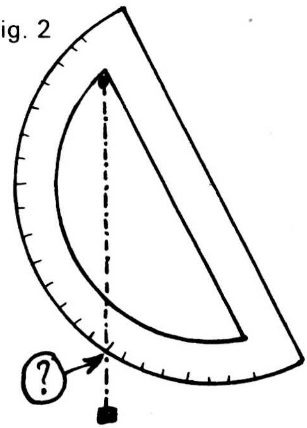
Poursuivons avec un envoi de M. Blévot, collaborateur de longue date de notre rubrique, et animateur d'un club de Mathématique et Informatique du Collège Jean-Jacques Rousseau du Pré-Saint-Gervais (93).

> **PB 160** - Soit, dans un plan, un triangle ABC équilatéral et un point M tel que $MA = 5$, $MB = 3$, $MC = 4$. Calculer AB.

Enfin, de la part de M. Grimaldi, d'Amiens.

> **PB 161** - Comme tout professeur de mathématiques, je possède un rapporteur de tableau. Il est suspendu à un clou dans ma classe. Et j'ai remarqué que la verticale de ce clou passe toujours par la même division du rapporteur (figure 2). Quelle est cette division ?

fig. 2




### DES SOLUTIONS

> **PB 149, PA 86-87, p. 39 (Goldbach à l'envers)**
>
> Quels sont les nombres premiers qui sont sommes de deux nombres composés ?

Vous savez ce que sont les nombres premiers : 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... et les nombres composés : 4, 6, 8, 9, 10, 12, ... et le nombre 1 qui est seul de son espèce. Le nombre premier 2 n'est pas somme de deux nombres composés. Tout nombre premier p autre que 2 est impair et donc, s'il est somme de deux nombres composés **a** et **b**, alors l'un sera pair, mettons **a**, et l'autre impair. Mais le plus petit nombre pair composé est 4 et le plus petit nombre impair composé est 9, ce qui nous donne : $a \geqslant 4$, $b \geqslant 9$, d'où $p \geqslant 13$ : aucun nombre premier $p < 13$ n'est somme de deux nombres composés, ce qui est d'ailleurs visible à l'œil nu.

Si l'on prend maintenant un nombre premier $p \geqslant 13$, on pose $a = p - 9$ et $b = 9$. Puisque p est impair, on voit que **a** est pair et puisque $a \geqslant 13 - 9 = 4$, ce nombre **a** est composé. Bien sûr, **b** est composé lui aussi. **Conclusion** : les nombres premiers qui sont sommes de deux nombres composés sont exactement les nombres premiers supérieurs ou égaux à 13.

J'ai reçu une solution de François-Frédéric Ozog, membre du Club de Mathématiques du lycée Simone Weil du Puy,, et une autre de M. Vidiani, de Dijon, qui trouve ce problème « sans intérêt ». Assurément, ce problème est très simple et n'apprend rien à M. Vidiani. Mais il exige tout de même de prendre des initiatives, il ne se borne pas à l'application de formules toutes faites. En cela, il peut être utile à de jeunes élèves, qui nous reprochent parfois, et parfois non sans raison, d'être trop compliqués.

**PB 150, PA 86-87, p. 40**
**(Trouver le triangle)**

On dit toujours que les médiatrices d'un triangle sont concourantes. Etant donné trois droites concourantes du plan, peut-on construire un triangle dont elles soient les médiatrices ?

Solution de Mme Chrétien, de Villemomble :

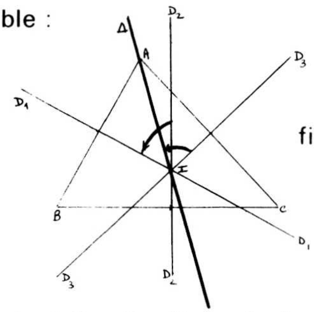



fig. 3

« Soient $D_1$, $D_2$, $D_3$ trois droites du plan concourantes en I (figure 3). La composée $f = s_3 \circ s_2 \circ s_1$ des symétries orthogonales par rapport à ces trois droites est une isométrie négative laissant I invariant ; f est donc la symétrie orthogonale par rapport à la droite $\Delta$ du plan, passant par I, et telle que $(\widehat{D_3, \Delta}) = (\widehat{D_2, D_1})$.

En effet, $s_3 \circ s_\Delta = s_2 \circ s_1 =$ rotation de centre I et d'angle $2\,(\widehat{D_1, D_2})$

$f = s_3 \circ (s_3 \circ s_\Delta) = s_\Delta$

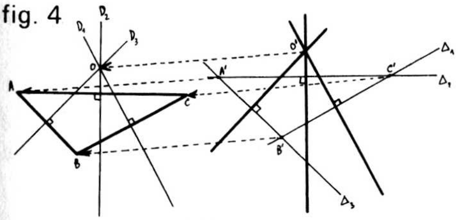
Tout point A de $\Delta$ est sommet d'un triangle ABC solution, où

$B = s_1(A)$

$C = s_2(A)$. »

Autre solution de Lionel Amant, membre du club mathématique du lycée Simone Weil, du Puy :

fig. 4




« On trace $\Delta_1 \perp D_1$
$\Delta_2 \perp D_2$
$\Delta_3 \perp D_3$ (figure 4).

$\Delta_1$, $\Delta_2$ et $\Delta_3$ sont quelconques mais non concourantes et forment un triangle A'B'C' dont les médiatrices sont parallèles respectivement à $D_1$, $D_2$ et $D_3$ et se coupent en O'.

On effectue la translation de vecteur $\overrightarrow{O'O}$. Les images respectives A, B, C de A', B', C' constituent le triangle cherché. »

Peut-être peut-on porter une petite critique à Lionel Amant : il parle **du** triangle cherché sans savoir s'il n'y en aurait pas plusieurs.

Quoi qu'il en soit, ces deux solutions montrent tout le parti que l'on peut tirer des transformations ponctuelles, non pour le plaisir d'ânonner des listes d'axiomes, mais pour résoudre des problèmes de géométrie.

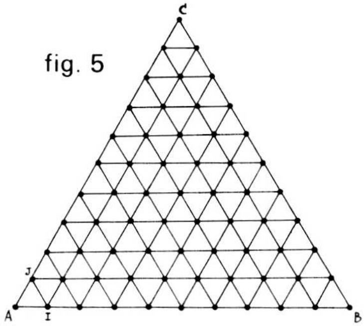
J'ai reçu encore une solution de notre amie Lucienne Félix, qui fait intervenir aussi un produit de symé tries et qui nous renvoie au Traité de Géométrie Plane de Hadamard. Symétries encore chez M. Vidiani, mais représentées par leurs formules analytiques : le PB 150 apparaît ainsi comme le **problème dual** du Pb 135 (PA 81-82-83).

Si ce problème vous a intéressé, reprenez-le en remplaçant « médiatrices par médianes » par « hauteurs », « bissectrices intérieures » : il y a à faire...

**PB 151, PA 86-87, p. 40**
**(dénombrement géométrique)**

Sur le dessin de couverture, combien voyez-vous de parallélogrammes ? Combien de triangles ? Généraliser.

fig. 5

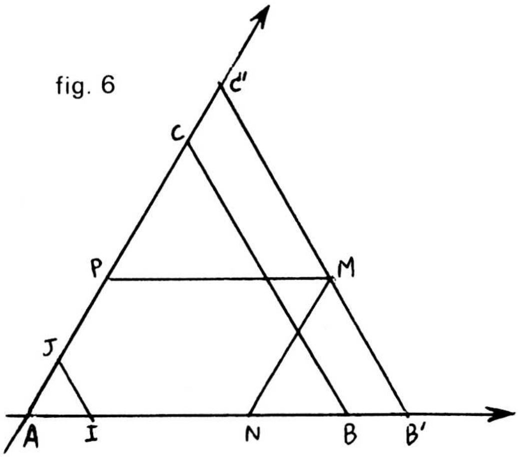



Le « dessin de couverture » du PA 86-87 était celui de la figure 5.

Prenons le problème dans toute sa généralité en considérant le triangle ABC avec chaque côté partagé en **n** segments-unités, ce qui donne $n + 1$ points de partage, y compris les extrémités.

Commençons par les **parallélogrammes** : soit $p_n$ leur nombre. Il y en a de **trois sortes** : ceux dont les côtés sont parallèles à AB et AC, à AC et BC, à BC et AB. Il suffit de déterminer le nombre des parallélogrammes de la première sorte, que nous noterons $q_n$, et de multiplier par 3 : $p_n = 3\,q_n$. Pour déterminer $q_n$, on peut utiliser la **méthode de l'incrémentation,** c'est-à-dire observer comment $q_n$ augmente lorsque **n** augmente de 1. Considérons alors un triangle AB'C' de côtés $n + 1$ (figure 6). Les parallélogrammes compris dans le triangle AB′C′ mais non dans ABC sont ceux qui ont un sommet sur le segment [B′, C′]. Leur nombre est égal à $q_{n+1} - q_n$.

fig. 6




Si nous munissons la figure du repère (naturel) (A, $\vec{AI}$, $\vec{AJ}$), nous observons que ce sommet est situé en un point entier du segment [B′, C′], c'est-à-dire un point M de coordonnées (k, h) avec k entier, $0 \leqslant k \leqslant n+1$, $h = n+1-k$. Fixons un tel point M (figure 6). Le nombre de parallélogrammes ayant M pour sommet est égal au nombre de manières de choisir le sommet opposé, qui se trouvera nécessairement dans le parallélogramme MPAN. C'est donc le nombre de points entiers de coordonnées (x, y) avec $0 \leqslant x \leqslant k-1$ et $0 \leqslant y \leqslant h-1$ : c'est évidemment $kh = k(n+1-k)$.

Le nombre total des parallélogrammes « supplémentaires » s'obtient en faisant varier M de C′ à B′, soit k de 1 à n. D'où la relation :

$$q_{n+1} - q_n = \sum_{k=1}^{n} k(n+1-k).$$

Effectuez cette somme comme vous voulez, vous trouverez :

$$q_{n+1} - q_n = \frac{1}{6} n(n+1)(n+2) = C_{n+2}^{3}$$

Et pour obtenir $q_n$, on fait la somme des n — 1 égalités : $q_2 - q_1 = C_3^3$,

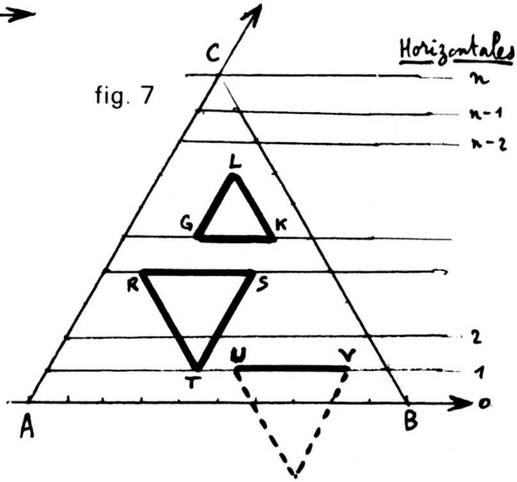
$$q_3 - q_2 = C_4^3, \dots \; q_n - q_{n-1} = C_{n+1}^3$$

Puisque $q_1 = 0$, il vient :

$$q_n = C_3^3 + C_4^3 + \dots + C_{n+1}^3 = C_{n+2}^4$$

D'où $\boxed{p_n = 3\, C_{n+2}^4}$ Sur le dessin de couverture du PA 86-87, on avait n = 10, d'où le nombre cherché : 1 485 parallélogrammes.

fig. 7




Venons-en aux **triangles** : on pourrait recourir à une méthode analogue, mais je préfère ici **classer pour dénombrer.** Nous allons distinguer nos triangles selon qu'ils ont « la tête en haut », comme GKL (figure 7) ou « en bas » comme RST (ils se déduisent de ABC par une homothétie respectivement positive et négative). Notons H(n, k) le nombre de triangles à la tête en haut et dont le côté mesure **k** segments-unités et B(n, k) le nombre de triangles à la tête en bas de même dimension. La somme des H(n, k), lorsque **k** varie, nous donnera $H_n$, nombre de triangles à la tête en haut. De même pour $B_n$, et enfin le nombre total de triangles, que nous cherchons, sera : $x_n = H_n + B_n$.

Numérotons de **0** à **n** les ordonnées des « horizontales », c'est-à-dire les parallèles à AB (figure 7). Un triangle à la tête en haut, tel que GKL est entièrement déterminé par les extrémités G et K de sa base horizontale : par suite H(n, k) est le nombre de segments de longueur k dont les extrémités sont deux points entiers de la même horizontale. Sur l'horizontale numéro **0**, il y en a **n — k + 1** ; sur l'horizontale n° **1**, il y en a **n — k**, et ainsi de suite jusqu'à l'horizontale n° **n — k**, qui en comporte **1**. D'où :
$H(n, k) = 1 + 2 + 3 + \ldots + (n - k + 1)$
$= \frac{1}{2}(n - k + 1)(n - k + 2)$.

Si l'on pose
$T_n = 1+2+3+\ldots+n = \frac{1}{2}n(n+1) = C_{n+1}^2$
n-ième **nombre triangulaire**, nous avons donc prouvé que
$H(n, k) = T_{n-k+1}$. Et par suite :

$$H_n = \sum_{k=1}^{n} H(n,k) = T_n + T_{n-1} + \ldots + T_2 + T_1 =$$

$C_{n+2}^3 = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$, n-ième nombre **tétraédrique** (Voir PA 73-74, p. 40-43).

Un triangle qui a la tête en bas est lui aussi déterminé par sa base horizontale. Mais, cette fois, un segment horizontal ne détermine pas nécessairement un tel triangle car les parallèles menées, par ses extrémités, aux droites CB et CA ne se coupent pas forcément à l'intérieur du triangle ABC. Par exemple, sur la figure 3, le segment UV ne détermine aucun triangle. Pour qu'un segment horizontal de longueur k détermine un triangle, il faut qu'il soit situé sur une horizontale d'ordonnée supérieure ou égale à k. Sur l'horizontale n° **k**, il y a **n — 2 k + 1** segments de longueur k, comme ci-dessus, et ainsi de suite jusqu'à l'horizontale n° **n — k**, qui en comporte **1**. Ainsi, il vient :
$B(n, k) = 1 + 2 + \ldots + (n - 2k + 1) = T_{n-2k+1}$. Et $B_n$ est la somme des $T_{n-2k+1}$ lorsque k varie de 1 à la plus grande valeur possible pour laquelle on ait $n - 2k + 1 > 0$, soit $m = \left[\frac{n}{2}\right]$, partie entière de $\frac{n}{2}$. On obtient deux formules différentes selon la parité de n, et je vous laisse le soin de les écrire. Pour n = 10, on trouve $H_{10} = 220$, $B_{10} = 95$, d'où $X_{10} = 315$.

Ce problème délicat a été résolu par Dominique Roux par une méthode analogue à celle-ci, mais qui utilise un lemme fort astucieux pour éviter les sommations : si une suite vérifie $u_{n+1} = u_n + P(n)$ où P(n) est un polynôme de degré d, alors on a $u_n = Q(n)$ où Q(n) est un polynôme de degré d + 1. Pour trouver les coefficients de Q(n), on utilise les valeurs de $u_0$, $u_1$, $u_2$, $u_3$. Ceci le conduit aux formules finales : $X_{2m} = \frac{1}{2}m(m+1)(4m+1)$ et
$X_{2m+1} = \frac{1}{2}(m+1)(4m^2+7m+2)$.

R. Raymond, de Carignan, a aussi envoyé une importante contribution à propos de ce problème, qu'il a résolu à peu près comme nous, par des méthodes d'incrémentation, rendues plus vivantes par la confection de tableaux. Vous pouvez d'ailleurs, vous aussi, représenter les résultats précédents sur des tableaux donnant H(n, k), B(n, k) et leur somme X(n, k). De plus, M. Raymond a confectionné des programmes en BASIC pour ce problème, et il ne s'est pas arrêté là, puisqu'il a dénombré aussi les trapèzes (isocèles), les losanges, les hexagones (réguliers et non réguliers), les étoiles à six branches. Faites comme lui !

## APPEL

Dans les deux derniers numéros, cette rubrique est parue anonymement, et le courrier s'est tari. Pourtant, soyez bien convaincus que vos contributions sont toujours **indispensables,** que ce soit des solutions, des critiques, des suggestions ou **des idées d'énoncés.** Ces idées n'ont pas besoin d'être originales - d'ailleurs, comment être certain de l'originalité d'un problème ? Mais qu'il s'agisse d'énoncés bruts, courts et stimulants. Veuillez traiter de questions séparées sur des feuilles séparées, écrire si possible à l'encre noire, et adresser votre courrier, comme toujours, à :

M. Cuculière Roger
Professeur de Mathématiques
Lycée Carnot
145, Bd Malesherbes
75017 PARIS

## SOLUTION

(Propos de TOTO)

Si N et N' désignent les nombres de départ et d'arrivée et si :

$N = \overline{abcdef} = 10^5 a + \overline{bcdef}$
$N' = \overline{bcdefa} = 10\,\overline{bcdef} + a$

Ecrivons que $N' = 3N$ en posant $\overline{bcdef} = x$

$10x + a = 3(10^5 a + x)$
$10x + a = 300\,000a + 3x$

$7x = 299\,999\,a$
$x = 42\,857\,a$

On se rappelle alors que a est un nombre entier compris entre 1 et 9, que x est un entier ayant au plus 5 chiffres. Donc a vaut nécessairement 1 ou 2.

Si $a = 1$ $\quad x = 42857$ $\begin{cases} N = 142857 \\ N' = 428571 \end{cases}$

Si $a = 2$ $\quad x = 85714$ $\begin{cases} N = 285714 \\ N' = 857142 \end{cases}$

Le nombre 142857 est un nombre très bizarre car :

$$\begin{cases} 1 \times 142857 = 142857 \\ 2 \times 142857 = 285714 \\ 3 \times 142857 = 428571 \\ 4 \times 142857 = 571428 \\ 5 \times 142857 = 714285 \\ 6 \times 142857 = 857142 \end{cases}$$

$7 \times 142857 = 999999$

Cela tient à ce que 142857 est la période du développement décimal illimité de la fraction 1/7.

Auteur : J.M. BECKER

# index 81 à 90

## EDITORIAUX et INFORMATIONS



## PA et les LETTRES



## ILF du PA

# PA et les MATHEMATIQUES

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | A PB du PA | | |
| 81-82-83 | 57 | PB | 141 | Classement de nombres | 86-87 | 43 |
| | | | 142 | Vider un tonneau | 86-87 | 44 |
| | | | 143 | 100 ! | | |
| | | | 144 | $x^{y^x} = y^{x^y}$ | 86-87 | 46 |
| | | Sol | 135 | Pentagone à construire | 77-78 | 40 |
| | 59 | | 136 | Cent « neuf » | 77-78 | 40 |
| | 60 | | 137 | $P = \sin 1^\circ \sin 2^\circ \ldots \sin 89^\circ$ | 77-78 | 40 |
| | 62 | | 140 | Nombres triangulaires et carrés | 81-82 | 42 |
| 84-85 | 43 | PB | 145 | Triangle de Pascal | | |
| | | | 146 | Calcul de trois nombres | | |
| | | | 147 | Cent points sur un cercle | | |
| | | | 148 | Aiguilles d'une montre | | |
| | 43 | Sol | 138 | Fibonacci généralisé | 79-80 | 42 |
| | 46 | courrier | | problèmes divers | | |
| 86-87 | 39 | PB | 149 | Nombres premiers sommes de deux composés | | |
| | 40 | | 150 | Médiatrices d'un triangle | | |
| | | | 151 | Combinatoire géométrique | | |
| | 40 | Sol | 139 | Au hasard sur un cercle | 79-80 | 42 |
| | | | 141 | Anagrammes numériques | 81-82-83 | 57 |
| | | | 142 | Vider un tonneau | | |
| | | | 144 | Echafaudage exponentiel | 81-82-83 | 57 |
| 88-89 | 47 | PB | 152 | Carrés de somme deux | | |
| | | | 153 | Jetons dans trois sacs | | |
| | | | 154 | Le plus petit triangle | | |
| 90 | 23 | PB | 155 | Quadrilatères ayant même aire | | |
| | | | 156 | Droites concourantes et lieu | | |
| | | | 157 | Carré construit sur un cube | | |
| | | | 158 | Segment de longueur donnée | | |
| | | | | B ALGORITHMIQUE | | |
| 81-82-83 | 30 | ARL | 81 | Cubes calendriers | | |
| | 31 | Sol ARL | 77 | Jeu du 9-5 | | |
| 84-85 | 12 | ARL | 84 | Pointillés | | |
| | | Sol ARL | 79 | Nettoyage du pinceau | | |
| 86-87 | 11 | ARL86-1 | | Zéros qui terminent 1982 ! | | |

## PA et les SCIENCES

| | | ASTRONOMIE | | |
|---|---|---|---|---|
| 84-85 | 16 | Le paradoxe des jumeaux | | |
| 90 | 6 | Un cadran solaire à la Réunion | | |
| | | MECANIQUE | | |
| 90 | 5 | La pile de dominos | 90 | 21 |
| | | HISTOIRE NATURELLE | | |
| 81-82-83 | 11 | Amateur de scalaires | | |
| 84-85 | 15 | Histoire d'eau | | |
| | 16 | Les bois du cerf | | |

## PA et les ACTIVITES MANUELLES

| | | A PA CONSTRUIT | | |
|---|---|---|---|---|
| 81-82-83 | 5 | Croix de Charpentier | | |
| | 6 | Cube | | |
| 84-85 | 8 | Casse-tête | | |
| | | B PA et le DESSIN | | |
| 84-85 | 7 | Aimables transformations | | |
| 84-85 | 17-24 | Décrivez en écrivant | | |
| 86-87 | 29 | Le dessin mystérieux | 86-87 | 34 |
| 88-89 | 45 | Calligramme | | |

## JEUX

| | | ECHECS | | |
|---|---|---|---|---|
| 81-82-83 | 52 | Dans une école de l'Isère | | |
| 88-89 | 36 | Alice et les échecs | | |
| | | | | |
| 81-82-83 | 54 | La Dame | | |
| 84-85 | 33 | Problèmes | 84-85 | 42 |
| 86-87 | 35 | Le coup de mazette | 86-87 | 38 |
| | | JEUX DIVERS | | |
| 81-82-83 | 48 | Aladin | | |
| | 51 | Jouez avec les nombres (triangle) | | |
| 84-85 | 29 | Le tactiform | | |
| | 31 | Le cul-de-sac | | |
| 81-82-83 | 29 | Charade | | |
| 86-87 | 27 | Zig zag | | |
| | 30 | Jeux de rôles | | |

## DIVERS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 84-85 | 36 | Tempêtes sur l'échiquier | | |
| | 37 | Un musée scientifique | | |
| | 38 | Ciel passé présent | | |
| | 40 | Les vrais zéros de l'histoire | | |
| 86-87 | 17 | Chroniques de Rose Polymath | | |
| 88-89 | 9 | Jeux et Inventions (Gattegno) | | |
| | 17 | Mathématiques (Gattegno) | | |
| 90 | 16 | Humour | | |
| 84-85 | 37 | Deux stages CEMEA | | |

# Le dé de P.A.
# (à construire)

Il ressemble bien aux autres dés. Construit sur un cube, ses faces reçoivent un nombre, et ces six nombres sont différents. Vous avez remarqué que la somme des nombres de deux faces opposées de VOTRE dé est sept. Nous proposons ici de construire un dé dont les six faces reçoivent six nombres différents :

1) en sorte que le PRODUIT des nombres portés par deux faces opposées soit le même pour chaque paire de faces.

2) En sorte que le PRODUIT des nombres portés par trois faces voisines (trois faces sont voisines si elles se coupent en un sommet) soit le même, quel que soit le triplet de faces envisagé (le lecteur peut remplacer le mot « produit » par le mot « somme »).

# LE PETIT ARCHIMÈDE

Revue de l'Association pour le Développement de la Culture Scientifique

10 numéros par an

## ABONNEMENT 1983

Abonnement de Soutien : **120F** ☐ (1)

Abonnement de Bienfaiteur : 500F ☐ (1)

Abonnement ordinaire : **60F** ☐ (1)

Abonnements groupés (minimum 10) : **40F**

(Ils peuvent être servis à une ou plusieurs adresses) ☐ (2)

MAJORATION POUR TOUT ENVOI HORS EUROPE
ou PAR AVION (le préciser) de 50 %

Toutes les collections anciennes sont disponibles :

N° 1 à 10, 11 à 20, 21 à 30, 31 à 40, 41 à 50, 51 à 60, 61 à 70, 71 à 80, 81 à 90 : 50 F

Prix de vente au n° 10 F ; numéro double : 20 F,...

## PRODUCTIONS SPECIALES

Le nouveau calendrier perpétuel : 50 F le paquet de cinquante ☐ (3)
(en voie d'épuisement)

N° Spécial PA Sp1 (index général PA1 à PA50) : 5 F ☐ (1)

N° Spécial Pi : 75 F - A partir de 4 exemplaires : 70 F l'unité
A partir de 10 exemplaires : 60 F l'unité ☐ (2)

Le P.A.-Taquinoscope (tirage limité) : 50 F l'unité ☐ (2)

Et le tiré à part de son étude mathématique : 10 F l'unité ☐ (2)

NOM : Prénom :

Adresse d'expédition :

Code Postal : Ville :

Bureau distributeur :

Cette demande est à adresser exclusivement à :

**ADCS - Abonnement - B.P. 0222 - 80002 AMIENS Cedex**

*Joindre chèque ou mandat à l'ordre de :*

ADCS

(1) cocher les cases utiles

(2) Nombre d'exemplaires

(3) Nombre de paquets de cinquante cartes postales

LES ETABLISSEMENTS SCOLAIRES PEUVENT-ILS ÉVITER LES DEMANDES DE FACTURE ? MERCI

Adresser toute correspondance rédactionnelle à :

Y. ROUSSEL - B.P. 0222 80002 AMIENS Cedex

Revue éditée pr l'A.D.C.S. - Le Directeur de la publication Y. GRIMALDI

IMPRIMERIE I & R G AMIENS



**No 93-94 : 20 F**

**ATTENTION, l'abonnement 1983 est à 60 F**